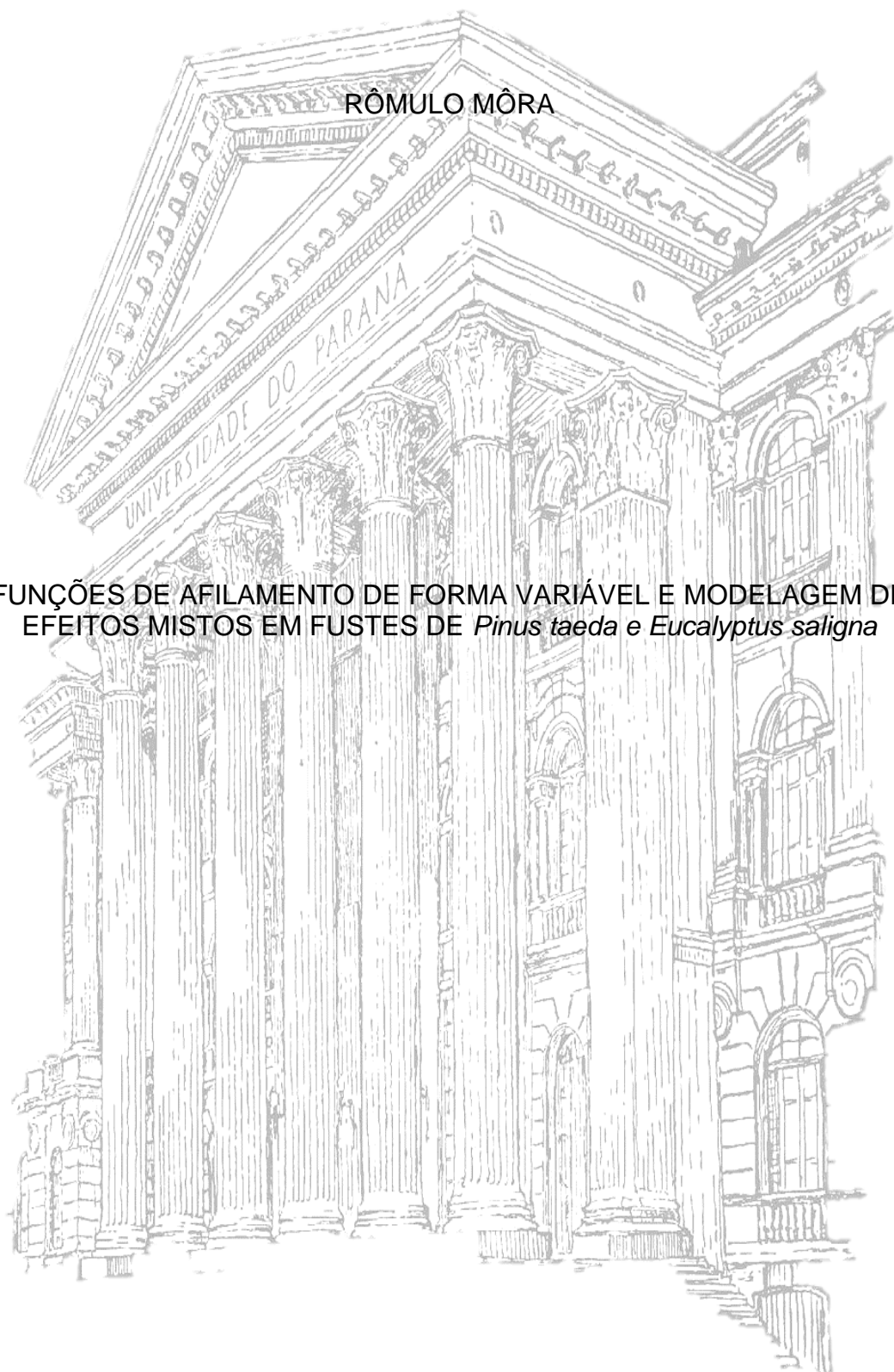


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RÔMULO MÔRA

FUNÇÕES DE AFILAMENTO DE FORMA VARIÁVEL E MODELAGEM DE
EFEITOS MISTOS EM FUSTES DE *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*



CURITIBA
2015

RÔMULO MÔRA

FUNÇÕES DE AFILAMENTO DE FORMA VARIÁVEL E MODELAGEM DE
EFEITOS MISTOS EM FUSTES DE *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de concentração em Manejo Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho
Coorientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

CURITIBA
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS / BIBLIOTECA CENTRAL
COORDENAÇÃO DE PROCESSOS TÉCNICOS

Môra, Rômulo

Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna* / Rômulo Môra.– Curitiba, 2015.
277f. : il., grafs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho
Coorientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
Inclui bibliografia e anexos.

1. Engenharia Florestal. I. Figueiredo Filho, Afonso. II. Machado, Sebastião do Amaral. III. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. IV. Título.

CDD – 674.8
CDU – 634.0.810

Rita de Cássia Alves de Souza CRB 9/816

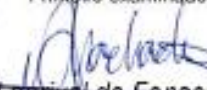
PARECER

Defesa nº. 1094


A banca examinadora, instituída pelo colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná, após arguir o(a) doutorando(a) *Rômulo Môra* em relação ao seu trabalho de tese intitulado "**FUNÇÕES DE AFILAMENTO DE FORMA VARIÁVEL E MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS EM FUSTES DE *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***", é de parecer favorável à **APROVAÇÃO** do(a) acadêmico(a), habilitando-o(a) ao título de *Doutor* em Engenharia Florestal, área de concentração em **MANEJO FLORESTAL**.



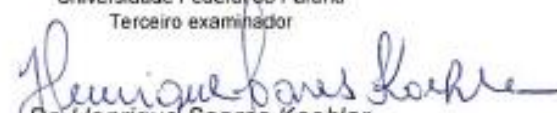
Dr. Gilson Fernandes da Silva
Universidade Federal do Espírito Santo
Primeiro examinador




Dr. Artur Loureiro da Fonseca Machado
Universidade Estadual do Centro-Oeste
Segundo examinador



Dr. Julio Eduardo Arce
Universidade Federal do Paraná
Terceiro examinador



Dr. Henrique Soares Koehler
Universidade Federal do Paraná
Quarto examinador



Dr. Afonso Figueiredo Filho
Universidade Federal do Paraná
Orientador e presidente da banca examinadora



Curitiba, 05 de março de 2015.



Antonio Carlos Batista
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal

BIOGRAFIA

RÔMULO MÔRA, filho de Jacinto Môra e Marlene Sesana Môra, nasceu em 23 de Fevereiro de 1987, no município de Linhares, no estado do Espírito Santo, Brasil.

Em 2004, ingressou na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), em Alegre-ES, graduando-se em Engenharia Florestal em fevereiro de 2009.

Em março de 2009, iniciou o curso de mestrado no Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Ciências Florestais, na linha de pesquisa Manejo Florestal, na Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro-ES, obtendo o título em fevereiro de 2011 com a tese "Influência da forma de ajuste e do comprimento das seções em funções de afilamento".

Em março de 2011, iniciou o curso de Doutorado em Engenharia Florestal no Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Engenharia Florestal, na linha de pesquisa Manejo Florestal, na Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, obtendo o título em março de 2015 com a tese "Funções de Afilamento de Forma Variável e Modelagem de Efeitos Mistos em Fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*".

Em outubro de 2011, foi aprovado em Concurso Público de Provas e Títulos para a carreira de docente de nível superior da Universidade Federal de Mato Grosso, na área de Experimentação e Biometria Florestal.

Atualmente é Docente do Departamento de Engenharia Florestal da Faculdade de Engenharia Florestal da Universidade Federal de Mato Grosso, lecionando disciplinas nas áreas de Experimentação e Biometria Florestal.

**Dedico aos meus pais
Marlene e Jacinto,
e a meu irmão Rodrigo**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por mais essa conquista, pelo propósito e dom da vida, por me orientar e guiar em todos os momentos e nunca desistir.

Ao meu orientador, professor Afonso Figueiredo Filho, pela sua amizade, por ter compartilhado comigo seu vasto conhecimento, por ter paciência e por sempre ter acreditado em mim e no trabalho proposto.

Ao meu coorientador professor Sebastião do Amaral do Machado, pela amizade e por ter compartilhando comigo seu conhecimento e seus ensinamentos.

Ao professor do departamento de estatística da UFPR, Walmes Zeviani, por ter contribuído de maneira significativa na parte de modelagem de efeitos mistos desse trabalho.

Aos professores da Banca Examinadora, Gilson Fernandes da Silva, Artur Lourival da Fonseca Machado, Julio Eduardo Arce e Henrique Soares Koehler pelas contribuições, fundamentais para a melhoria do trabalho.

Aos demais professores e funcionários do CIFLOMA e do Programa de Pós Graduação em Engenharia Florestal, em especial aos da área de Manejo Florestal.

A CAPES/REUNI pela concessão da bolsa de estudo nos anos iniciais.

Agradeço ao meu primo Reginaldo, sua esposa Simone e suas filhas Marjorie e Gioconda, que me acolheram tão bem em sua casa na minha ida para Curitiba, me fazendo sempre sentir-se em casa.

Aos professores do Departamento de Engenharia Florestal da UFMT por terem compreendido a necessidade do meu afastamento para término do Doutorado. E em especial aos professores Cyro Matheus Cometti Favalessa e Ronaldo Drescher por terem assumido funções administrativas e acadêmicas sob minha responsabilidade durante esse período.

Agradeço aos meus pais Jacinto Môra e Marlene Sesana Môra, e meu irmão Rodrigo Môra por sempre acreditarem em mim e me ajudarem nas conquistas dos meus ideais.

Aos meus companheiros de república: Pompeu, Rafael (Ipatinga), Paulo André, Rafael (Rasta), Ana Paula e Pedro pela amizade, momentos de descontração

e crescimento pessoal. Às amigas, Rafaella e Gabrielle, por me acolherem em sua casa sempre que precisei, pelas boas conversas e momentos vividos.

Aos amigos que fiz em Curitiba, Sintia, Fabiane, Antonio, Elaine Cristina, Jaçanan, Dagma, Tomaz, Rodrigo, Angelo, Luan e Aline pelos momentos compartilhados entre conversas, experiências e momentos de alegria:

Aos meus colegas do laboratório de Manejo de Nativas, do programa de pós-graduação em Engenharia Florestal e do programa de pós-graduação em Métodos Numéricos.

Agradeço aos meus avós, tios e tias, primos e primas por fazerem também parte dessa conquista.

Agradeço a todos, mesmo aqui não citados, que de alguma forma contribuíram para essa minha realização pessoal e profissional.

Obrigado!!!!

Compreendi que viver é ser livre
Que ter amigos é necessário
Que lutar é manter-se vivo
Que pra ser feliz basta querer
Aprendi que o tempo cura
Que mágoa passa
Que decepção não mata
Que hoje é reflexo de ontem
Compreendi que podemos chorar sem derramar lágrimas
Que um verdadeiro amigo permanece
Que dor fortalece
Que vencer engrandece
Aprendi que sonhar não é fantasiar
Que pra sorrir tem que fazer alguém sorrir
Que a beleza não está no que vemos, e sim no que sentimos
Que o valor está na força da conquista
Compreendi que as palavras têm força
Que fazer é melhor que falar
Que o olhar não mente
Que viver é aprender com os erros
Aprendi que tudo depende da vontade
Que o melhor é ser nós mesmos
Que o SEGREDO da vida é VIVER!!!

E umas das coisas que aprendi é que se deve viver apesar de. Apesar de, se deve comer. Apesar de, se deve amar. Apesar de, se deve morrer. Inclusive muitas vezes é o próprio apesar de que nos empurra para frente. Foi o apesar de que me deu uma angústia que insatisfeita foi criadora de minha própria vida.

(Clarice Lispector)

Embora isso possa parecer um paradoxo,
toda a ciência exata é dominada pela ideia
de aproximação.
(Bertrand Russell)

RESUMO

Neste estudo objetivou-se avaliar a eficiência de funções de afilamento de forma variável e os efeitos da aplicação de modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*. Os dados utilizados foram obtidos de plantios na região Centro-Oriental do estado do Paraná. Foram utilizados para o estudo 2252 fustes de *Pinus taeda* e 1027 fustes de *Eucalyptus saligna*, sendo uma parte para o ajuste e outra para validação dos modelos. A cubagem foi realizada, para ambas as espécies e consistiu em mensurar diâmetros nas alturas (h) absolutas 0,1; 0,3; 0,7 e 1,3 m e nas alturas relativas 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85 e 95% da altura total (H) em cada árvore. Para avaliar a acurácia das estimativas de diâmetro e volume, foram testados 43 modelos de afilamento, sendo 27 não segmentados (*NS*), 4 segmentados (*S*) e 12 de forma variável (*FV*), ajustados segundo técnica de regressão não linear (*nls*) em função da variável diâmetro (d). Os volumes foram calculados utilizando a fórmula de Smalian, somando-se os volumes parciais até o ponto de interesse. No primeiro momento seguiu-se a avaliação de todos os diâmetros do fuste em todas as alturas relativas e o volume total. Para avaliar melhor as estimativas das duas variáveis em estudo, o fuste foi dividido em três partes, de 0,1 m a 25% H (base), de 25 a 75% H (parte mediana) e de 75 a 95% H (ápice do fuste). A validação dos modelos foi feita pelo teste de Qui-quadrado com o uso dos coeficientes obtidos com os ajustes das funções. Os modelos com melhor performance *NS*, *S* e de *FV*, na avaliação de todos os diâmetros do fuste, foram selecionados para o ajuste segundo a técnica de modelagem de efeitos mistos não linear (*nlme*). Para avaliar diferentes cenários, utilizaram-se todas as combinações de 1, 2 ou 3 coeficientes aleatórios, estratificados por fuste para ambas espécies. As avaliações da acurácia das estimativas de diâmetro, sem estratificação e com estratificação e volume, total e parciais, ajustadas pela técnica *nls* e *nlme* foram feitas com as estatísticas $R^2(\%)$, $Syx(\%)$ e análise gráfica de resíduos. Outros critérios estatísticos complementares foram utilizados, V , MD , DPD , MSE , PVE e AIC . Os resultados confirmam que as equações de *FV* foram melhores no ajuste em relação as equações *S* e as duas tiveram melhor performance que as equações *NS* para os diâmetros e os volumes. Na avaliação das estimativas de diâmetro sem estratificação, as equações com melhores desempenhos foram Demaerschalk(e) (1973) (*NS*), Clark *et al.*(1991) (*S*) e Bi (2000) (*FV*). Na avaliação das estimativas de volume total, as equações com melhores desempenhos foram Demaerschalk (1972) para *Pinus* e Ormerod (1973) para *Eucalipto* e Clark *et al.*(1991) e Bi (2000) para ambas. Nas avaliações das estimativas estratificadas e dos volumes parciais pelo ajuste *nls*, as equações mais acuradas nem sempre foram às obtidas nos ajustes de todos diâmetros e volumes totais. Assim, equações de afilamento nem sempre estimam com a mesma acurácia todos os diâmetros e volumes ao longo do fuste. A avaliação das estimativas de diâmetro e volume para Demaerschalk(e) (1973), Clark *et al.*(1991) e Bi (2000) pela técnica *nlme* mostram que o uso de apenas um coeficiente aleatório melhora as estimativas, principalmente na parte média e apical do fuste, tanto para as avaliações não estratificadas como estratificadas. Pelos resultados obtidos, os modelos de *FV* foram melhores que os *NS* e *S* em todos os estudos. O modelo de Bi (*FV*) foi o melhor na maioria dos estudos. Os modelos de *FV* são melhores e fáceis de ajustar que os *S*. A técnica *nlme* melhora as estimativas das variáveis, em relação a técnica *nls*, principalmente na porção mediana e apical.

Palavras-chave: Modelos. Técnicas de Modelagem. Variáveis Dendrométricas.

ABSTRACT

This study aimed to evaluate the efficiency of variable-form taper functions and effects of the application of mixed-effects modeling to stems of *Pinus taeda* and *Eucalyptus saligna*. Data used were obtained from stand in the East-Central region of the Parana state. They were used in this research 2252 stems of *Pinus taeda* and 1027 stems of *Eucalyptus saligna*, being a part for the fitting and another one for model validations. The scaling was made, for both species, and consisted of measuring diameters at the absolute height (h): 0.1; 0.3; 0.7; 1.3 m and at relative heights: 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, and 95% of the total height (H) of each tree. To evaluate the accuracy of the estimates of diameter and volume they were tested 43 taper models, being 27 non-segmented (NS), 4 segmented (S) and 12 variable-form (FV), adjusted by non-linear regression (nls) as a function of the variable diameter (d). The volumes were calculated using Smalian formula adding the partial volumes up to the point of interest. Initially were evaluated all stem diameters at all relative height and the total volume. To better evaluate the estimates of the two variables studied, the stem was divided into three parts: from 0.1 m to 25% H (base), from 25% to 75% H (middle part) and from 75% to 95% H (stem top). The model validation was performed using the Chi-square test with the use of the coefficients obtained through on the fitting of the functions. The better performance model, NS , S and FV , in the evaluation of all stem diameters, were selected to the fitting according to the modeling technique of nonlinear mixed-effects ($nlme$). To evaluate different scenarios, were used all combinations of 1, 2 or 3 random coefficients, stratified by stem for both species. The evaluations of accuracy of the estimates of diameter without stratification and with stratification, and volume, total and partial, adjusted by the techniques nls and $nlme$, were made by the statistics $R^2(\%)$, $Syx(\%)$ and graphical analysis of residuals. Other complementary statistical criteria were used, V , MD , DPD , MSE , PVE and AIC . The results confirm that FV equations were better in relation to the S equations and the two had better performance than NS equations for diameters and volumes. In evaluating the diameter estimates without stratification, the better performance equations were Demaerschalk(e) (1973) (NS), Clark *et al.* (1991) (S) and Bi (2000) (FV). In evaluating the total volume estimates, the better performance equations were Demaerschalk (1972) to *Pinus* and Ormerod (1973) to *Eucalipto* and Clark *et al.* (1991) and Bi (2000) to both. In the evaluations of stratified estimates and partial volumes by nls fitting, the most accurate equations were not always the same obtained in the fitting of all diameters and total volumes. Thus, taper functions not always estimate with the same efficiency all diameters and partial volumes along the stem. The evaluation of the estimative of the diameter and volume by Demaerschalk(e) (1973), Clark *et al.* (1991) and Bi (2000) $nlme$ shows that the technique using only one random component improves the estimates, principally in middle and apical part of the stem, with and without stratification. The results show that the FV models were better than the NS and S in all studies. The Bi (FV) model was the best in most studies. The FV models are better and easy to fit than the S ones. The $nlme$ technique improves the estimates of the studied variables, in relation to nls technique, especially in the middle part and the apical parts.

Keywords: Models. Modeling Techniques. Dendrometric Variables.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	96
FIGURA 2 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	97
FIGURA 3 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	97
FIGURA 4 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	102
FIGURA 5 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	103
FIGURA 6 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	104
FIGURA 7 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	108
FIGURA 8 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	109
FIGURA 9 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	109
FIGURA 10 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	113

FIGURA 11 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	114
FIGURA 12 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	114
FIGURA 13 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	119
FIGURA 14 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	120
FIGURA 15 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H .	120
FIGURA 16 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	124
FIGURA 17 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	125
FIGURA 18 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	125
FIGURA 19 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	129
FIGURA 20 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	130
FIGURA 21 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H .	130
FIGURA 22 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	133
FIGURA 23 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	134

FIGURA 24 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	134
FIGURA 25 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).	139
FIGURA 26 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).	140
FIGURA 27 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	140
FIGURA 28 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	145
FIGURA 29 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	146
FIGURA 30 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	146
FIGURA 31 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	150
FIGURA 32 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	151
FIGURA 33 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	151
FIGURA 34 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	155
FIGURA 35 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	156

FIGURA 36 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES DE <i>FV</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm).....	156
FIGURA 37 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>NS</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	160
FIGURA 38 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>S</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	161
FIGURA 39 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES DE <i>FV</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	161
FIGURA 40 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>NS</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	164
FIGURA 41 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>S</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	165
FIGURA 42 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES DE <i>FV</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm).....	165
FIGURA 43 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>NS</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	168
FIGURA 44 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>S</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	169
FIGURA 45 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES DE <i>FV</i> PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	169
FIGURA 46 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>NS</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	172
FIGURA 47 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% <i>H</i> DAS EQUAÇÕES <i>S</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	173

FIGURA 48 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	173
FIGURA 49 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	176
FIGURA 50 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	178
FIGURA 51 – RESÍDUOS(%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	181
FIGURA 52 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	183
FIGURA 53 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	186
FIGURA 54 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	189
FIGURA 55 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	192
FIGURA 56 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus</i> <i>saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	194
FIGURA 57 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	196

FIGURA 58 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	198
FIGURA 59 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE h/H	200
FIGURA 60 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE h/H	202
FIGURA 61 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	205
FIGURA 62 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	207
FIGURA 63 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	209
FIGURA 64 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm)	212
FIGURA 65 - RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	215
FIGURA 66 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	218
FIGURA 67 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE DAP (cm).....	221

FIGURA 68– RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus</i> <i>saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	223
FIGURA 69 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	225
FIGURA 70 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	227
FIGURA 71 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	229
FIGURA 72– RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i> EM FUNÇÃO DE <i>DAP</i> (cm)	231

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – MODELOS DE AFILAMENTO NÃO SEGMENTADOS, SEGMENTADOS, FORMA VARIÁVEL E OUTROS MODELOS E MODELAGENS.....	48
TABELA 2 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DAS ÁRVORES DE <i>Eucalyptus saligna</i> POR CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA	69
TABELA 3 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DAS ÁRVORES DE <i>Pinus taeda</i> POR CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA.....	69
TABELA 4 – ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DO CONJUNTO DE DADOS PARA AJUSTE E VALIDAÇÃO DE <i>Pinus taeda</i> e <i>Eucalyptus saligna</i>	70
TABELA 5 – FUNÇÕES DE AFILAMENTO NÃO SEGMENTADAS E SEGMENTADAS.....	72
TABELA 6 – FUNÇÕES DE FORMA VARIÁVEL.....	75
TABELA 7 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS OBTIDOS NO AJUSTE DA VARIÁVEL F PARA <i>Pinus taeda</i> e <i>Eucalyptus saligna</i>	84
TABELA 8 – COEFICIENTES OBTIDOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA <i>Pinus taeda</i>	85
TABELA 9 – COEFICIENTES OBTIDOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	86
TABELA 10 – RESULTADOS DO TESTE DE VALIDAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA <i>Pinus taeda</i> e <i>Eucalyptus saligna</i>	89
TABELA 11 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA <i>Pinus taeda</i>	91
TABELA 12 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	99
TABELA 13 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 0,1 m A 25% H PARA <i>Pinus taeda</i>	106

TABELA 14 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 0,1 m A 25% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	111
TABELA 15 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 25 A 75% <i>H</i> PARA <i>Pinus taeda</i>	116
TABELA 16 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 25 A 75% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	122
TABELA 17 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 75 A 95% <i>H</i> PARA <i>Pinus taeda</i>	127
TABELA 18 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 75 A 95% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	131
TABELA 19 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES TOTAIS PARA <i>Pinus taeda</i>	136
TABELA 20 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES TOTAIS PARA <i>Eucalyptus saligna</i> .	142
TABELA 21 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 0,1 m A 25% <i>H</i> PARA <i>Pinus taeda</i>	148
TABELA 22 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 0,1 m A 25% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	152
TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 25 A 75% <i>H</i> PARA <i>Pinus taeda</i>	158
TABELA 24 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 25 A 75% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	162
TABELA 25 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 75 A 95% <i>H</i> PARA <i>Pinus taeda</i>	167

TABELA 26 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 75 A 95% <i>H</i> PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	170
TABELA 27 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHAK.73.E PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Pinus taeda</i>	175
TABELA 28 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHAK.73.E PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	177
TABELA 29 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE CLARK PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Pinus taeda</i>	179
TABELA 30 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE CLARK PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	182
TABELA 31 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE BI PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Pinus taeda</i>	184
TABELA 32 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE BI PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	187
TABELA 33 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> ...	191
TABELA 34 –ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE	

DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	193
TABELA 35 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i>	195
TABELA 36 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	197
TABELA 37 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i>	199
TABELA 38 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	201
TABELA 39 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i>	204
TABELA 40 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	206
TABELA 41 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Pinus taeda</i>	208
TABELA 42 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	210
TABELA 43 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Pinus taeda</i>	213

TABELA 44 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA <i>nls</i> E <i>nlme</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	216
TABELA 45 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i> ...	219
TABELA 46 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA O MODELO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	222
TABELA 47 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i>	224
TABELA 48 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES <i>Eucalyptus saligna</i>	226
TABELA 49 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Pinus taeda</i>	228
TABELA 50 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% <i>H</i> , DE 25 A 75% <i>H</i> , E DE 75 A 95% <i>H</i> PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA <i>Eucalyptus saligna</i>	230

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 OBJETIVO GERAL	27
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	27
2 REVISAO DE LITERATURA	28
2.1 PLANTIOS FLORESTAIS NO BRASIL	28
2.1.1 <i>Pinus taeda</i> L.	29
2.1.2 <i>Eucalyptus saligna</i> Sm.	30
2.2 FORMA E AFILAMENTO DO TRONCO	31
2.2.1 Bases teóricas para a forma e afilamento do fuste	33
2.2.1.1 Teoria nutricional	33
2.2.1.2 Teoria da condução da água	34
2.2.1.3 Teoria mecanicista	35
2.2.1.4 Teoria hormonal	36
2.2.2 Variáveis que afetam a forma do tronco	36
2.2.3 Forma e Afilamento do fuste	40
2.3 BREVE HISTÓRICO SOBRE FUNÇÕES DE AFILAMENTO	41
2.4 FUNÇÕES DE AFILAMENTO	45
2.4.1 Tipos de funções de afilamento	46
2.4.1.1 Modelos não segmentados	49
2.4.1.2 Modelos segmentados	52
2.4.1.3 Modelos de forma variável	54
2.4.1.4 Outros modelos de afilamento e modelagens	56
2.5 APLICAÇÃO DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS EM FUNÇÕES DE AFILAMENTO	56
2.5.1 Introdução a modelagem de efeito misto	56
2.5.2 Aplicação da modelagem de efeitos mistos em funções de afilamento	59
2.5.3 Estruturação dos modelos não lineares de efeitos mistos (<i>nlme</i>)	62
2.5.4 Aplicação da modelagem não linear de efeito misto	64
2.6 UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO E MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR NO BRASIL	65
3 MATERIAIS E MÉTODOS	68
3.1 ÁREA DE ESTUDO E DADOS	68

3.2 MODELOS DE AFILAMENTO TESTADOS	70
3.2.1 Modelos não segmentos e segmentados	71
3.2.2 Modelos de forma variável	74
3.3 CÁLCULO DAS ESTIMATIVAS DO VOLUME	76
3.4 ESTRATIFICAÇÃO DO FUSTE	76
3.5 METODOLOGIA DE AJUSTE, VALIDAÇÃO E AVALIAÇÃO DOS MODELOS ..	77
3.6 ESTUDO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO E VOLUME	80
3.7 APLICAÇÃO DA MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR (<i>nlme</i>) ...	81
3.7.1 Composição dos cenários de estudo	82
3.7.2 Metodologia de ajuste e avaliação das estimativas.....	82
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	84
4.1 AJUSTE E VALIDAÇÃO DOS MODELOS NÃO SEGMENTADOS, SEGMENTADOS E DE FORMA VARIÁVEL SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA O DIÂMETRO	84
4.2 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA MODELAGEM NÃO LINEAR (<i>nls</i>).....	90
4.2.1 Avaliação das estimativas de diâmetros sem estratificação.....	90
4.2.2 Avaliação das estimativas dos diâmetros de 0,1 m a 25% <i>H</i>	104
4.2.3 Avaliação das estimativas dos diâmetros de 25 a 75% <i>H</i>	115
4.2.4 Avaliação das estimativas de diâmetro de 75 a 95% <i>H</i>	125
4.3 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA MODELAGEM NÃO LINEAR (<i>nls</i>).....	135
4.3.1 Avaliação das estimativas de volume total	135
4.3.2 Avaliação das estimativas de volume de 0,1 m a 25% <i>H</i>	146
4.3.3 Avaliação das estimativas de volume de 25 a 75% <i>H</i>	157
4.3.4 Avaliação das estimativas de volume de 75 a 95% <i>H</i>	166
4.4 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA TÉCNICA DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR ESTRATIFICADOS POR ÁRVORE	174
4.4.1 Avaliação das estimativas de diâmetro sem estratificação.....	174
4.4.2 Avaliação das estimativas de diâmetro estratificadas de 0,1 m a 25% <i>H</i> , de 25 a 75% <i>H</i> e de 75 a 95% <i>H</i>	190
4.5 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA TÉCNICA DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR ESTRATIFICADOS POR ÁRVORE	203

4.5.1 Avaliação das estimativas de volume total	203
4.5.2 Avaliação das estimativas de volumes parciais de 0,1 m a 25% <i>H</i> , de 25 a 75% <i>H</i> e de 75 a 95% <i>H</i>	219
5 CONCLUSÕES	232
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	233
REFERÊNCIAS.....	234
APÊNDICES	251
APÊNDICE I	252
APÊNDICE II.....	252
APÊNDICE III.....	259
APÊNDICE IV	260
APÊNDICE V	262
APÊNDICE VI	266
APÊNDICE VII	267
APÊNDICE VIII	269

1 INTRODUÇÃO

Os maiores plantios comerciais florestais no Brasil são representados pelos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*. Eles respondem como principal fonte de matéria prima para as indústrias de celulose e papel, serrarias e plantas de carbonização. Isso garante, uma diminuição da pressão sobre as florestas nativas em determinadas regiões.

O processo de otimização nas fábricas, serrarias e plantas de carbonização, para volume ou biomassa florestal, junto com as informações sobre o estoque de crescimento (por meio de inventários florestais) e o potencial de crescimento são importantes fatores da produção florestal.

Quantificar os estoques florestais de forma acurada requer estudos recorrentes relacionados ao volume das árvores, seja de forma individual ou de todo o povoamento. Estudar os fustes individualmente também é um aspecto considerado para melhorar o rendimento da produção e aumento dos lucros por parte das empresas.

Na produção florestal, principalmente a de madeira serrada, visa-se sempre maximizar a produção, diminuindo o desperdício causado pela transformação, seja primária ou secundária da madeira.

A pesquisa e o desenvolvimento de técnicas de modelagem sobre povoamentos de *Pinus* e *Eucalyptus* se tornam cada vez mais importantes nos processos produtivos e para a economia.

Dentre as inúmeras técnicas, utilizadas no Brasil e no mundo, para obtenção de estimativas volumétricas, tem-se as funções de afilamento (*taper*) do fuste. Essas funções preveem o afilamento em termos de diâmetro à altura do peito (*DAP*) e altura, comercial ou total, e são ferramentas utilizadas por gestores florestais para fornecer informações exatas e oportunas sobre as intervenções no processo de crescimento da floresta (MUHAIRWE, 1999).

Essas funções, além de estimarem o volume parcial ou total de cada indivíduo, permitem estimar o diâmetro medido em qualquer altura do fuste, assim como alturas até quaisquer diâmetros. A principal aplicação de funções de afilamento é estimar o volume dos fustes das árvores em diferentes limites de comercialização e, obter

dentro desses limites, com exatidão, os volumes dos diferentes produtos finais, por exemplo, madeira serrada, celulose, entre outros.

Para garantir com maior eficiência a exatidão das estimativas das variáveis de povoamentos pelas funções, diversos tipos de modelos e técnicas de regressão têm sido aplicados aos dados de cubagem rigorosa, obtidos de inventários florestais.

A modelagem de afilamento das variáveis dendrométricas teve seu início na aplicação dos modelos de regressão linear simples, seguidos dos modelos não lineares.

Os primeiros modelos de afilamento utilizados foram os modelos não segmentados, que utilizam uma única equação para descrever o perfil do fuste. Mais tarde, com o advento dos computadores e *softwares* estatísticos, surgiram os modelos segmentados que diferiam dos primeiros pelo fato de poderem dividir a árvore em três ou mais segmentos com auxílio de pontos de inflexão.

Os modelos não segmentados são os menos flexíveis dentre os tipos de funções de afilamento. Eles são desenvolvidos com o conceito de que a forma do fuste corresponde a um único sólido ou tronco de sólido geométrico. Isso pode causar problemas em estimativas próximas à base e no ápice do fuste. Os modelos segmentados corrigem de certa forma o efeito na base e no ápice, mas apresentam o inconveniente de terem auxílio de restrições (pontos de inflexão) no ajuste dos modelos.

Para melhorar o desempenho das funções de afilamento quanto ao ajuste e a utilização de pontos de inflexão, Kozak (1988) introduziu os modelos de afilamento de forma variável, que utilizam modelos de regressão não segmentados que de forma implícita dividem a árvore em três segmentos, sem necessidade do auxílio de pontos de inflexão.

Uma nova abordagem no que diz respeito às funções de afilamento trata-se da técnica de modelagem de regressão de efeitos mistos não lineares aplicadas às funções de afilamento. Essa técnica estuda a variação de forma entre as árvores do estudo e dentro de cada árvore de modo a obter uma equação ajustada com valores médios e específicos por árvore.

As empresas de base florestal sempre requerem estimativas acuradas de seus volumes comerciais seja de madeira ou biomassa, tanto de árvores individuais como por unidade de área e do povoamento como um todo. Assim, a escolha de

modelos com estimativas mais acuradas é necessária. Para isso, estudar novas funções de afilamento ou outras técnicas de ajuste deve ser feita constantemente para os gêneros *Eucalyptus* e *Pinus* de modo a estabelecer a máxima utilização de seus fustes, diminuindo os desperdícios e elevando a maximização do volume comercial, gerando uma receita maior.

1.1 OBJETIVO GERAL

Testar funções de afilamento de forma variável em comparação com os modelos não segmentados e segmentados, examinando também o efeito da modelagem de efeitos mistos não linear (*nlme*) nesses modelos, visando melhorar as estimativas diamétricas e volumétricas na base, na porção central e no ápice do fuste dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Testar funções de afilamento de forma variável, comparando suas estimativas dendrométricas com as funções não segmentadas e segmentadas.
- ✓ Verificar o efeito da introdução de variáveis não tradicionais no ajuste dos modelos.
- ✓ Avaliar a acurácia das estimativas dos diâmetros e volumes totais.
- ✓ Avaliar a acurácia das estimativas de diâmetros e volumes estratificados nas porções do fuste de 0,1 m a 25%; de 25 a 75%; e de 75 a 95% da altura total.
- ✓ Examinar o efeito da modelagem de efeitos mistos não linear (*nlme*) nas estimativas de diâmetro e volume nas funções de afilamento não segmentadas (*NS*), segmentadas (*S*) e de forma variável (*FV*).

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 PLANTIOS FLORESTAIS NO BRASIL

As empresas de base florestal correspondem a uma fatia importante do PIB brasileiro. Essas empresas são detentoras dos maiores plantios renováveis do país, constituídos principalmente pelos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*.

Segundo a Indústria Brasileira de Árvores - IBA (2014), ano corrente 2013, os plantios renováveis do país correspondiam a 7,60 milhões de hectares, sendo 72,0% plantados com o gênero *Eucalyptus*, 20,7% com o gênero *Pinus* e 7,3% com outras espécies (Acácia, Teca, Seringueira e Paricá).

Dos 7,6 milhões de hectares plantados, 32% são utilizados no segmento de celulose e papel, 15% no segmento de siderurgia e carvão, 6% no segmento de painéis de madeira, 6% para investidores institucionais, 26% por produtores independentes e 15% para outros segmentos (IBA, 2014).

Os estados detentores dos maiores plantios florestais dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus* no Brasil são Minas Gerais (20,6%), São Paulo (16,2%), Paraná (12,2%), Mato Grosso do Sul (10,0%), Santa Catarina (9,2%), Bahia (9,0%), Rio Grande do Sul (6,8%) e Espírito Santo (3,2%), totalizando 87,2% do total de plantios do Brasil. Destas áreas plantadas o *Pinus* predomina nas regiões Sul e o *Eucalyptus* nas demais regiões (IBA, 2014).

A maior concentração de plantios florestais nas regiões sul e sudeste do país, justifica-se em função da localização das principais unidades industriais dos segmentos de celulose e papel, painéis de madeira industrializada, siderurgia a carvão vegetal e madeira mecanicamente processada (ABRAF, 2013).

O potencial do eucalipto como madeira serrada não é novidade. Dentre as espécies que mais se destacam para esta utilização estão os *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus saligna* (MULLER, 2013). Aspectos básicos, tanto de silvicultura como de tecnologia, estão se firmando, permitindo assim uma visão bastante otimista quanto à disseminação do uso da madeira desse gênero, seja para produção de volume para madeira serrada e carvão e biomassa para celulose e papel.

Espécies de *Pinus* são plantadas em todo o mundo e valorizadas por apresentarem madeira de cor clara, com fibras longas usadas para produção de celulose empregada na fabricação de papel de alta resistência para embalagens, papel de imprensa, entre outros, além de fornecer madeira para serraria, construção civil, movelaria, laminados, compensados, entre muitos outros. Algumas espécies apresentam potencial para extração de resina em escala comercial, apresentando ainda rusticidade e tolerância, possibilitando o plantio em solos marginais para a agricultura (SHIMIZU e MEDRADO, 2005).

Esse conjunto de informações orienta o grande interesse dos administradores ligados ao setor florestal para quantificar e prever, com confiabilidade o estoque de suas florestas. A quantificação do crescimento e da produção consiste em uma condição essencial para definir a utilização dos bens advindos da floresta, além de fornecer informações que subsidiam a tomada de decisões para a maioria das atividades ligadas ao setor florestal (ABREU, 2000).

2.1.1 *Pinus taeda* L.

Diversas espécies de coníferas foram introduzidas no sul do Brasil, por iniciativa tanto de empresas florestais na procura de novas fontes de matéria-prima para celulose e papel, como pelo extinto Instituto Nacional do Pinho, depois chamado, Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal – IBDF (SHIMIZU e HIGA, 1981).

A avaliação do comportamento dessas espécies por Golfari (1971), quanto à forma, incremento e produção, aliada ao estudo das analogias climáticas, resultou na primeira aproximação para a escolha das coníferas aptas para reflorestamento na região sul do país.

A Região Sul já possuía uma vocação madeireira baseada no Pinheiro do Paraná (*Araucaria angustifolia*) e outras madeiras nobres como canelais, imbuías, perobas e cedros. Essas madeiras foram exploradas por anos seguidos até chegarem ao esgotamento, passando a partir disso a serem protegidas por lei. Segundo Coelho (2010) o gênero *Pinus* veio como uma alternativa ao esgotamento da madeira nativa das espécies no sul do país. O uso do *Pinus* representou também uma forma de

minimizar a exploração de florestas nativas, constituindo-se em uma alternativa para gerar matéria prima florestal de forma renovável e com sustentabilidade.

Segundo Golfari (1971), entre as espécies com alto potencial para reflorestamento na Região Sul, o *Pinus taeda* L. destaca-se pelo seu elevado incremento volumétrico nas regiões mais frias do planalto sulino, além de apresentar um menor teor de resina em sua madeira, em comparação com o *Pinus elliottii* Engelm, constituindo-se em uma das espécies mais plantadas na região, pelos programas de reflorestamento incentivados pelo governo federal. Entretanto, a escolha da espécie constitui apenas um dos fatores que requerem um cuidadoso estudo para obter-se a máxima produtividade nos reflorestamentos; o outro fator se refere à utilização de sementes de origem geográfica mais adequada.

O *Pinus taeda* é uma das principais espécies de *Pinus* do sul dos Estados Unidos, cuja área de distribuição natural estende-se desde Nova Jersey em direção ao sul até a Flórida e ao oeste até Texas e Oklahoma. As observações de Hocker(1956) sugerem como fatores climáticos de maior importância para a distribuição natural da espécie a temperatura média, a intensidade e a frequência das precipitações no inverno e no verão, que são significativamente maiores dentro da área de ocorrência natural da espécie do que fora. Nas regiões em que não se observam esses requisitos a espécie não ocorre naturalmente e nem se desenvolve satisfatoriamente quando plantada.

O *Pinus taeda* é uma das espécies do gênero de maior desenvolvimento na Região Sul do Brasil, alcançando incrementos médios anuais (IMA) superiores a 40m³/ha/ano aos 18 anos e níveis de produtividade entre os maiores do mundo para a espécie (FERREIRA, 2005). Esses valores de crescimento são superiores aos encontrados nas plantações dos Estados Unidos, onde a média de crescimento é de 13,7 m³/ha/ano (ABRAF, 2012).

2.1.2 *Eucalyptus saligna* Sm.

O gênero *Eucalyptus* pertence à família Myrtaceae e conta com cerca de 600 espécies e grande número de variedades e híbridos. De acordo com Alzate (2004) de

todas as espécies existentes, apenas duas (*E. urophylla* e o *E. deglupta*) não têm origem australiana e as mais utilizadas no mundo são *E. grandis*, *E. camaldulensis*, *E. tereticornis*, *E. globulus*, *E. urophylla*, *E. viminalis*, *E. saligna* e *E. citriodora*.

Mora e Garcia (2000) informaram que os eucaliptos são árvores típicas de florestas altas, com 30 a 50 m de altura e de florestas abertas, com árvores de 10 a 25 m de altura e aproximadamente 30 a 40 espécies são arbustivas.

O *Eucalyptus saligna* ocupa de forma natural uma faixa costeira extensa da Austrália, porém descontínua e fragmentada. Os povoamentos que, no Sul, ocorrem a partir do nível do mar, vão subindo gradativamente até atingir a região Norte, com mais de 1000 m de altitude. O clima da área é temperado (ao sul) e subtropical (ao norte) e o regime de distribuição de chuvas varia desde o tipo uniforme ao tipo periódico. A espécie não tolera temperaturas elevadas, nem condições de seca pronunciadas. Por isso, na região subtropical norte, os povoamentos naturais ocorrem apenas nas montanhas, em razão de não suportarem o clima quente e a seca dos locais de baixa altitude (GONZAGA, 1983). No Brasil, as regiões de melhor desenvolvimento estão localizadas nos Estados de Minas Gerais, Espírito Santo, Bahia, São Paulo e Rio Grande do Sul.

Essa espécie pertence à seção Transversaria, que abrange também as espécies *Eucalyptus urophylla* e *Eucalyptus grandis* (PRYOR, 1976). Ela é muito utilizada para a produção de moirões, dormentes, madeira serrada e celulose para a fabricação de papel (FERREIRA *et al.*, 1997).

O *Eucalyptus saligna* é considerado uma das espécies mais versáteis e indicada para usos múltiplos, de plasticidade, adaptando-se a solos hidromórficos ou arenosos, em diferentes altitudes. Sua madeira é considerada medianamente leve e fácil de trabalhar em operações de usinagem, considerada de baixa estabilidade dimensional e de elevada permeabilidade (ALZATE, 2004).

2.2 FORMA E AFILAMENTO DO TRONCO

A forma e o afilamento do fuste de árvores têm sido estudados por mais de um século e ainda são temas de muitos estudos na pesquisa florestal. Há várias

razões possíveis para isso. Em primeiro lugar, nenhuma teoria desenvolvida explica adequadamente a variação de forma, tanto dentro como entre as árvores. Assim, não tem sido possível desenvolver uma função de afilamento satisfatória que consistentemente seja melhor para todas as dimensões estimadas nas árvores, para todas as espécies e uniformemente aceitável em uma ampla gama de condições geográficas (MUHAIRWE, 1993).

Embora os dois termos sejam usados alternadamente, a forma refere-se à forma geométrica do fuste (neiloide, parabolóide e cone), enquanto o afilamento refere-se à taxa de diminuição do diâmetro com o aumento da altura no tronco (NEWNHAM, 1992). Muhairwe (1993) corrobora os conceitos anteriores inferindo que afilamento da árvore é a taxa de diminuição ou estreitamento no diâmetro do fuste com aumento da altura. Esse autor ainda diz que duas seções de árvores de mesma forma podem ter afilamento diferente, assim como duas seções com diferentes formas podem ter o mesmo afilamento médio.

Gray (1956) diferenciou os conceitos de forma e afilamento quando ele apresentou as seguintes definições para cada uma: (i) forma representa a forma característica do sólido, tal como determinado pelo alcance de d na curva de diâmetro-altura para a forma de um sólido; (ii) taxa de afilamento é o estreitamento do diâmetro em relação ao aumento da altura de um sólido com uma determinada forma, tal como determinado pela curva de diâmetro-altura para a forma de um sólido.

De acordo com Gray (1956), a forma da árvore deve ser constante, enquanto o afilamento sofre variações por árvore. No entanto, ambos, afilamento e forma devem variar de acordo com a árvore. Isto é, a forma do perfil do fuste é a forma geométrica do tronco da árvore. Assim, o perfil pode ser regular como um sólido de revolução, ou, mais comumente ter forma irregular. A forma pode ser medida pelo fator de forma, tais como a relação entre o volume da árvore com o volume de um cilindro que tem área da seção transversal na base e altura iguais. Esta razão depende da espessura da casca e do afilamento do fuste. Quanto maior for o afilamento, menor será o fator de forma. O grau de afilamento depende do incremento do diâmetro em diferentes partes do fuste. Mesmo que uma árvore ou uma tora tenham um fator de forma estimado de 0,5 (igual ao de um parabolóide), essa conclusão que a forma é a de um parabolóide é injustificada, pois a forma é provavelmente irregular e não é constante ao longo de todo o tronco.

Árvores muitas vezes são consideradas compostas de três seções (SPURR 1952; HUSCH, 1963): a parte superior cônica (que inclui a copa), seções paraboloides abaixo da copa e a seção da base um neiloide. Dentro dessas seções, várias irregularidades ocorrem na forma das árvores. Estas são causadas principalmente por: (1) uma mudança abrupta de diâmetro em um nó; (2) uma deformidade após a lesão no câmbio; (3) uma mudança abrupta de diâmetro associado a uma podridão no centro; (4) um inchaço por oclusão de ramos; ou (5) a influência do inchamento de raízes, pilares, ou ranhuras no tronco. Estas irregularidades variam de acordo com a densidade nas parcelas, espécie, local, idade e outras variáveis (GRAY, 1956; LARSON, 1963).

2.2.1 Bases teóricas para a forma e afilamento do fuste

Na tentativa de explicar a variabilidade da forma da árvore, quatro teorias foram propostas (GRAY, 1956; LARSON, 1963, 1965 e ASSMANN, 1970): nutricional, condução de água, mecanicista e hormonal.

2.2.1.1 Teoria nutricional

A teoria nutricional teve sua proposta apresentada pela primeira vez em 1883 por Hartig (LARSON, 1963). Ele previu o crescimento do fuste em termos de um equilíbrio entre a transpiração e a assimilação. A transpiração foi assumida como sendo o principal fator que determina a quantidade de tecido de condução ou madeira juvenil. Portanto, uma árvore com altas taxas de transpiração produziria um fuste bem cônico com uma grande proporção de madeira juvenil para atender a essas taxas. À medida que a copa diminui, as exigências com a transpiração também decrescem, e tanto a quantidade total como a porcentagem de madeira inicial de incremento para o crescimento seria reduzida. Árvores suprimidas têm exigências extremamente baixas de transpiração, o que resulta em pouco ou nenhuma madeira juvenil na parte inferior

do fuste e, assim, tem menor afilamento. O desbaste aumenta a largura da copa, que por sua vez, aumenta a demanda de transpiração que, por conseguinte, aumenta o decréscimo do lenho juvenil e o afilamento. A poda diminui a largura da copa, e essa diminui as taxas de transpiração, diminuindo a quantidade de lenho juvenil e o afilamento.

2.2.1.2 Teoria da condução da água

Ao contrário de Hartig (1883) citado por Larson (1963), Jaccard (1912, 1919) citado por Larson (1963) manteve uma forte visão quantitativa e mecanicista sobre condução de água. O desenvolvimento da copa (isto é, os órgãos de transpiração e de absorção de luz), e raízes (isto é, os órgãos de absorção de água) foram considerados de forma relacionadas e proporcionais no crescimento dos fustes das árvores. O tamanho do tronco da árvore dessa forma influencia a condução de água. Isto significava que para um fuste cilíndrico seria necessário um equilíbrio no transporte de água entre a copa e as raízes. Esta teoria baseia-se no pressuposto de que o crescimento da área da seção transversal é uniforme sobre o tronco sem ramos. O inchamento da base é explicado em comparação com um sistema capilar. Essa teoria assume que qualquer expansão no tamanho da copa resulta no aumento do sistema radicular. Essas alterações no tamanho da copa resultam numa alteração na forma do fuste devido ao ajuste na área de condução de água em relação ao novo tamanho da copa. Esta teoria apresenta um problema para árvores que crescem em sítios de baixa capacidade produtiva. Nesses locais encontra-se uma proporção muito elevada de biomassa no sistema radicular em comparação com árvores que crescem em sítios bons (KRAMER e KOZLOWSKI, 1979), ainda que as árvores possam ter maior afilamento.

2.2.1.3 Teoria mecanicista

Metzger (1894) citado por Larson (1963), Gray (1956) e Wilson (1984), destacaram duas forças mecânicas que influenciam no tronco reto: 1) a força vertical que consiste no peso do próprio tronco mais o peso adicional da neve e do gelo, e 2) a força horizontal aplicada sobre o fuste pelo vento. Ao vento foi concedida a maior atenção no desenvolvimento da teoria, uma vez que este fator determina a forma e a distribuição do crescimento ao longo do fuste.

O peso do tronco e ramos contribuem para a forma do tronco (ou seja, o efeito do seu próprio peso). Com base na regra d^3 de Metzger (1894) citado por Larson (1963), que diz que o tamanho da copa está relacionado com diâmetro cúbico (d^3) (onde d é o diâmetro a uma distância h a partir da base do tronco), a forma de árvore deve seguir as leis estáticas uma vez que o tronco é o suporte da copa e deve resistir às forças externas aplicadas a ele. A dificuldade encontrada em todas as teorias de forma do fuste é a variação previsível na forma devido a componentes da madeira, idade da árvore, nutrição, abastecimento de água e de relações de pressão do câmbio (MUHAIRWE, 1993).

Gray (1956) demonstrou que as dimensões do tronco principal estão em conformidade com um parabolóide quadrático, d^2/h , onde h é a altura ao longo do fuste a partir do solo, e d é o diâmetro em h , em vez do parabolóide cúbico de Metzger (1894) citado por Larson (1963). Um tronco seria dessa forma consistente com as exigências mecânicas de uma árvore em relação, não só ao vento horizontal pressionando a copa, mas também a outras forças que atuam no fuste. A ancoragem do fuste foi sugerido como a possível causa do aumento da base. O vento foi tomado como sendo o principal fator que determina a forma e a distribuição de crescimento do tronco. De acordo com a teoria, o tronco tem igual resistência à flexão e a força do vento responsável pela ação de flexão é maior no centro de gravidade ou ponto médio da copa.

A forma do tronco ou seu afilamento é dependente de variações na altura total, bem como no diâmetro do tronco. Mudanças de densidade de plantio dentro de limites não costumam afetar o crescimento em altura, mas afetam o diâmetro. Assim, os impactos da densidade no afilamento causam mudança na relação diâmetro/altura.

Independentemente das complexidades e dos efeitos sutis do vento e luz sobre a relação diâmetro/altura, é evidente que a altura final da árvore resulta em variações nas parcelas tendo uma profunda influência sobre o afilamento nos fustes individuais das árvores (MUHAIRWE, 1993).

2.2.1.4 Teoria hormonal

De acordo com Larson (1963), a teoria nutricional é responsável por grande variação na forma do tronco, bem como a distribuição do lenho juvenil e lenho tardio nos anéis de crescimento. No entanto, vários estudos têm mostrado que os hormônios de crescimento de plantas (auxinas) produzidos nas áreas apicais das árvores, ativam o crescimento quando transportados para outras partes da planta. Além disso, o crescimento é conhecido por estagnar quando partes das árvores produtoras de hormônios são removidos (WILSON, 1984; LARSON, 1963). A teoria hormonal preenche as lacunas das outras teorias. A teoria de condução de água somente é segura para fustes ideais; a forma do fuste é explicada em uma base funcional, não do ponto de vista fisiológico. A teoria mecanicista é um conceito funcional também e, embora esta teoria interprete adequadamente a forma do fuste dentro de limites razoáveis, em nada fornece uma explicação fisiológica para os fatos observados. No entanto, a teoria hormonal por si só não pode explicar toda a forma de árvore e mudanças no afilamento, porque os hormônios apenas desempenham funções de regulação (MUHAIRWE, 1993).

2.2.2 Variáveis que afetam a forma do tronco

Entre as várias variáveis que afetam a forma do tronco têm-se:

a) Crescimento e espaçamento das árvores livres e/ou plantios

A forma do tronco de árvores livres de competição é diferente das árvores que sofrem com competição. Nas árvores livres, o fuste assume grande afilamento por

causa da copa em relação às árvores com condições de crescimento mais restritos (HÄRDTL, 1938).

A densidade do povoamento influencia significativamente a forma do fuste. Conforme Baldwin *et al.* (2000) é esperado que árvores plantadas em maiores espaçamentos iniciais apresentem fustes mais cônicos, em comparação com árvores sob espaçamentos mais reduzidos.

A forma das árvores cultivadas em talhões depende estreitamente da densidade da regeneração. O afilamento aproxima-se do ideal em árvores que crescem em áreas mais densas, mas excede o ótimo em árvores que crescem em espaçamentos menos adensados (BRAATHE, 1953 citado por LARSON, 1963). Árvores menos adensadas tendem a ter maior afilamento do que aquelas plantadas em espaçamentos menores, mas a forma do fuste estabiliza rapidamente com o aumento da idade (KLEM, 1952 citado por LARSON, 1963) e com o fechamento da copa (SATO *et al.*, 1955 citado por LARSON, 1963).

Ao considerar todas as variáveis associadas à densidade das áreas, continua a ser evidente que as árvores se tornam mais cilíndricas com o aumento da densidade e diminuição do comprimento da copa (KUNZE, 1921; GEVORKIANTZ e HOSLEY, 1929; VORREITER, 1937; HÄRDTL, 1938; BURGER, 1939, 1951; PECHMANN e SCHAILE, 1955; KOTZE, 1960; citados por LARSON, 1963).

b) Influência da copa

O afilamento do fuste diminui à medida que diminui o comprimento da copa. Espaçamentos mais amplos geram copas maiores e mais vigorosas. Uma copa longa e vigorosa exerce uma profunda influência sobre os padrões de crescimento da árvore e, conseqüentemente, na forma do tronco. Normalmente, as árvores jovens têm copas longas e um forte afilamento do fuste que é típico de árvores que crescem livres. A mudança no comprimento da copa e outros fatores associados resulta na diminuição do afilamento do fuste principal (LARSON, 1963).

Numerosos observadores verificaram que as árvores possuem um grande afilamento do fuste e que na parte inferior, mesmo quando livre de galhos, têm forma próxima da parte superior do fuste (SCHIFFEL, 1907; KUNZE, 1921; BELVEA, 1925; LAITAKARI, 1929; BADOUX, 1935; BURGER 1951, BRAATHE 1953; citados por LARSON, 1963).

c) Posição sociológica

O afilamento do fuste das árvores dominadas é menor que nas árvores dominantes. Gray (1943) explicou essa diferença sugerindo que a dominância é caracterizada pelo crescimento em diâmetro relativamente maior que o crescimento em altura. Árvores suprimidas possuem forma geralmente muito cilíndrica devido a uma forte redução do incremento na parte inferior do tronco e conseqüentemente um maior crescimento na parte superior do tronco (METZGER, 1893 citado por LARSON, 1963).

d) Idade

Com relação a idade, há uma tendência natural para a forma de árvore tornar-se mais cilíndrica com o aumento da idade (PRESSLER, 1864; METZGER, 1893; LÖNNROTH, 1925; JONSON 1927; LAPPI-SEPPÄLÄ 1936; BICKERSTAFF, 1946; FANTA, 1958, citados por LARSON, 1963). Em povoamentos jovens a mudança é rápida, mas com o avanço da idade dos povoamentos, a forma da árvore torna-se mais estável (VUOKILA, 1960 citado por LARSON 1963). Burger (1951) citado por Larson (1963) foi de opinião que o aumento do afilamento com a idade é devido a um aumento relativamente maior no crescimento em altura do que o crescimento de diâmetro. Essas relações foram estudados por Stoaite (1942) citado por Larson (1963), que mostrou que, com árvores de um mesmo *DAP* mas diferentes idades (ou diferentes idades e espaçamento), as árvores mais jovens teriam maior afilamento porque elas teriam menor tamanho. Em outras palavras, a diminuição do afilamento do fuste com a idade é principalmente um efeito aditivo de crescimento contínuo em altura. Árvores livres, por outro lado, tendem a superar a influência da idade e conservam o seu forte afilamento com o passar dos anos, desde que suas copas permaneçam vigorosas.

Há uma tendência natural do tronco das árvores se tornarem mais cilíndricos com o aumento da idade. Nas idades jovens a mudança da forma é bastante rápida, enquanto que nas idades avançadas a forma muda levemente. A taxa de mudança de forma da árvore devido à idade pode variar entre as diferentes classes de copas ou posições sociológicas dentro do mesmo povoamento (FRIEDL, 1989).

e) Poda ou desrama

A poda tem relação oposta ao desbaste quando fala-se em forma do fuste (BICKERSTAFF, 1946 citado por LARSON, 1963). Normalmente, a poda causa uma

redução de incremento na base do fuste e uma concentração de incremento nas partes superiores (LARSON, 1963).

A resposta da poda em árvores individuais é aparentemente bastante variável. Em todos os casos, o crescimento basal diminui, mas o crescimento de outras partes superiores do caule podem aumentar (PRESSLER, 1864; NÖRDLINGER, 1864; citados por LARSON, 1963), permanecer constante (HARTIG, 1872; LEHTPERE, 1957; citados por LARSON, 1963), ou diminuir (MARTS, 1949 citado por LARSON, 1963). Dessa forma, o afilamento do fuste pode estar relacionado com as diferenças na intensidade de poda, ou seja, com a severidade da poda (PRESSLER, 1872; LÜCKHOFF, 1949; YOUNG E KRAMER, 1952; citados por LARSON, 1963).

A poda inibe o crescimento na base do tronco e faz com que ocorra acréscimo do xilema na porção acima de onde ocorreu a poda, ou seja, na porção não desganhada. A poda tende a reduzir a conicidade do tronco, mas seu efeito depende da severidade e da época em que é aplicada e das características das copas das árvores (KOSLOWSKI, 1971).

f) Desbaste

Os tratamentos silviculturais podem influenciar a forma do fuste, na medida que esses tratamentos resultam em uma alteração do crescimento da copa que será refletido por uma variação concomitante na forma do fuste (LARSON, 1963). Quando o desbaste é pouco adensado, a competição entre as árvores dentro do povoamento diminui, o crescimento em diâmetro favorece o aumento do afilamento no fuste.

Flury (1903) citado por Larson (1963) ressaltou que o principal objetivo do desbaste, em adição ao aumento do crescimento e da produção, foi a melhoria e favorecimento do crescimento, em fustes saudáveis com forma do fuste adequada. Esse mesmo autor diz que quando se realiza desbastes leves, na maior parte das vezes, produzem árvores com menos galhos e fustes mais cilíndricos do que desbastes pesados, que tendem a aumentar a conicidade.

g) Sítio

Hartig (1871) citado por Larson (1963) sugeriu que o sítio, idade e plantio influenciam a forma do fuste por meio de seus efeitos sobre o desenvolvimento da copa, embora Hampel (1929) citado por Larson (1963) tenha afirmado que o tamanho da copa não era necessariamente o único diferencial para o afilamento entre sítios.

Pode se notar o efeito do afilamento no sítio quando comparam-se sítios de boa capacidade produtiva e sítios de baixa capacidade produtiva em que árvores em sítio ruim mostram um maior afilamento e formas menos desejáveis (METZGER, 1895; SCHMIED, 1918; LÖNNROTH, 1925; BURGER, 1931; BADOUX, 1935; citados por LARSON, 1963). Essas diferenças de forma podem ser vista através das relações de crescimento conhecidas que podem ser atribuídas ao local. Com a diminuição da qualidade do sítio, o crescimento em altura diminui para árvores de mesmo diâmetro, aumentando assim o afilamento do tronco (LAPPI-SEPPÄLÄ, 1929; BURGER, 1951; citados por LARSON, 1963). Figueiredo Filho (1991) também menciona que em sítios de baixa capacidade produtiva, o crescimento em altura para árvores de mesmo diâmetro é menor e como consequência o fuste é mais afilado.

2.2.3 Forma e Afilamento do fuste

A forma do fuste das árvores tem variações amplas. A taxa de diminuição do diâmetro do tronco, da base para o ápice é conhecida como afilamento (*tapering*) e depende da espécie, idade, tamanho da árvore e fatores associados ao manejo e as condições de sítio (CANCINO, 2006).

De acordo com as teorias desenvolvidas para explicar a forma do tronco das árvores, e que foram discutidas em detalhes por Larson (1963), para coníferas, pelo menos, todas as teorias concordam com certos aspectos da forma do fuste: (i) dentro da copa, a forma do tronco é geralmente cônica; (ii) na região da base da árvore, o tronco é representado por um neiloide; (iii) na parte principal do tronco, entre a seção final da base e a base da copa, o fuste é parabólico; (iv) a copa, especialmente o comprimento dessa variável, desempenha um papel decisivo na determinação da forma de tronco (NEWNHAM, 1992).

Embora um fuste não possa ser completamente descrito em termos matemáticos, é comum e conveniente supor que os segmentos do fuste de uma árvore sejam aproximados a vários sólidos ou troncos de sólidos geométricos. A porção inferior do fuste é assumida como um tronco de neiloide, a porção média como um tronco de paraboloide, e a porção superior como um tronco de cone (HUSCH *et al.*,

2003). Isto sugere que três modelos sejam necessários para descrever o afilamento da árvore, um modelo para a parte inferior, meio e parte superior do fuste. Estes três modelos podem ser unidos para formar um único modelo que pode ser analisado por técnicas de regressão. Técnicas para lidar com modelos de regressão deste tipo, chamados de modelos de regressão polinomial segmentadas, tiveram uma atenção considerável na literatura estatística, por exemplo, Fuller (1969), Gallant e Fuller, (1973) e Gallant (1974) e aplicados na área florestal por Max e Burkhart (1976), Demaerschalk e Kozak (1977), Cao *et al.* (1980), Parresol *et al.* (1987) e Clark III *et al.* (1991).

O afilamento é definido como a mudança de altura entre duas posições de medição divididas pela correspondente alteração no raio. Essa definição é idêntica com a definição matemática do declive. Definições similares de forma e afilamento foram usadas por Gray (1956), Newnham (1988) e outros autores (FORSLUND, 1991).

Nos estudos florestais, a forma do tronco tem como uma de suas funções fornecer informações para estimar o volume da árvore. No meio florestal, o estudo do afilamento pode ser realizado por meio de quatro abordagens. Dessas quatro, três são baseadas em relações simples: fatores de forma, derivados a partir da relação entre os volumes; quocientes de forma, obtidos a partir da razão entre diâmetros; e os pontos de forma, correspondente à razão entre as alturas. A outra linha é baseada em funções mais complexas, como as funções de afilamento (CANCINO, 2006).

2.3 BREVE HISTÓRICO SOBRE FUNÇÕES DE AFILAMENTO

A demanda por produtos florestais está em constante crescimento, enquanto as áreas para a produção estão diminuindo. Uma das soluções para esse fenômeno é o aumento da utilização dos fustes de árvores com alterações nos padrões comerciais. Esses padrões muitas vezes são expressos em termos de um diâmetro limite (diâmetro da ponta fina) no fuste (REED e GREEN, 1984).

No passado, quando os padrões comerciais eram relativamente estáveis, equações de volume de árvores individuais foram desenvolvidas para cada conjunto

de limites comerciais. Com a rápida mudança nos padrões, esta abordagem tornou-se impraticável, devido à maior necessidade de várias tabelas, bem como a falta de dados para a construção de tais tabelas. Um método então era necessário para que os volumes de árvores individuais pudessem ser estimados para todos os padrões comerciais (REED e GREEN, 1984).

Nos primórdios do estudo de volumetria, as tabelas de volume eram preparadas por meio de regressões de volume utilizando como variáveis independentes diâmetro, altura, e às vezes uma medida de forma. Quando várias unidades de medidas ou padrões alternativos de usos eram utilizadas para o fuste, a preparação de cada tabela requeria uma reformulação completa dos dados, e a mesma equação de regressão podia não ser igualmente adequada para volumes comerciais e totais. Os conjuntos resultantes de estimativas eram propensos a mostrar inconsistências, especialmente próximos às margens das tabelas, já que estes eram baseados no ajuste separado de equações de regressão mais ou menos empíricas (BRUCE *et al.*, 1968).

Os volumes totais das árvores comumente são estimados por meio de equações de volume. Essas equações preveem os volumes totais ou comerciais das árvores com base no diâmetro à altura do peito (*DAP*), ou seja, o volume de árvores da altura do toco a algum diâmetro superior ou limite de altura. Quando equações para diferentes volumes comerciais são ajustadas de forma independente, podem causar estimativas incompatíveis que são produzidas por diferentes volumes comerciais de um único tronco (CAO *et al.*, 1980).

Um número de diferentes tipos de equações de volume foi desenvolvido para prever o volume das árvores em diferentes regiões geográficas e tipos de floresta. A equação de Schumacher e Hall (1933), fator de forma constante (GEVORKIANTZ e OLSEN, 1955), variável combinada (SPURR, 1952; BURKHART, 1977) e não linear (MOSER e BEERS, 1969), são alguns exemplos.

Segundo Sharma e Oderwald (2001), a maioria das equações de volume foi desenvolvida pela combinação das variáveis de diversas maneiras e, em seguida, foram ajustados modelos de regressão para encontrar o melhor ajuste para variável dependente volume usando a técnica de mínimos quadrados ordinários (MMQO).

Segundo Cao *et al.* (1980), alguns estudos têm tentado definir a relação matemática entre *DAP*, altura total, diâmetro ou limite de altura no fuste, e volumes

comerciais e totais. Nesses estudos, desenvolveram-se os modelos de razão volumétrica que preveem a proporção do volume comercial a partir do volume total. O perfil do fuste afeta de forma significativa volumes comerciais e estudos sobre a forma da árvore têm introduzido as equações de afilamento que, quando integradas, podem ser usadas para prever o volume comercial de qualquer ponto do tronco da árvore.

Segundo Bruce *et al.* (1968), um dos métodos alternativos para construção de tabelas de volume consistia em ajustar uma curva ou uma equação que descrevia o perfil médio da árvore e utilizava as estimativas resultantes de diâmetros medidos no tronco para calcular os volumes das unidades desejadas. Tabelas, assim construídas, poderiam ser consistentes entre si, e outras podiam ser preparadas, conforme houvesse necessidade a partir das curvas de afilamento.

Com o advento dos computadores, a expressão matemática do volume da árvore pode ser melhor trabalhada, de modo que o volume pudesse ser obtido em função do *DAP* com casca e altura total e para qualquer altura do toco até o diâmetro desejado (HONER e SAYN-WITTGENSTEIN, 1963).

De acordo com Demaerschalk (1972), o modelo matemático do perfil do tronco pode ser integrado para obtenção do volume. Os diâmetros nas seções podem ser estimados em qualquer altura, bem como as alturas dos diâmetros em quaisquer seções. O volume disponível entre certas seções e usos também podem ser estimados.

Um método que tem sido usado para estimativas do volume, considerando a forma do fuste, envolve o desenvolvimento de funções de afilamento para prever o diâmetro em qualquer ponto do fuste da árvore. Essas equações podem ser integradas para encontrar o volume contido dentro de qualquer seção específica do fuste da árvore (KOZAK *et al.*, 1969, DEMAERSCHALK, 1973). Monserud (1981) e Bruce (1972) examinaram a equação de Behre e sua capacidade de estimar os volumes parciais de árvores pela integração. A abordagem desses autores foi semelhante à abordagem de proporção em volume na estimativa de volumes parciais para árvores individuais.

Os primeiros esforços para desenvolver funções de afilamento para descrever a relação entre o diâmetro e altura parecem ter se concentrado principalmente na parte comercial do tronco (geralmente abaixo da copa) e eram relativamente simples,

como as fórmulas de Höjer 1903 (BEHRE, 1923), Jonson 1910 e 1911 (BEHRE, 1923) e Behre (1923).

Gray (1956) demonstrou que a parte principal do perfil do tronco pode ser descrito por um parabolóide quadrático (duas das fórmulas habitualmente utilizadas para o cálculo do volume que assumem forma quadrática são Smalian e Huber). Além de ignorar o topo da árvore, muitas destas fórmulas não se encaixam bem na base.

Uma das dificuldades iniciais na utilização das funções de afilamento como abordado por Höjer em 1903, Jonson em 1910 e 1911 (citados por Behre (1923)) e Behre (1923) devia-se ao trabalho computacional envolvido no ajuste e o uso de muitas equações simplificadas, que por sua vez não descreviam de forma satisfatória a base e o ápice das árvores. Essas limitações começaram a ser superadas através da introdução do uso do computador eletrônico (BRUCE *et al.*, 1968)

A maioria, se não todos, os modelos de perfil do tronco chegam a uma forma de tronco média para todas as árvores em uma determinada população, quer usando métodos empíricos (um modelo de ajuste de dados de todas as árvores de amostra) ou defendendo uma forma particular como as hipóteses mecânicas ou biológicas. Esta abordagem não leva em conta mudanças nos perfis de árvores devido às condições do sítio em torno das árvores (NEWBERRY e BURKHART, 1986).

Nos estudos de utilização da madeira e do manejo mais intensivo das florestas, surgiu a necessidade de funções de afilamento com estimativas mais acuradas que descrevessem o perfil ao longo do tronco (NEWNHAM, 1992). Várias abordagens foram testadas. Uma delas, e talvez a mais lógica, é o desenvolvimento de uma função separada para cada porção do fuste, com a restrição de que as funções juntem-se suavemente em cada ponto de aderência como a função de Max e Burkhardt (1976). Outros investigadores utilizaram funções polinomiais individuais, incluindo seis ou mais termos nas equações de regressão e os termos com potências elevadas, como a potência 40 (BRUCE *et al.*, 1968), principalmente para assegurar bons resultados na base do fuste. Métodos mais sofisticados que têm sido tentados incluem a análise de componentes principais (FRIES, 1965; LIU e KEISTER, 1978), funções *splines* cúbicas (LIU, 1980), e o método de diâmetro no ponto de Ormerod (1986).

A partir do avanço das tecnologias e das dificuldades de ajuste dos modelos segmentados, Newnham (1988) e Kozak (1988) iniciaram os trabalhos com modelos de forma variável na década de 1980. Com base nessa ideia, desenvolveram uma

nova abordagem com uma função contínua que descreve a forma do fuste do solo ao topo usando um "expoente variável" para descrever o neiloide, parabolóide e formas cônicas do caule (Kozak, 1988). A principal vantagem das estimativas por esse sistema sobre os "modelos de afilamento segmentados" é que são geralmente muito mais fáceis de ajustar e fornecem melhores estimativas de diâmetro do solo até o topo da árvore (KOZAK, 2004).

Estudos, como os de Gregoire e Schabenberger (1996), Leites e Ronbinson (2004), Lejeune *et al.* (2009), Yang *et al.* (2009a), Cao e Wang (2011), Özçelik *et al.* (2011) demonstraram a utilização da técnica de modelagem de efeitos mistos não linear aplicada às funções de afilamento de maneira a estudar a interação das variáveis dendrométricas mensuradas nas seções da mesma árvore e entre as árvores do conjunto estudado.

No Brasil, a utilização dos modelos de forma variável e modelagem de efeito misto é recente, destacando-se Machado (2009) em sua tese de doutorado que utilizou o modelo de Bi (2000), Andrade (2014) que utilizou modelos de forma variável e o trabalho de Carvalho (2013) que utilizou a modelagem de efeitos mistos para estudar o perfil do fuste.

2.4 FUNÇÕES DE AFILAMENTO

As funções de afilamento têm sido um dos temas mais importantes de estudo em mensuração e manejo florestal por quase um século (FANG *et al.*, 1999). Muitas formas e tipos de modelos de perfil do tronco têm sido relatados e avaliados em relação à exatidão (STERBA, 1980).

Os modelos do perfil do tronco, conhecidos como funções de afilamento, são ferramentas úteis para estimar diâmetros de toras e volumes comerciais (SHARMA e ZHANG, 2004; TRINCADO e BURKHART, 2006).

Ao longo do século passado, a forma do fuste de muitas espécies de árvores tem sido estudada por investigadores na tentativa de explicar a forma do tronco das árvores (FIGUEIREDO FILHO *et al.*, 1996).

Segundo Newnham (1988), existem duas razões para a importância dessa área de estudo. Em primeiro lugar, nenhuma teoria foi desenvolvida, que explica de forma adequada toda a variedade das formas que as árvores podem assumir. Segundo, e mais importante do ponto de vista prático, uma função de afilamento é necessária para estimar o volume de árvores em pé para usos múltiplos, principalmente quando é necessário o planejamento dos melhores talhões para produção ou outros fins como informações sobre tamanhos de seções, os melhores diâmetros e comprimentos.

Ao utilizar o *DAP*, alturas totais das árvores e alturas seccionais até o ponto de medição como variáveis independentes, estas equações podem estimar (1) o diâmetro do tronco a qualquer altura (2), o volume total de tronco, (3) o volume comercial e altura comercial para qualquer diâmetro a qualquer altura acima do toco, e (4) os volumes individuais em qualquer parte, em qualquer altura a partir do solo (KOZAK, 2004).

2.4.1 Tipos de funções de afilamento

Numerosas funções de afilamento têm sido propostas na literatura, com várias formas e complexidades. Ambas as abordagens paramétricas e não paramétricas têm sido utilizadas para o desenvolvimento de modelos de afilamento. Modelos de afilamento paramétricos incluem várias funções lineares e não lineares que estimam o diâmetro, em qualquer ponto ao longo do fuste em função do *DAP* e, por vezes, outros preditores, variando entre polinômios simples, modelos de regressão não linear e multivariada (ROJO *et al.*, 2005).

Diferentes, mas complementares, sistemas foram usados para classificar as funções de afilamento. Esses sistemas podem ser divididos em: (i) equações compatíveis e não compatíveis de acordo com a sua compatibilidade com os modelos de volume (CAO *et al.*, 1980), (ii) equações não segmentadas e segmentadas, de acordo com o número de sub-funções (uma ou mais que uma), incluído o modelo de forma variável de Kozak (1988); (iii) polinomial simples, polinomial segmentado, potencial, exponencial, forma variável, trigonométricas, e modelos logarítmicos, de

acordo com a função matemática utilizada no modelo (CASTEDO-DORADO e ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, 2000; NOVO *et al.*, 2003); e (iv) polinomial simples, segmentado, e os modelos de forma variável (DIÉGUEZ-ARANDA *et al.*, 2006).

Outro sistema para classificação dos modelos de afilamento foi feito por Muhairwe (1993). Nesse sistema os modelos são divididos em dois grandes grupos: os estáticos e os dinâmicos. Um modelo de afilamento estático é um modelo que prediz o diâmetro ao longo do tronco de árvore em um determinado momento. Enquanto isso, a função de afilamento dinâmica é um modelo que prevê a mudança de diâmetro ao longo do tronco da árvore ao longo do tempo. As funções dinâmicas, por exemplo, seriam funções de afilamento cujos diâmetros estimados ao longo de fuste fossem consistentes com os padrões observados de crescimento em diâmetro. Essas funções podem ser ajustadas em dois estágios. No primeiro estágio, os parâmetros do modelo são estimados por árvore. Esses parâmetros então são relacionados com características da árvore ou do plantio no segundo estágio.

A literatura sobre modelagem de afilamento é caracterizada quase que predominantemente por modelos de afilamentos estáticos (por exemplo, Behre, 1923; Kozak *et al.*, 1969; Matte, 1949; Ormerod, 1973; Amidon, 1984; Walters e Hann, 1986). O afilamento de uma árvore pode ser caracterizado pelo diâmetro em pontos sucessivos ao longo do tronco. Se suficientes medições são tomadas, é possível desenvolver tabelas de afilamento médias que mostram o diâmetro estimado em alturas escolhidas ao longo do tronco (SPURR, 1952). Esses modelos tentam sempre representar a forma real das árvores, que podem ser utilizadas para o cálculo do volume.

As características desejáveis de qualquer função de afilamento são: a possibilidade de estimar o diâmetro na ponta de cada tora, a possibilidade de estimar diretamente a altura para qualquer diâmetro do fuste (útil para a determinação da altura comercial de um determinado diâmetro), e que a função de forma possa ser integrada, obtendo-se assim uma função compatível de volume. Se a segunda e terceira condições não forem cumpridas, passa-se a necessitar de procedimentos iterativos demorados. As equações de afilamento que não possuem integral definida como Kozak (1988) e Newnham (1992) podem ser utilizadas, se melhoradas as estimativas de volume. Munro e Demaerschalk (1974) discutiram as vantagens de funções de volume e afilamento compatíveis. A abordagem usual é a de desenvolver

uma função de afilamento primeiro e, em seguida, a função de volume. No entanto, alguns pesquisadores da área de modelagem (por exemplo, Demaerschalk 1973; Amateis e Burkhart 1988) avançaram na direção oposta derivando funções de afilamento das funções de volume existentes.

Para facilitar a apresentação dos modelos, esses foram divididos em quatro grandes grupos: Modelos não segmentados, modelos segmentados, modelos de forma variável e outros modelos e modelagens (TABELA 1).

TABELA 1 – MODELOS DE AFILAMENTO NÃO SEGMENTADOS, SEGMENTADOS, FORMA VARIÁVEL E OUTROS MODELOS E MODELAGENS

Modelos Não Segmentados	Modelos Segmentados	Modelos de Forma Variável	Outros modelos e modelagens (incluindo funções <i>splines</i> cúbicas, modelagem de efeito misto e análise de componentes principais)
Höjer (1903) Jonson (1911) Behre (1923) Matte (1949) Schöepfer (1966) Bruce <i>et al.</i> (1968) Kozak <i>et al.</i> (1969) Demaerschalk (1972) Demaerschalk (1973) Ormerod (1973) Goulding e Murray (1976) Hradetzky (1976) Amidon (1984) Biging (1984) Newberry e Burkhart (1986) Baldwin e Feducia (1991) Forslund (1991) Thomas e Parresol (1991) Sharma e Oderwald (2001) Benbrahim e Gavaland (2003)	Max e Burkhart (1976) Demaerschalk e Kozak (1977) Cao <i>et al.</i> (1980) Byrne e Reed (1986) Parresol <i>et al.</i> (1987) Clark III <i>et al.</i> (1991)	Kozak (1988) Perez <i>et al.</i> (1990) Newnham (1992) Kozak (1994) Kozak (1995) Muhairwe (1999) Zakrewski (1999) Bi (2000) Lee (2003) Kozak (2004)	Fries (1965) Kozak e Smith (1966) Kilkki <i>et al.</i> (1978) Liu e Keister (1978) Kilkki e Varmola (1979,1981) West <i>et al.</i> (1984) Ojansuu (1987) Real <i>et al.</i> (1989) Lindstrom e Bates (1990) Gregoire <i>et al.</i> (1995) Gregoire e Schabenberger (1996) Tasissa e Burkhart (1998) Valentine e Gregoire (2001) Garber e Maguire (2003) Leites e Ronbinson (2004) Trincado e Burkhart (2006) Jiang (2007) Trincado <i>et al.</i> (2007) Lejeune <i>et al.</i> (2009) Meng e Huang (2009) Sharma e Parton (2009) Yang <i>et al.</i> (2009a) Yang et a. (2009b) Özçelik <i>et al.</i> (2011) Cao e Wang (2011) de-Miguel <i>et al.</i> (2012)

Fonte: Adaptado de Muhairwe (1993)

2.4.1.1 Modelos não segmentados

Esses modelos descrevem a mudança de diâmetro do solo ao topo da árvore e são modelos relativamente fáceis de serem ajustados.

Desses, os primeiros modelos desenvolvidos e utilizados foram os polinômios de pequena ordem, em termos de altura relativa no fuste (ROJO *et al.*, 2005).

A primeira tentativa para expressar o afilamento das árvores por funções matemáticas começou com fórmulas relativamente simples, semelhantes a equação de afilamento proposta por Husch *et al.* (1982):

$$y = K\sqrt{x^r}$$

em que: y é o raio do fuste a uma distância x da ponta da árvore; K é uma constante para uma determinada forma (isto é, $K = \frac{R_b}{\sqrt{H^r}}$ em que R_b é o raio da base da árvore e H é altura total da árvore); e r é o expoente que muda a forma para diferentes sólidos geométricos. Quando r é 1, têm-se um paraboloide que é obtido pela rotação da curva desta equação em torno do eixo x , quando r é 2, tem-se um cone, quando r é 3, tem-se um neiloide e quando r é 0, têm-se um cilindro (HUSCH *et al.*, 2003). No entanto, as árvores raramente apresentam apenas uma dessas formas e sim uma combinação.

Em 1903, Höjer (citado por BEHRE, 1923) desenvolveu a primeira equação de afilamento, para expressar o diâmetro de uma árvore, em qualquer ponto do tronco com base nas medições de *Picea abies* (L.) Karst. A função foi assim escrita:

$$\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 * \log\left(\frac{\beta_1 + Z_{ij}}{\beta_1}\right) + \varepsilon_{ij}$$

em que d_{ij} é o diâmetro a uma altura h_{ij} acima do solo ou a uma distância t da ponta da árvore; $Z_{ij} = \left(1 - \frac{h_{ij}}{H_j}\right)$; D_j é DAP; H_j é altura total; β_0, β_1 são constantes; e ε_{ij} é o termo de erro aleatório.

Em 1910 e 1911 Jonson, trabalhando com a fórmula de Höjer, obteve bons resultados para os afilamentos das árvores da floresta, sendo utilizado como base para calcular tabelas de afilamento e índices cúbicos de árvores de todos os tamanhos. Jonson, no entanto, ao comparar os valores dados pela fórmula de Höjer com os reais afilamentos de “Scotch Pine”, observou uma considerável inclinação no ápice, que ele tentou corrigir com a introdução de uma chamada "constante biológica"

na equação de Höjer, reescrevendo o modelo da seguinte forma: $\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 * \log \frac{\beta_1 + Z_{ij} - 2,5}{\beta_1}$ para “Scotch Pine”. Apesar da introdução dessa constante na equação para “Scotch pine” melhorar os resultados à equação de Höjer, Jonson decidiu que o desvio não era tão grave, mas que as tabelas de volume originais seriam suficientemente acuradas para esta espécie, bem como para “Norway Spruce”.

Em 1923, Behre usou dados de “Pine Ponderosa” para verificar se a equação de Höjer (1903) poderia ser melhorada pela introdução de um novo termo, ou se uma equação diferente poderia ser encontrada para descrever a forma média do fuste das árvores. Como consequência desses estudos, uma nova equação foi desenvolvida, que descrevia a forma de maneira mais consistente. A equação hiperbólica em sua natureza, foi escrita da seguinte forma:

$$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left(\frac{Z_{ij}}{\beta_0 + \beta_1 Z_{ij}} \right) + \varepsilon_{ij}$$

em que as constantes β_0 e β_1 variam de acordo com o quociente de forma, mas em todos os casos $\beta_0 + \beta_1 = 1$. Concordância para a equação é indicada se um o gráfico de $\left(\frac{D^*t}{d} \right)$ em função de t produz uma linha reta. As constantes podem ser encontradas graficamente ou por meio do Método de Mínimos Quadrados Ordinários (MMQO).

Kozak *et al.* (1969) desenvolveram uma função de afilamento com base no pressuposto de que o fuste da árvore é um parabolóide quadrático. A equação baseia-se em um polinômio quadrático de segunda ordem:

$$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 + \beta_1 T_{ij} + \beta_2 T_{ij}^2 + \varepsilon_{ij}$$

sujeito à restrição de $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 = 0$, onde $T_{ij} = h_{ij}/H_j$; $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ são coeficientes; h_{ij} é a altura acima do solo em relação ao diâmetro (d_{ij}); e H_j é a altura total da árvore. Para algumas das espécies em que o modelo foi testado, “Abeto Sitka costeiro” e “Cedro Vermelho ocidental” em British Columbia (BC), foram obtidas estimativas negativas para diâmetros na parte superior do fuste. Para essas espécies, a seguinte função desenvolvida por Kozak *et al.* 1969 foi recomendada:

$$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_1 (1 - 2T_{ij} + T_{ij}^2) + \varepsilon_{ij}$$

Como algumas funções de afilamento eram inadequadas para descrever a área perto da base do tronco, polinômios de grau mais elevado foram utilizados para caracterizar corretamente a base (ROJO *et al.*, 2005). Alguns modelos como de Schöepfer (1966), Bruce *et al.* (1968) e Goulding e Murray (1976) utilizam polinômios de graus elevado para caracterizar o perfil do fuste.

Demaerschalk em 1972 e 1973 desenvolveu funções de afilamento a partir de sistemas integrados para estimativas volumétricas das quais as funções de afilamento são derivadas de equações de volume total baseadas no modelo de Schumacher e Hall (1933), modelo de Spurr (1952), no modelo de Honer (1965) e outras variações.

Muitos outros modelos de afilamento foram desenvolvidos com a finalidade de tornar mais exatas as estimativas das variáveis dendrométricas utilizadas no ajuste. Além dos já citados nesse item, têm-se como exemplo o modelo de Matte (1949), Ormerod (1973), Forslund (1982, 1991), Amidon (1984), Biging (1984), Newberry e Burkhart (1986), Baldwin e Feduccia (1991), Sharma e Oderwald (2001). Esses modelos apresentam como de costume nos modelos de afilamento a variável dependente sendo a relação (d/DAP) ou $(d/DAP)^2$ e a variável dependente representada pelas variáveis, h e H e suas derivações e relações.

Alguns autores, no entanto estão tentando introduzir novas variáveis ou formulações como variáveis dependentes e independentes nas funções de afilamento. Thomas e Parresol (1991) introduziram conceitos de trigonometria nas funções enquanto Benhabrim e Gavaland (2003) introduziram o diâmetro na base como variável independente no lugar do DAP no ajuste dos modelos.

Os mais antigos modelos e a maioria das funções de afilamento desenvolvidas até hoje pertencem à categoria de modelos de afilamento não segmentados (TABELA 1). No entanto, as previsões insatisfatórias algumas vezes geradas por esses modelos têm mantido muitos pesquisadores da área à procura de outros modelos para melhorar a previsão das variáveis. Isto levou ao desenvolvimento de modelos mais complexos, tais como os segmentados e os de forma variável (MUHAIRWE, 1993), e a utilização de outras técnicas de ajuste, além do MMQO.

2.4.1.2 Modelos segmentados

Grosenbaugh (1966) e outros pesquisadores dizem que o perfil pode ser mais facilmente modelado se o fuste for dividido em partes. Grosenbaugh observou que as árvores assumem um número infinito de formas e que era difícil desenvolver uma equação simples e exata para descrever o afilamento. A forma de um tronco de árvore não muda abruptamente de uma forma geométrica para o outro; é contínua, tal como reconhecido pelos estudiosos em afilamento como Kozak (1988) e Newnham (1988).

Kozak (1988) relatou que a principal dificuldade encontrada nos modelos não segmentados é o viés significativo na estimativa dos diâmetros próximos ao solo, bem como em algumas outras partes da árvore e que suas vantagens são: a facilidade de ajuste, a fácil integração para o cálculo de volume, e a facilidade de reorganizar o modelo para o cálculo da altura comercial.

Segundo Bi (2000), os pontos fracos compartilhados por muitas funções de afilamento são (1) a existência de um elevado grau de viés na predição do diâmetro sobre algumas porções do fuste, em particular a parte inferior (base) e a superior (ápice), apesar de o desvio total ser baixo, e (2) a incapacidade de levar em conta as diferenças na forma do fuste entre árvores.

A introdução dos computadores na pesquisa florestal no início de 1960 e o aumento da disponibilidade de *softwares* apropriados, juntamente com a falta de curvas de afilamento simples para traçar os vários pontos de inflexão ao longo do tronco ou os grandes erros nos ajustes da base ou ápice do fuste ou ambos, acarretou o desenvolvimento de funções de afilamento mais complexas ora denominadas segmentadas (MUHAIRWE, 1993).

Max e Burkhart (1976) introduziram os chamados modelos de afilamento segmentados para melhorar o fraco desempenho induzido pelo viés de modelos de afilamento não segmentados. Estes modelos usam diferentes sub-funções para várias partes do fuste, condicionados a juntar-se nos pontos de inflexão sem problemas.

Modelos de afilamento segmentados utilizam equações separadas para descrever cada um dos vários segmentos do tronco (MAX e BURKHART, 1976; CAO *et al.*, 1980; BYRNE e REED, 1986). Na maioria dos casos, os parâmetros dos modelos segmentados são difíceis de serem estimados e esses modelos nem sempre

permitem prever a altura de um determinado diâmetro (KOZAK, 1988; PEREZ *et al.*, 1990). Métodos iterativos devem ser usados para encontrar a altura comercial para um determinado diâmetro. Além disso, a maioria dos modelos de afilamento publicados na literatura requerem vários parâmetros a serem estimados (mais do que quatro) e envolvem diferentes limitações, tais como um diâmetro nulo na parte superior do fuste. Além disso, esses modelos têm sido utilizados sem testar a hipótese sobre a forma como os parâmetros e/ou as formas de equações adequam-se a forma do fuste (BENBRAHIM e GAVALAND, 2003).

Na abordagem das funções segmentadas, os sub-modelos são unidos de tal maneira que as derivadas de primeira ordem sejam iguais no ponto de interseção dos segmentos. Ormerod (1973), Max e Burkhardt (1976), Demaerschalk e Kozak (1977) e Brink e von Gadow (1986) utilizaram essa abordagem com sucesso. Kozak (1988) esclareceu que a vantagem dessa abordagem é que os diâmetros são previstos com menor viés do que pelas funções simples (não segmentadas) na maioria das partes do fuste. As desvantagens são que, na maioria dos casos, os parâmetros são difíceis de serem estimados e as fórmulas para o cálculo do volume e altura comercial são difíceis de serem obtidas ou inexistentes.

Estudos realizados por Cao *et al.* (1980), Martin (1981, 1984), Amidon (1984) e Walters e Hann (1986) e outros, têm demonstrado que as equações de afilamento complexas, tais como funções de afilamento segmentadas, proporcionam melhores ajustes do perfil do tronco do que os modelos de afilamento não segmentados, especialmente no volume na base do fuste.

Além de Max e Burkhardt (1976), outros estudiosos em afilamento do fuste desenvolveram outras funções segmentadas, como Demaerschalk e Kozak (1977), Cao *et al.* (1980), Parresol *et al.* (1987) e Clark III *et al.* (1991). Esses modelos apresentam como de costume a variável dependente sendo a relação (d/DAP) ou $(d/DAP)^2$ e as variáveis independentes representadas pelas variáveis, h e H e suas derivações e relações.

2.4.1.3 Modelos de forma variável

A ideia dos modelos de afilamento de forma variável também denominados expoente variável ou expoente forma variável consiste em um modelo único para descrever o afilamento das árvores assim como as funções não segmentadas. Porém a função de afilamento de forma variável descreve o afilamento do tronco como uma função contínua utilizando um expoente que varia para compensar as mudanças na formado tronco nas diferentes seções da árvore.

As primeiras funções desse grupo basearam-se nas funções de Forslund (1982), Reed e Byrne (1985) usando a função simples não segmentada de Ormerod (1973) e derivadas. As funções obtidas eram simples e variáveis e tentavam prever as mudanças na forma ao longo do fuste da árvore. A avaliação dessa função de afilamento mostrou que a curva de afilamento tendia a subestimar ligeiramente diâmetros na parte inferior do tronco e superestimar diâmetros na parte superior.

A utilização dos modelos não segmentados em função de potência para descrever a forma do perfil na base, na porção central, e seções superiores, como neiloide, paraboloide e cone, respectivamente, é bem conhecida. Newnham (1988) e Kozak (1988) estenderam o uso dessas funções nos modelos de forma variável, ao permitir que o expoente da função de potência também fosse uma função própria de potência, criando, assim, uma forma contínua no tronco.

Essa abordagem introduzida por Newnham (1988, 1992) e Kozak (1988, 1997) utiliza uma única função contínua como uma base e um expoente, que corresponde a função de potência, que muda ao longo do fuste para descrever a mudança contínua na forma do solo até o ápice. Tal função de potência elimina a necessidade de desenvolver funções de afilamento segmentadas para diferentes partes do fuste, a fim de reduzir o viés. O expoente também pode ser especificado para mudar com diâmetro à altura do peito e a altura das árvores para estabelecer as diferenças de forma entre árvores. Em comparação com outras abordagens, tais como o sistema de Demaerschalk e Kozak (1977) e a função polinomial segmentada de Max e Burkhart (1976), esta abordagem tem o menor grau de viés e maior acurácia nas previsões de afilamento (NEWNHAM, 1988, 1992; KOZAK, 1988; PEREZ *et al.*, 1990; MUHAIRWE, 1999).

A abordagem das funções de forma variável é baseada na suposição de que a forma do fuste varia continuamente ao longo do comprimento de uma árvore (LEE *et al.*, 2003).

As abordagens de Newnham (1988) e Kozak (1988) baseiam-se no pressuposto de que, a forma do fuste de uma árvore (isto é, a forma geométrica) varia continuamente ao longo do tronco. O contorno ou a forma de qualquer sólido de revolução pode ser descrito por uma função.

Newnham (1988) estudou a seguinte relação:

$$Y^k = gX$$

Em que Y é o diâmetro do sólido na altura X (medidos em unidades comuns) e g é uma constante que depende das unidades utilizadas para Y e X . O valor k varia de acordo com a forma dos sólidos, sendo 1 para cone, 2 para parabolóide quadrático, e $2/3$ para neiloide. Newnham (1988) assumiu que, ao invés de ter um valor fixo no interior de cada seção do fuste, k iria variar continuamente com a altura. Tomando logaritmos de ambos os lados e transpondo k , esse pode ser calculado em qualquer ponto a partir da relação de $\ln(X)/\ln(Y)$. Newnham (1988) desenvolveu equações de regressão que descrevem a relação entre k e altura relativa.

Kozak (1988) realizou abordagem semelhante, exceto que ele estudou a relação:

$$Y = gX^c$$

em que c é, na verdade, $1/k$.

Ambos os modelos, de Newnham (1988) e de Kozak (1988), incluem a razão D/H (em que D é o DAP e H representa a altura total) nas suas funções, numa tentativa de descrever que a variação da forma do fuste é causada por variações no comprimento relativo da copa. A razão de copa teria sido uma variável mais lógica, mas muitas vezes não está disponível, enquanto D e H são comumente medidos. D/H está intimamente correlacionado com a relação da copa e incluindo-a de alguma forma nas regressões para estimar k , Newnham (1988) descobriu que o coeficiente de correlação múltipla, R^2 , poderia ser aumentado em até 10%.

Há também modelos construídos com base em princípios trigonométricos, com duas características que indicam como as funções trigonométricas podem fornecer modelos acurados para o perfil tronco: (1) a analogia entre as funções trigonométricas no círculo unitário e os pontos de diâmetro relativo e altura relativa que são apresentados em muitas funções de afilamento e (2) as funções

trigonométricas podem ser expressas como a série de polinômios de Taylor de ordem alta (Thomas e Parresol, 1991).

2.4.1.4 Outros modelos de afilamento e modelagens

Outras abordagens utilizadas para afilamento das árvores e descrição da forma incluem o uso de técnicas estatísticas multivariadas, equações simultâneas, funções *splines* cúbicas, modelos lineares e não lineares mistos, coordenadas polares, e modelos desenvolvidos a partir de funções de crescimento (MUHAIRWE, 1993).

2.5 APLICAÇÃO DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS EM FUNÇÕES DE AFILAMENTO

2.5.1 Introdução a modelagem de efeito misto

O banco de dados utilizados em funções de afilamento consiste de várias medições de diâmetro e alturas no mesmo fuste, constituindo medidas repetidas nos fustes analisados. Lima (1996), assim como Vonesh e Chinchilli (1997), Littell et al. (1998), dentre outros, relataram que a análise de dados com medidas repetidas vão desde a técnica análise de variância uni e multivariada, até a modelagem de efeitos mistos em modelos lineares e não lineares, com modelagem de covariâncias.

A modelagem de efeito misto é uma técnica de modelagem caracterizada por utilizar tantos parâmetros de efeitos fixos como aleatórios em dados com medidas repetidas, tanto em modelos lineares ou não lineares, dependendo do estudo de interesse. De acordo com Schabenberger e Pierce (2002) esta técnica deve ser utilizada quando se tem um conjunto de dados que está agrupado ou que de outra

forma necessita da inclusão de efeitos aleatórios que não têm necessariamente uma função linear média.

No caso de fustes de árvores, os modelos de efeitos mistos contêm parâmetros de efeitos fixos que são comuns a todas as árvores da amostra e os parâmetros de efeitos aleatórios que são específicos para cada árvore individual (CAO e WANG, 2011).

As previsões baseadas em modelos que predizem diretamente a média da população (média marginal) são chamadas previsões marginais, e geralmente são produzidos por meio de modelos de efeitos fixos (também chamados de modelos marginais). As previsões com base em modelos condicionais, isto é, modelos de efeitos mistos com determinados valores de parâmetros aleatórios, são chamados de previsões condicionais (MCCULLOCH e SEARLE, 2001).

Segundo Pinheiro (1994), os modelos mistos têm sido um tema de crescente interesse em Estatística nos últimos cinquenta anos, pois possibilitam a modelagem de correlação intra-indivíduo, muitas vezes presente em dados agrupados, como dados de afilamento. Observações feitas no mesmo indivíduo não podem ser consideradas não correlacionadas e os modelos lineares mistos constituem uma ferramenta conveniente para modelar essa dependência entre indivíduos.

Os modelos lineares mistos apresentam três aspectos fundamentais: estimação e teste de hipóteses sobre os parâmetros de efeito fixo, predição dos parâmetros de efeito aleatório e estimação dos componentes de variância (PERRI *et al.*, 1999). Segundo Camarinha Filho (2002), o sucesso do procedimento de modelagem está fortemente associado ao exame dos efeitos aleatórios e à possibilidade de se introduzir, no modelo, estruturas de variâncias e covariâncias.

Essa técnica pode ser subdividida no uso de modelos não lineares de efeitos mistos (*nlme*) aplicados quando funções não lineares médias são aplicadas a dados agrupados; ou modelos lineares generalizados mistos (*lme*) aplicados quando os dados agrupados são modelados de forma que a resposta (condicional) tem uma distribuição na família das exponenciais (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002).

Há muito mais semelhanças do que diferenças entre os modelos ajustados por *lme* e *nlme*. Ambos os modelos são usados com dados agrupados e têm a mesma finalidade: descrever uma variável resposta em função de covariáveis, tendo em conta a correlação entre as observações no mesmo grupo. Os efeitos aleatórios são usados

para representar dependência dentro do grupo, tanto na técnica *nlme* e *lme*, e as suposições sobre os efeitos aleatórios e os erros dentro do grupo são idênticos nas duas modelagens (PINHEIRO e BATES, 2000).

Modelos de efeitos mistos não lineares estendem o estudo dos modelos lineares de efeitos mistos, permitindo que a função de regressão dependa não linearmente dos efeitos fixos e aleatórios. Devido à sua maior flexibilidade, a modelagem *nlme* é geralmente mais interpretável e parcimoniosa do que a modelagem *lme* concorrente na forma empírica, por exemplo, uma função polinomial. Além disso, as previsões obtidas a partir *nlme* são mais confiáveis fora do intervalo observado dos dados (PINHEIRO e BATES, 2000).

A modelagem *nlme* tem a vantagem de permitir a modelagem da matriz de covariâncias dos dados correlacionados. Há dois componentes na matriz de covariâncias da variável resposta: o componente de efeitos aleatórios e o componente intra-indivíduo (por exemplo, as árvores). Ambos os componentes podem ser usados para modelar heteroscedasticidade e autocorrelação de um modelo de efeitos mistos, mas há um “*trade-off*” entre as complexidades dos dois componentes, como observado por Pinheiro e Bates (2002). Jones (1990) observou que a modelagem da estrutura de covariâncias direta ou indiretamente por meio de parâmetros aleatórios muitas vezes é igualmente eficaz na contabilização para a correlação intra-indivíduo entre as medições. O sucesso de modelos não lineares de efeitos mistos em lidar com autocorrelações para dados longitudinais foi demonstrado em outros estudos (TASSISSA e BURKHART, 1998; FANG e BAILEY, 2001; GARBER e MAGUIRE, 2003; TRINCADO e BURKHART, 2006).

A escolha da melhor estrutura da matriz de covariâncias visa obter um estrutura parcimoniosa, que explique bem a variabilidade dos dados nas diversas ocasiões e a correlação entre essas medidas, com um número pequeno de parâmetros, o que pode melhorar a eficiência das inferências feitas sobre os parâmetros do modelo proposto para os valores médios nas diversas ocasiões (BARBOSA, 2009).

2.5.2 Aplicação da modelagem de efeitos mistos em funções de afilamento

Desde a introdução de métodos de regressão no meio florestal há mais de 70 anos, tem sido comum ajustar modelos de regressão para prever o volume do tronco das árvores em pé. Diferenças morfológicas entre as espécies e até mesmo diferenças intra-específicas causadas por variação fisiológica e geográfica, climáticas e outros efeitos em geral exigem que diferentes equações sejam usadas ou, pelo menos, que uma função especial seja instalada separadamente para dados de cada população regional de espécies de árvores para que, eventualmente, sejam utilizadas com a finalidade de previsão de volume. O volume de interesse pode incluir a casca (volume com casca) ou não (volume sem casca), e isso pode incluir todo o fuste ou somente a parte dele entre o nível de toco e um ponto estipulado no tronco (GREGOIRE *et al.*, 1986).

O conhecimento do afilamento do tronco é de grande valor para o seccionamento das toras porque afeta o grau de rendimento. Além disso, o desenvolvimento de modelos matemáticos que predizem o afilamento do tronco dá-se a partir de (1) covariáveis de nível de árvore, como *DAP*, altura e comprimento da copa, e (2) atributos disponíveis que são avaliados em mapas florestais. Para o nível de árvore, vários modelos têm sido propostos, com mais ou menos detalhes de modo a avaliar a generalidade das funções de afilamento, bem como o efeito de diversos atributos de árvore na variação de afilamento. Porém, faltam estudos investigando a simplificação das equações de afilamento para facilitar a quantificação dos atributos em nível de parcela para o estudo da forma (LEJEUNE *et al.*, 2009).

Dados necessários para ajuste de equações de afilamento são em sua maioria hierárquicos, com várias medições ao longo do tronco tomadas em cada árvore da amostra (LEITES e ROBINSON, 2004). Assim, dentro de cada árvore, observações são susceptíveis de serem correlacionadas em função das distâncias entre as medições (TASSISSA e BURKHART, 1998). Isso viola a suposição de independência exigida pelo método dos mínimos quadrados não lineares, resultando em estimativas tendenciosas e inconsistentes das variações dos parâmetros, embora as estimativas dos parâmetros ainda sejam imparciais (WEST *et al.*, 1984).

Embora a literatura estatística sobre a análise adequada de dados repetidos esteja disponível, a estrutura de erro mais complicada deste tipo de dados muitas vezes tem sido ignorada na Engenharia Florestal (GREGOIRE *et al.*, 1995; GARBER e MAGUIRE, 2003). A maioria dos pesquisadores que desenvolvem modelos de afilamento usa geralmente a técnica de mínimos quadrados não lineares (*nls*) com os dados obtidos a partir de análise de tronco. No entanto, os dados da análise-tronco não são independentes e identicamente distribuídos, especialmente aqueles tomados na mesma árvore amostra (ÖZÇELİK *et al.*, 2011).

Para explicar a correlação entre as observações no mesmo nível hierárquico, os modelos mistos com sítio, parcelas e parâmetros aleatórios específicos de árvores, têm sido propostos na literatura (BIGING, 1985; GREGOIRE, 1987; LAPPI, 1986). Quando os modelos de efeitos fixos são ajustados a esses tipos de conjuntos de dados, estimativas da significância estatística dos parâmetros são tendenciosas (MCCULLOCH e SEARLE, 2001). Modelos de efeitos fixos resultam em piores estimativas em relação aos modelos de efeitos mistos quando o objetivo é fazer inferências sobre a população. Além disso, modelos de efeitos mistos permitem ao usuário calibrar o modelo para um sítio específico, para plantios ou árvores. Devido a isso, muitas vezes os modelos de efeitos mistos devam ser usados como tipo de modelo básico na modelagem de crescimento e rendimento.

A modelagem de afilamento vem sendo realizada tanto com efeitos fixos quanto efeitos mistos (CAO e WANG, 2011). Várias vantagens conferem um interesse especial para a abordagem de efeitos mistos: (i) a capacidade de levar em conta a correlação devido à estrutura de dados agrupados (várias medições numa árvore), levando à inferência imparcial, (ii) a capacidade de separar a variância total entre e dentro de árvores considerando o efeito árvores, e (iii) a possibilidade de calibrar o modelo para cada árvore (LAPPI, 1986; PINHEIRO e BATES, 2002).

Uma pesquisa recente não se concentra apenas no desenvolvimento de novos modelos de forma, mas também no desenvolvimento de abordagens para explicar a variabilidade observada entre árvores na forma do fuste (TRINCADO e BURKHART, 2006). A modelagem não linear de efeitos mistos para afilamento das árvores são desenvolvimentos relativamente recentes na Engenharia Florestal (GREGOIRE e SCHABENBERGER, 1996; TASSISA e BURKHART, 1998; VALENTINE e GREGOIRE, 2001; GARBER e MAGUIRE, 2003; LEITES e

ROBINSON, 2004; TRINCADO e BURKHART, 2006; MENG e HUANG, 2009; SHARMA e PARTON, 2009; YANG *et al.*, 2009a, b; ÖZÇELİK *et al.*, 2011). Em contraste com a regressão tradicional, modelagem de efeitos mistos permitem tanto modelos específicos da população como modelos específicos em nível de árvore. Um modelo específico da população considera os parâmetros de efeitos fixos somente e um modelo específico ao nível de árvore considera os parâmetros de efeitos fixos e aleatórios (LEITES e ROBINSON, 2004; TRINCADO *et al.*, 2007). Parâmetros de efeitos fixos são uma resposta média da população comum a todas as árvores e os parâmetros de efeitos aleatórios são uma resposta específica para cada árvore (SHARMA e PARTON, 2009).

Na modelagem de efeitos mistos, estudos têm considerado o ajuste de um único modelo como os de forma variável (LEJEUNE *et al.*, 2009; YANG *et al.*, 2009). Nos estudos de Leites e Robinson (2004), Trincado e Burkhart (2006), Cao (2009), Brooks *et al.* (2008), Özçelik *et al.* (2011), e Cao e Wang (2011) utiliza-se o modelo segmentado de Max e Burkhart (1976). Portanto, uma comparação sistemática dos tipos de modelo de afilamento utilizando abordagens tanto fixa (ajustes tradicionais de modelos segmentados ou de forma variável) quanto aleatória (modelos segmentados ou não segmentados ajustados segundo modelagem de efeitos mistos) precisa ainda ter um estudo mais aprofundado.

A parte fixa das equações ajustadas pela modelagem *nlme* pode ser viesado se o modelo for não linear em relação aos efeitos aleatórios. Essa parte fixa representa as previsões marginais quando se ajusta modelos não lineares de efeitos mistos. No entanto, as previsões marginais podem ser calculadas a partir de modelos de efeitos mistos, tendo a previsão média sobre a distribuição multinormal de efeitos aleatórios. Dessa forma, mais estudos sobre a utilização da abordagem de efeitos mistos de modelagem não linear permanece praticamente inexplorada, não só na área de afilamento do tronco ou função de perfil, mas também em outras áreas de modelagem florestal (de-MIGUEL *et al.*, 2012).

Como um dos principais objetivos do modelo de afilamento é prever diâmetros não medidos ao longo do tronco das árvores, uma característica importante, em comparação com a regressão não linear, é que os modelos de efeitos mistos permitem tanto uma resposta média (parâmetros de efeitos fixos apenas) quanto resposta calibrada (parâmetros de efeitos aleatórios e fixos). Estes atributos fazem dos

modelos de efeitos mistos mais eficientes quando uma previsão para nova árvore é necessária e a informação prévia está disponível. O processo de calibração pode aumentar a capacidade de previsão de um modelo de afilamento e, possivelmente, eliminar a necessidade de variáveis de previsão adicional (TRINCADO *et al.*, 2007).

2.5.3 Estruturação dos modelos não lineares de efeitos mistos (*nlme*)

Os modelos não lineares de efeitos mistos contêm ambos os coeficientes de efeitos fixos comuns a todos os indivíduos e os coeficientes de efeitos aleatórios específicos para cada indivíduo. Ao utilizar a abordagem de efeitos mistos não lineares, as funções de afilamento têm uma expressão genérica assim definida:

$$d_{ij} = f(x_{ij}, \tilde{\varphi}_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, R_j)$$

em que: d_{ij} é o vetor ($n_{ij} \times 1$) dos i diâmetros mensurados na árvore j ; $f(.)$ é a função não linear; x_{ij} é a matriz ($n_{ij} \times s_1$) de covariáveis relativos aos i diâmetros mensurados nas árvores j ; $\tilde{\varphi}_{ij}$ é o vetor ($s_1 \times 1$) de parâmetros, que podem consistir em apenas parâmetros de efeitos fixos ou parâmetros de efeitos aleatórios e parâmetros de efeitos fixos; ε_{ij} é o vetor ($n_{ij} \times 1$) de erro aleatórios; e R_j é a ($n_{ij} \times n_{ij}$) matriz positiva definida de covariâncias para o erro. Além disso, o vetor parâmetro $\tilde{\varphi}_{ij}$ pode ser assim expresso (LINDSTROM e BATES 1990):

$$\tilde{\varphi}_{ij} = A_i \beta + B_i u_j \quad ; \quad u_j \sim N(0, D)$$

em que: β é um ($s_1 \times 1$) vetor de parâmetros de efeitos fixos comuns a todas as árvores; u_j é um ($s_2 \times 1$) vetor de parâmetros de efeitos aleatórios associados a árvore j , assumindo a seguir uma distribuição normal multivariada com média 0 e uma matriz D de covariâncias; s_1 = número de parâmetros fixos do modelo, s_2 = número de parâmetros aleatórios do modelo, e A_i e B_i são matrizes de especificação (conhecida e posto completo) para os efeitos fixos e aleatórios, respectivamente. A concepção de matrizes A_i e B_i são usualmente, mas não necessariamente, envolvidas apenas com 0 e 1 como elementos (FANG e BAILEY, 2001). Uma situação comum é que alguns, mas não todos os parâmetros têm uma componente aleatória. Nesse caso, $A_i = I$ (matriz identidade), mas B_i contém apenas algumas das colunas de A_i (LINDSTROM e BATES 1990). Assim, A_i é uma matriz identidade de ordem ($s_1 \times s_1$) e B_i é uma matriz

de ordem ($s_1 \times s_2$), contendo apenas um subconjunto das colunas de A_i , que corresponde aos parâmetros de efeitos fixos, onde foram adicionados os parâmetros de efeitos aleatórios. Isto permite que alguns elementos de u_j tenham nenhum efeito aleatório associado. Desse modo tem-se:

$$d_{ij} = f(x_{ij}, \tilde{\phi}_{ij}) + \varepsilon_i = f(x_{ij}, \beta, u_j) + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, R_i)$$

A matriz de covariâncias (D) para o vetor de parâmetros aleatórios u_j pode ser assumida como não-estruturada, o que permite que os efeitos da correlação entre observações de dados longitudinais possam ser contabilizados (LINDSTROM e BATES, 1990). Essa matriz é semidefinida positiva e é muitas vezes considerada positiva-definida (PINHEIRO e BATES, 2000).

Embora estudos demonstrem que a autocorrelação dentro de árvores podem ser removidos ou reduzidos com êxito com a modelagem de efeitos aleatórios, não é sempre o caso, como mostrado por GARBER e MAGUIRE (2003) e TRINCADO e BURKHART (2006). Muitos fatores no modelo (ou dados) afetam a correlação e uma estrutura razoável não pode ser óbvia para um determinado conjunto de dados e modelos (FANG e BAILEY, 2001). Além disso, gráficos residuais não revelaram qualquer tendência de heterocedasticidade após efeitos aleatórios terem sido incorporadas ao modelo base. Assim, R_j é modelada como $\sigma^2 I$, em que σ^2 é a variância de erro, e I é a matriz identidade ($n_{ij} \times n_{ij}$).

Como Trincado e Burkhardt (2006) apontaram, modelos de efeitos mistos não lineares podem ser escritos na forma de dois estágios explicitamente especificando a variação entre e dentro dos dados repetidos, no caso desse estudo representado pelos diâmetros mensurados ao longo da altura dos fustes.

No caso de funções de afilamento, uma expressão para o modelo de perfil tronco representa uma variação sistemática e aleatória associado com a i -ésima ($i = 1, \dots, n_i$) medição do diâmetro relativo ao longo do fuste para o j -ésimo indivíduo ($j = 1, \dots, n_j$) como pode ser exemplificado no modelo segmentado de Max e Burkhardt:

$$y_{ij} = \beta_{1j}(x_{ij} - 1) + \beta_{2j}(x_{ij}^2 - 1) + \beta_{3i}(\alpha_{1j} - x_{ij})^2 I_1 + \beta_{4j}(\alpha_{2j} - x_{ij})^2 I_2 + \varepsilon_{ij}$$

em que

$$I_k = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq \alpha_{kj} \\ 0 & \text{se } x > \alpha_{kj} \end{cases} \quad k = 1, 2, \quad y_{ij} = \left(\frac{d_{ij}^2}{D_j^2} \right), \quad x_{ij} = \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right)$$

h_{ij} altura (m) acima do solo para a i -ésima altura no j -ésimo fuste, H_j altura total da árvore (m) para o j -ésimo indivíduo, D_j diâmetro com casca (cm) a 1,3 m para o j -ésimo

indivíduo, d_{ij} diâmetro com casca (cm) na altura h_{ij} para o j -ésimo indivíduo, $\beta_{1i}, \beta_{2i}, \beta_{3i}, \beta_{4i}, \alpha_{1i}, \alpha_{2i}$, parâmetros a serem estimados, ε_{ij} erro aleatório.

A estrutura de modelagem de dois estágios (Davidian e Giltinan 1995), utilizado no trabalho de Özçelik *et al.* (2011) para especificar as variações dentro e entre árvores, pode ser assim descrita:

Estágio 1: variação intra-árvore (variação dentro da árvore)

Comumente, os erros dentro dos indivíduos são considerados independentes com variância homogênea. Uma vez que o banco de dados contém medições repetidas em cada árvore (ou seja, dados hierárquicos), dentro da árvore a variância é heterogênea e a correlação entre os resíduos viola as premissas básicas. Para evitar isso, uma forma geral para a matriz de covariâncias dos erros para explicar a variância intra-árvore e a correlação é dada por:

$$R_j = \sigma^2 G_j^{\frac{1}{2}} \Gamma_i(p) G_j^{\frac{1}{2}}$$

em que: $G_j^{1/2} = n_{ij} \times n_{ij}$ matriz diagonal que especifica heterogeneidade dentro da árvore j , $\Gamma_i(p) = n_{ij} \times n_{ij}$ matriz que descreve a estrutura de correlação entre as observações dentro de árvores, σ^2 = variância residual do modelo.

Assumindo-se que variância dentro das árvores é homogênea e os resíduos são correlacionados, a matriz pode ser simplificada da forma seguinte:

$$R_i = \sigma^2 \Gamma_i(p)$$

Estágio 2: Variação entre árvores.

O parâmetro $\tilde{\varphi}_{ij}$ varia de indivíduo para indivíduo e para computar essa variação, o parâmetro $\tilde{\varphi}_{ij}$ pode ser expresso como:

$$\tilde{\varphi}_{ij} = A_i \beta + B_i u_j \quad ; \quad u_j \sim N(0, D)$$

2.5.4 Aplicação da modelagem não linear de efeito misto

Uma vez ajustadas as equações de afilamento, os parâmetros de efeitos fixos são utilizados para prever uma resposta média de diâmetros de vários locais ao longo do tronco de uma árvore, com os parâmetros de efeitos aleatórios definidos para o seu valor esperado como zero:

$$\hat{d}_{ij} = f(x_{ij}, \hat{\beta}, 0)$$

em que: $\hat{\beta}$ são os parâmetros de efeitos fixos estimados.

As equações de afilamento de efeitos mistos não lineares também são usadas para fazer estimações dos diâmetros das árvores. Isto é feito com base na previsão do vetor de parâmetros de efeitos aleatórios (u_i), que requer uma ou mais medições de diâmetro na árvore para prever parâmetros de efeitos aleatórios. A previsão dos parâmetros de efeitos aleatórios foi realizada por um estimador de Bayes aproximado (VONESH e CHINCHILLI, 1997; TRINCADO e BURKHART, 2006):

$$\hat{u}_j \cong \hat{D}Z_i^T(Z_i\hat{D}Z_i^T + \hat{R}_i)^{-1}\hat{e}_k = \hat{D}Z_i^T(\hat{D}Z_i^T + \hat{R}_i)^{-1}(\hat{d}_{ij} - f(x_{ij}, \hat{\beta}, 0))$$

em que \hat{D} é a matriz de covariâncias estimada para os parâmetros de efeitos aleatórios u_i ; \hat{R}_i é a matriz de covariâncias estimada para o erro; e Z_i são as derivadas parciais em relação a matriz de efeitos aleatórios parâmetros $Z_i = \partial f(x_{ij}, \hat{\beta}, 0)/\partial u_i|_{\hat{\beta}, 0}$. Quando os parâmetros de efeitos aleatórios u_i são inseridos nos parâmetros lineares $\tilde{\varphi}_{ij}$ da equação e essa função é linearizada pelo método de expansão em séries de Taylor de ordem n da função exponencial em torno de zero, sendo a matriz de derivadas parciais Z_i equivalente à das derivadas parciais em relação aos parâmetros de efeitos fixos.

2.6 UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES DE AFILAMENTO E MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR NO BRASIL

A utilização das funções de afilamento no Brasil teve início na década de 1970 (FISCHER, 2001). Entre os trabalhos inicialmente realizados com dados coletados no Brasil têm-se os trabalhos de afilamento de Silva (1976) e Hosokawa (1976).

Na década de 1980, a maioria dos trabalhos dedicou-se ao estudo das funções não segmentadas. Como exemplo de trabalhos iniciais têm o estudo de Borges (1981) utilizando funções não segmentadas polinomiais para estimativas de volume de madeira serrada para *Pinus taeda*; Arhens *et al.* (1981) usando funções de forma não segmentadas obtidas pela técnica multivariada de análise de componentes principais; Schneider (1986) e Lima (1986), trabalhando com funções de afilamento

para quantificar o sortimento para *Pinus elliottii*; Mctague (1989) fazendo uso da função de afilamento não segmentada para estimar o diâmetro e altura comercial para o gênero *Eucalyptus*; e Rosot (1989) que introduziu a técnica de *stepwise* associada a funções de afilamento não segmentadas para *Pinus taeda*.

Na década de 1990, Figueiredo Filho (1991) introduziu a utilização das funções *splines* no estudo de forma das árvores de *Pinus elliottii*; Moura (1994) utilizou 11 modelos não segmentados nas estimativas de diâmetro para espécies florestais na Amazônia Brasileira; Finger *et al.* (1995) utilizaram 5 funções de afilamento não segmentadas para estudar a forma de *Eucalyptus dunnii*; Schneider (1996) utilizou seis funções de afilamento não segmentadas para estudar os sortimentos das madeiras de *Eucalyptus grandis*; Scolforo *et al.* (1998) estudaram funções de afilamento não segmentadas para representar o perfil de *Pinus elliottii*; Drescher *et al.* (1999), empregaram funções de afilamento não segmentadas para estudo de *Pinus elliottii*. Ainda nesse período, Figueiredo Filho *et al.* (1996), foi um dos primeiros a utilizar funções segmentadas no Brasil no estudo da forma de *Pinus taeda*.

Nos anos 2000 até os dias atuais, a utilização de funções de afilamento cresceu bastante no Brasil. Sua utilização pode ser vista em muitos trabalhos florestais pelo ajuste de funções não segmentadas e segmentadas. Dentre os trabalhos que utilizaram essas funções têm-se: Arce (2000), Assis *et al.* (2001), Fischer *et al.* (2001), Assis *et al.* (2002), Soares (2002), Maestri (2003), Soares *et al.* (2003), Chichorro *et al.* (2003), Soares *et al.* (2004), Müller (2004), Paixão (2004), Müller *et al.* (2005), Cruz (2005), Leite *et al.* (2006), Menon (2006), Queiroz (2006), Pires e Calegário (2007), Nogueira *et al.* (2008), Souza (2007), Souza *et al.* (2008a), Souza *et al.* (2008b), Souza *et al.* (2008c), Miguel (2009), Oliveira *et al.* (2009), Souza (2009), Bianchini (2010), Horle *et al.* (2010), Santos (2010), Favalessa (2011), Silveira *et al.* (2011), Soares *et al.* (2011), Yoshitane Junior *et al.* (2011), Ramos (2012), Souza *et al.* (2012), Lanssanova (2012), Alves (2013), Campos *et al.* (2013), Corteletti (2013), Kohler (2013), Kohler *et al.* (2013), Lanssanova *et al.* (2013), Schröder *et al.* (2013a), Schröder *et al.* (2013b), Souza (2013), Teo *et al.* (2013), Ferreira *et al.* (2014), Figueiredo Filho *et al.* (2014), Mendonça *et al.* (2014), Môra *et al.* (2014) e Müller *et al.* (2014). A grande maioria desses trabalhos utiliza como método de ajuste, modelagens lineares pela técnica de Mínimos Quadrados Ordinários (MMQO) e modelagem não linear por meio de processos iterativos.

O uso das funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeito misto associados a funções de afilamento ainda são muito recentes e ainda pouco utilizadas no país.

Dentre os trabalhos que utilizaram modelos de afilamento de forma variável têm-se Machado (2009) que utilizou o modelo de Bi (2000) no estudo da forma do fuste e Andrade (2014) que utilizou várias funções de afilamento de forma variável para estudar o perfil do fuste de *Eucalyptus urophylla* e *Eucalyptus grandis*. Em relação a técnica de modelagem de efeito misto, pode-se citar os trabalhos de Calegario *et al.* (2005) e a tese de Carvalho (2013). Calegario *et al.* (2005) utilizaram a modelagem de efeito misto para estimativas volumétricas e Carvalho (2013) empregou essa modelagem para estimar alturas em função do diâmetro ao longo do fuste das árvores.

O uso dos modelos de forma variável e modelagem de efeitos mistos no Brasil ainda carece de estudos, pois no país a maioria dos trabalhos utiliza as funções não segmentadas e segmentadas aplicadas aos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*. O emprego dessas técnicas visa contribuir para melhorar as estimativas das variáveis dendrométricas mensuradas.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 ÁREA DE ESTUDO E DADOS

O estudo foi realizado com dados de plantios florestais na região Centro-Oriental do estado do Paraná.

Os dados utilizados neste estudo provieram de fustes de *Eucalyptus saligna* Sm que junto com o *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden são as espécies do gênero mais plantadas no sul do país e *Pinus taeda* L, que corresponde a espécie do gênero mais plantada nessa mesma região.

Muito embora não se dispunha de informações detalhadas dos dados para o estudo, certamente os mesmos advém de várias idades, espaçamentos e tratamentos silviculturais.

A cubagem foi realizada, para ambas as espécies, e consistiu em mensurar diâmetros com casca nas alturas (h) absolutas 0,1; 0,3; 0,7 e 1,3 m e nas alturas relativas 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85 e 95% da altura total (H) de cada árvore, não incluindo o diâmetro mensurado na $h = 0$ e a altura mensurado no $d = 0$.

Para cada árvore, mediu-se os diâmetros (d) nas várias alturas (h), o diâmetro a 1,30 m do solo (DAP) e a altura total (H). A obtenção do volume, utilizado como volume real, tanto total como parcial, em cada porção foi obtido somando-se os volumes parciais de todas as seções, utilizando-se a fórmula de Smalian, até a porção de interesse nas diferentes avaliações propostas nesse estudo.

Neste estudo foram utilizados dados amostrais de 1027 árvores de *Eucalyptus saligna* (TABELA 2) e 2252 de *Pinus taeda* (TABELA 3), divididas em dois grupos, sendo um utilizado para ajuste e outro para validação.

TABELA 2 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DAS ÁRVORES DE *Eucalyptus saligna* POR CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA

Classes de altura (m)	Classes de diâmetro (cm)						Total
	5,0 - 9,99	10,0 - 14,99	15,0 - 19,99	20,0 - 24,99	25,0 - 29,99	30,0 - 34,99	
5,0 - 6,99	11						11
7,0 - 8,99	17						17
9,0 - 10,99	40	3					43
11,0 - 12,99	84	6					90
13,0 - 14,99	104	48					152
15,0 - 16,99	41	68	5				114
17,0 - 18,99	4	59	16				79
19,0 - 20,99	3	51	24				78
21,0 - 22,99	1	36	51	5			93
23,0 - 24,99		18	43	5			66
25,0 - 26,99		2	39	23			64
27,0 - 28,99			38	22	5		65
29,0 - 30,99			24	33	10	1	68
31,0 - 32,99			7	21	9	2	39
33,0 - 34,99			1	7	15	3	26
35,0 - 36,99				4	7	5	16
37,0 - 38,99				1		3	4
39,0 - 40,99						2	2
Total	305	291	248	121	46	16	1027

TABELA 3 – DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA DAS ÁRVORES DE *Pinus taeda* POR CLASSES DE DIÂMETRO E ALTURA

Classes de altura (m)	Classes de diâmetro (cm)									Total
	5,0 - 9,99	10,0 - 14,99	15,0 - 19,99	20,0 - 24,99	25,0 - 29,99	30,0 - 34,99	35,0 - 39,99	40,0 - 44,99	45,0 - 49,99	
5,0 - 6,99	87	48								135
7,0 - 8,99	43	149	18							210
9,0 - 10,99	19	135	108	10	1					273
11,0 - 12,99	5	66	139	44	1					255
13,0 - 14,99	2	22	112	66	22	4				228
15,0 - 16,99	1	15	95	86	37	4				238
17,0 - 18,99		8	83	99	43	32	3			268
19,0 - 20,99		4	45	101	56	26	7	1		240
21,0 - 22,99			9	86	74	20	8	2		199
23,0 - 24,99				21	32	17	14	8	2	94
25,0 - 26,99				11	15	18	11	5		61
27,0 - 28,99				2	6	10	5	6	3	32
29,0 - 30,99					3	4	4	1	1	13
31,0 - 32,99					1		3		3	9
Total	157	447	609	526	291	135	55	23	9	2252

O número de árvores, bem como as estatísticas descritivas das variáveis *DAP* e *H* para as duas espécies, para ambos os conjuntos, de ajuste e validação, estão na TABELA 4.

TABELA 4 – ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DO CONJUNTO DE DADOS PARA AJUSTE E VALIDAÇÃO DE *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*.

Estatísticas	<i>Pinus taeda</i>				<i>Eucalyptus saligna</i>			
	Ajuste		Validação		Ajuste		Validação	
	<i>DAP (cm)</i>	<i>HT (m)</i>	<i>DAP (cm)</i>	<i>HT (m)</i>	<i>DAP (cm)</i>	<i>HT (m)</i>	<i>DAP (cm)</i>	<i>HT (m)</i>
<i>N</i>	1575		677		720		307	
\bar{X}	19,86	15,28	20,05	15,41	14,46	20,40	13,62	19,39
<i>s</i>	7,64	5,72	7,09	5,60	5,99	7,16	6,14	7,33
<i>Mínimo</i>	5,1	5,7	6	5,7	5,1	5,7	5,1	5,7
<i>Máximo</i>	49	31,9	48,1	32,4	35	40,8	35	37,5
<i>HT/DAP</i>	0,7878				1,4591			
<i>F</i>	0,4697				0,4602			

N = número de árvores; \bar{X} = média; *s* = desvio padrão; *Mínimo* = valor mínimo; *Máximo* = valor máximo; *HT/DAP* = Relação *HT/DAP* médio; *F* = fator de forma médio

3.2 MODELOS DE AFILAMENTO TESTADOS

Na composição do estudo foram utilizados modelos de afilamento não segmentados (*NS*), segmentados (*S*) e de forma variável (*FV*), propostos por vários autores.

Para as expressões matemáticas correspondentes a cada uma das 43 funções de afilamento foram usadas as seguintes notações: D_j = diâmetro à altura do peito com casca (cm) medido em cada árvore *j*; H_j = altura total (m) em cada árvore *j*; h_{ij} = altura (m) da base do fuste até o ponto onde se alcança o diâmetro d_{ij} em cada árvore *j*; d_{ij} = diâmetro (cm) com casca a uma altura h_{ij} em cada árvore *j*; db_j = diâmetro na base (cm) em cada árvore *j*, nesse estudo foi considerado o diâmetro mensurado a 0,1 m; g_{Dj} = área seccional (m²) à altura do peito com casca em cada árvore *j*; g_{dij} = área seccional (m²) com casca a uma altura h_{ij} em cada árvore *j*; F_j = diâmetro com casca mensurado (cm) à altura de 5,3 m em cada árvore *j*; $Z_{ij} = [(H_j - h_{ij})/H_j]$; $X_{ij} = [(H_j - h_{ij})/(H_j - 1,30)]$; $T_{ij} = h_{ij}/H_j$; $Z_{0j} = [(H_j - 1,30)/H_j]$; $s_j = [1 + (H_j/D_j)]$; $K = (\pi/40000)$; β_i = parâmetros médios a serem estimados no ajuste do conjunto de dados; α_i = pontos de inflexão estimados nos modelos segmentados; ε_{ij} = erro aleatório; e $p = (h_{ij}/H_j)$, em que

h_k é a altura no fuste correspondente ao ponto de inflexão onde a curva muda a forma de neiloide para parabolóide (NEWNHAM, 1992).

Segundo alguns autores, como Demaerschalk e Kozak (1977), o valor de p corresponde a um ponto entre 20% e 25% da altura total e de acordo com Pérez *et al.* (1990) entre 15% e 35% da altura total. Como o fundamental desse estudo não foi estimar esse ponto de inflexão, o valor de p utilizado foi o do coeficiente α_1 do modelo de Max e Burkhardt que corresponde ao ponto de inflexão onde a forma do fuste muda de neiloide para o parabolóide, como ocorre nos modelos de forma variável.

Como nem todas as árvores continham o valor da variável F_j , essa variável foi estimada utilizando a seguinte equação proposta por Clark III *et al.* (1991), autor do modelo que utiliza essa variável:

$$F_j = D_j \left[\beta_0 + \beta_1 (5,3/H_j)^2 \right]$$

O *script* de obtenção dos valores da variável F_j , utilizando o *software* R, está no Apêndice I.

3.2.1 Modelos não segmentados e segmentados

Os modelos não segmentados e segmentados estão na TABELA 5, separados por autor, ano da publicação, nome que foi utilizado no estudo e sua expressão.

Os modelos não segmentados foram: Höjer (1903), Jonson (1910), Behre (1923), Schöepfer (1966), Bruce *et al.* (1968), Kozak *et al.* (1969) em suas variações, Demaerschalk (1972), Demaerschalk (1973) em suas variações, Ormerod (1973), Gouding e Murray (1976), Forslund (1982), Amidon (1984), Biging (1984), Newberry e Burkhardt (1986) em suas variações, Forslund (1991), Thomas e Parresol (1991), Baldwin e Feducia (1991), Sharma e Oderwald (2001) e Benbrahim e Gavaland (2003).

Os modelos segmentados no estudo foram: Max e Burkhardt (1976), Cao *et al.* (1980), Parresol *et al.* (1987) e Clark III *et al.* (1991).

Esses modelos podem ser divididos em modelos polinomiais simples, modelos exponenciais, modelos potenciais e modelos trigonométricos. O ajuste de

todos os modelos foi realizado isolando a variável diâmetro (d_{ij}) exceto no modelo de Parresol *et al.* (1987) onde utilizou a variável dependente como sendo a relação entre $(d_{ij}/D_j)^2$.

A maioria dos modelos utiliza como variáveis independentes no ajuste d_{ij} , h_{ij} , D_j e H_j e suas variações simples como (d_{ij}/D_j) e (h_{ij}/H_j) , exceto Thomas e Parresol que utiliza variações trigonométricas dessas variáveis e Benbrahim e Gavaland que utiliza o diâmetro da base db_j no lugar do D_j .

TABELA 5 – FUNÇÕES DE AFILAMENTO NÃO SEGMENTADAS E SEGMENTADAS

Funções Não Segmentadas	
Höjer (1903) citado por Behre (1923) - Hojer	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 \ln \left(\frac{\beta_1 + Z_{ij}}{\beta_1} \right) + \varepsilon_{ij}$
Jonson (1910) citado por Behre (1923) - Jonson	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 \ln \left(\frac{\beta_1 + Z_{ij} - 2,5}{\beta_1} \right) + \varepsilon_{ij}$
Behre (1923) - Behre	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \frac{Z_{ij}}{\beta_0 + \beta_1 Z} + \varepsilon_{ij}$
Schöepfer (1966) – Polinômio do 5º Grau	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 + \beta_1 T_{ij} + \beta_2 T_{ij}^2 + \beta_3 T_{ij}^3 + \beta_4 T_{ij}^4 + \beta_5 T_{ij}^5 + \varepsilon_{ij}$
Bruce <i>et al.</i> (1968)– Bruce	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_1 \left(\frac{X_{ij}^{3/2}}{10} \right) + \beta_2 \left[\frac{(X_{ij}^{3/2} - X_{ij}^3) D_j}{10^2} \right] + \beta_3 \left[\frac{(X_{ij}^{3/2} - X_{ij}^3) H_j}{10^3} \right] + \beta_4 \left[\frac{(X_{ij}^{3/2} - X_{ij}^{32}) H_j D_j}{10^5} \right] + \beta_5 \left[\frac{(X_{ij}^{3/2} - X_{ij}^{32}) \sqrt{H_j}}{10^3} \right] + \beta_6 \left[\frac{(X_{ij}^{3/2} - X_{ij}^{40}) H_j^2}{10^6} \right] + \varepsilon_{ij}$
Kozak <i>et al.</i> (a) (1969)– Kozak.69.a	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_1 (T_{ij} - 1) + \beta_2 (T_{ij}^2 - 1) + \varepsilon_{ij}$
Kozak <i>et al.</i> (b) (1969)– Kozak.69.b	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_1 (1 - 2T_{ij} + T_{ij}^2) + \varepsilon_{ij}$
Kozak <i>et al.</i> (c) (1969) – Kozak.69.c	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 + \beta_1 T_{ij} + \beta_2 T_{ij}^2 + \varepsilon_{ij}$
Demaerschalk (1972)– Demaerschalk.72	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = 10^{2\beta_0} D_j^{2\beta_1-2} (H_j - h_{ij})^{2\beta_2} H_j^{2\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Demaerschalk (a) (1973) – Demaerschalk.73.a	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 [(H_j - h_{ij})/H_j]^{\beta_1} + \varepsilon_{ij}$
Demaerschalk (b) (1973) – Demaerschalk.73.b	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 \left[\frac{(H_j - h_{ij})^{\beta_1}}{\beta_2 H_j^{\beta_1+1} + \beta_3 H_j^{\beta_1}} \right] + \varepsilon_{ij}$
Demaerschalk (c) (1973) – Demaerschalk.73.c	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 \left(\frac{1}{D_j^2 H_j} \right) \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j} \right)^{\beta_1} + \beta_2 \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j} \right)^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Demaerschalk (d) 1973 – Demaerschalk.73.d	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j} \right)^2 = \beta_0 \left[\frac{(H_j - h_{ij})^{\beta_1}}{H_j^{\beta_1+1}} \right] + \beta_2 \left[\frac{(H_j - h_{ij})^{\beta_3}}{H_j} \right] + \beta_4 \left[\frac{(H_j - h_{ij})^{\beta_5}}{H_j^{\beta_5-1}} \right] + \varepsilon_{ij}$

Continua

Continuação

Demaerschalk (e) 1973 – Demaerschalk.73.e	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \beta_0 \left[\frac{(H_j - h_{ij})^{\beta_1}}{H_j^{\beta_1+1}} \right] + \beta_2 \left[\frac{(H_j - h_{ij})}{H_j} \right]^{\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Ormerod (1973) - Ormerod	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3} \right)^{\beta_1} + \varepsilon_{ij}$
Gouding e Murray (1976)	$d_{ij} = \{[\beta_1 Z_{ij}^5 + \beta_2 Z_{ij}^4 + \beta_3 Z_{ij}^3 + \beta_4 Z_{ij}^2 + \beta_5 Z_{ij}](\beta_6 D_j^2 + \beta_0)\}^{1/2} + \varepsilon_{ij}$
Forslund (1982) – Forslund.82	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left[1 - \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right)^{\beta_1} \right]^{\frac{1}{\beta_2}} + \varepsilon_{ij}$
Amidon (1984) - Amidon	$d_{ij} = \beta_1 \frac{D_j(H_j - h_{ij})}{(H_j - 1,3)} + \beta_2 \frac{(H_j^2 - h_{ij}^2)(h_{ij} - 1,3)}{H_j^2} + \varepsilon_{ij}$
Biging (1984) - Biging	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left\{ \beta_1 + \beta_2 \ln \left[1 - \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right)^{\frac{1}{3}} (1 - e^{-\beta_1/\beta_2}) \right] \right\} + \varepsilon_{ij}$
Newberry e Burkhart (a) (1986) – Newberry.a	$\frac{d_{ij}}{D_i} = \beta_0 (H_j - h_{ij})^{\beta_1} + \varepsilon_{ij}$
Newberry e Burkhart (b) – Newberry.b	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \beta_0 \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3} \right)^{\beta_1} + \varepsilon_{ij}$
Forslund (1991) – Forslund.91	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left[1 - \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right) \right]^{\frac{1}{\beta_1}} + \varepsilon_{ij}$
Thomas e Parresol (1991) - Thomas	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \beta_1(T_{ij} - 1) + \beta_2 \sin(c * \pi T_{ij}) + \beta_3 \cotan\left(\frac{\pi T_{ij}}{2}\right) + \varepsilon_{ij}$ $c = 1,5 \text{ como proposto pelos autores}$
Baldwin e Feducia (1991) - Baldwin	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right) = \beta_1 + \beta_2 \left[\ln \left(1 - \left(1 - \exp\left(\frac{-\beta_1}{\beta_2}\right) \right) \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Sharma e Oderwald (2001) - Sharma	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \left(\frac{h_{ij}}{1,3}\right)^{2-\beta_1} X_{ij} + \varepsilon_{ij}$
Benbrahim e Gavaland (2003) - Benbrahim	$d_{ij} = dbj - dbj \left[\frac{\ln \left(1 - \frac{h_{ij}}{\beta_1 H_j} \right)}{-\beta_2} \right]^{\frac{1}{\beta_3}} + \varepsilon_{ij}$
Funções Segmentadas	
Max e Burkhart (1976) - Max	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \beta_1(T_{ij} - 1) + \beta_2(T_{ij}^2 - 1) + \beta_3(\alpha_1 - T_{ij})^2 I_1 + \beta_4(\alpha_2 - T_{ij})^2 I_2 + \varepsilon_{ij}$ $I_1 = \begin{matrix} 1 \text{ se } T_{ij} \leq \alpha_1 \\ 0 \text{ se } T_{ij} > \alpha_1 \end{matrix} \quad I_2 = \begin{matrix} 1 \text{ se } T_{ij} \leq \alpha_2 \\ 0 \text{ se } T_{ij} > \alpha_2 \end{matrix}$
Cao et al. (1980) (reescrita por Byrne e Reed (1986)) - Cao	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \left(\frac{\beta_0}{K}\right) [2Z_{ij} + \beta_1(3Z_{ij}^2 - 2Z_{ij}) + \beta_2(Z_{ij} - \alpha_1)^2 I_1 + \beta_3(Z_{ij} - \alpha_2)^2 I_2] + \varepsilon_{ij}$ $I_1 = \begin{matrix} 1 \text{ se } Z_{ij} \geq \alpha_1 \\ 0 \text{ se } Z_{ij} < \alpha_1 \end{matrix} \quad I_2 = \begin{matrix} 1 \text{ se } Z_{ij} \geq \alpha_2 \\ 0 \text{ se } Z_{ij} < \alpha_2 \end{matrix}$
Parresol et al. (1987) - Parresol	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = Z_{ij}^2(\beta_1 + \beta_2 Z_{ij}) + (Z_{ij} - \alpha)^2[\beta_3 + \beta_4(Z_{ij} + 2\alpha)]I + \varepsilon_{ij}$ $I = \begin{matrix} 1 \text{ se } Z_{ij} \geq \alpha \\ 0 \text{ se } Z_{ij} < \alpha \end{matrix}$

Continua

Conclusão

$$d_{ij} = \left\{ I_S \left[D_j^2 \left(1 + \frac{(\beta_3 + \beta_4/D_j^3) \left((1 - h_{ij}/H_j)^{\beta_1} - (1 - 1,3/H_j)^{\beta_1} \right)}{1 - (1 - 1,3/H_j)^{\beta_1}} \right) \right] \right. \\ \left. + I_B \left[D_j^2 - \frac{(D_j^2 - F_j^2) \left((1 - 1,3/H_j)^{\beta_2} - (1 - h_{ij}/H_j)^{\beta_2} \right)}{\left((1 - 1,3/H_j)^{\beta_2} - (1 - 5,3/H_j)^{\beta_2} \right)} \right] \right. \\ \left. + I_T \left[F_j^2 \left(\beta_5 \left(\frac{h_{ij} - 5,3}{H_j - 5,3} - 1 \right)^2 \right) \right] + I_M \left(\frac{1 - \beta_5}{a^2} \right) \left(a - \frac{h_{ij} - 5,3}{H_j - 5,3} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \\ + \varepsilon_{ij}$$

$$I_S = \begin{matrix} 1 \text{ se } h_{ij} < 1,3 \\ 0 \text{ outros casos} \end{matrix} \quad I_B = \begin{matrix} 1 \text{ se } 1,3 \leq h_{ij} \leq 5,3 \\ 0 \text{ outros casos} \end{matrix} \quad I_T = \begin{matrix} 1 \text{ se } h_{ij} > 5,3 \\ 0 \text{ outros casos} \end{matrix} \quad I_M$$

$$= \begin{matrix} 1 \text{ se } h < (5,3 + a(H_j - 5,3)) \\ 0 \text{ outros casos} \end{matrix}$$

3.2.2 Modelos de forma variável

Em contrapartida aos modelos não segmentados e segmentados foram utilizados 12 modelos de afilamento de forma variável (*FV*). Esses modelos estão na TABELA 6 separados por autor, ano da publicação, nome que foi utilizado no estudo e sua expressão.

Os modelos de forma variável nesse estudo foram: Kozak (1988), Perez *et al.* (1990), Newnham (1992), Kozak (1994) citado por Kozak (1997), Kozak (1995) citado por Kozak(1997), Muhairwe (1999) em suas variações, Zakrewski (1999), Bi (2000), Lee (2003), Kozak (2004) em suas variações.

Assim como nos modelos *NS* e *S*, a maioria dos modelos de *FV* utiliza como variáveis independentes para o ajuste d_{ij} , h_{ij} , D_j e H_j e suas variações simples como (d_{ij}/D_j e h_{ij}/H_j), exceto Bi e Kozak.⁹⁴ que utiliza variações trigonométricas e Zakrewski que utiliza as áreas seccionais g_{dij} e g_{Dj} em substituição as variáveis d_{ij} e D_j respectivamente.

TABELA 6 – FUNÇÕES DE FORMA VARIÁVEL

Kozak (1988) – Kozak.88	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \beta_2^{D_j} \left(\frac{1 - \sqrt{T_{ij}}}{1 - \sqrt{p}} \right) \left[\beta_3 T_{ij}^2 + \beta_4 \ln(T_{ij} + 0,001) + \beta_5 \sqrt{T_{ij}} + \beta_6 e^{T_{ij}} + \beta_7 \left(\frac{D_j}{H_j} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Perez <i>et al.</i> (1990) – Perez	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \left(\frac{1 - \sqrt{T_{ij}}}{1 - \sqrt{p}} \right) \left[\beta_2 T_{ij}^2 + \beta_4 \ln(T_{ij} + 0,001) + \beta_4 \left(\frac{D_j}{H_j} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Newnham (1992) – Newnham.92	$d_{ij} = D_j \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3} \right)^{1/e} \left(\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3} \right) + \beta_2 \left(\frac{D_j}{H_j} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3} \right)^2 \frac{D_j}{H_j} + \beta_4 \frac{H_j}{\sqrt{h_{ij}}} + \beta_5 D_j \frac{H_j}{h_{ij}} \right) + \varepsilon_{ij}$
Kozak (1994) citado por Kozak (1997) – Kozak.94	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \beta_2^{D_j} \left(\frac{1 - \sqrt{T_{ij}}}{1 - \sqrt{p}} \right)^{\beta_3 + \beta_4 T_{ij}^{1/4} + \beta_5 T_{ij}^{1/3} + \beta_6 T_{ij}^{1/2} + \beta_7 \arcsin(1 - T_{ij}^{1/2}) + \beta_8 \left[\frac{1}{D_j + T_{ij}} \right] + \beta_9 H_j} + \varepsilon_{ij}$
Kozak (1995) citado por Kozak (1997) – Kozak.95	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} H_j^{\beta_2} \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}}{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}} \right) \left[\beta_3 \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}}{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}} \right)^{1/10} + \beta_4 \left(\frac{h_{ij}}{H_j} \right)^4 + \beta_5 \arcsin \left(1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}} \right) + \beta_6 \left(\frac{1}{D_j} \right) + \beta_8 D_j \left(\frac{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}}{1 - \sqrt{\frac{h_{ij}}{H_j}}} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Muhairwe (a) (1999) – Muhairwe.a	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \beta_2^{D_j} \left(1 - \sqrt{T_{ij}} \right) \left[\beta_3 T_{ij}^2 + \beta_4 / T_{ij} + \beta_5 D_j + \beta_6 H_j + \beta_7 \left(\frac{D_j}{H_j} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Muhairwe(b) (1999) – Muhairwe.b	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \left(1 - \sqrt{T_{ij}} \right) \left[\beta_2 T_{ij} + \beta_3 T_{ij}^2 + \beta_4 / T_{ij} + \beta_5 T_{ij}^3 + \beta_6 D_j + \beta_7 \left(\frac{D_j}{H_j} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$
Zakrzewski (1999) – Zakrewski	$g_{dij} = \left[\frac{g_{D_j}(Z_{0j} - s_j)}{Z_{0j}^2 + \beta_1 Z_{0j}^3 + \beta_2 Z_{0j}^4} \right] \frac{Z_{ij}^2 + \beta_1 Z_{ij}^3 + \beta_2 Z_{ij}^4}{Z_{ij} - s_j} + \varepsilon_{ij}$
Bi (2000) – Bi	$d_{ij} = D_j \left[\frac{\log \sin \left(\frac{\pi}{2} T_{ij} \right)}{\log \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{1,3}{H_j} \right)} \right]^{\beta_0 + \beta_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} T_{ij} \right) + \beta_2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} T_{ij} \right) + \beta_3 \sin \left(\frac{\pi}{2} T_{ij} \right) / T_{ij} + \beta_4 D_j + \beta_5 T_{ij} \sqrt{D_j} + \beta_6 T_{ij} \sqrt{H_j}} + \varepsilon_{ij}$
Lee <i>et al.</i> (2003) - Lee	$d = \beta_0 D_j^{\beta_1} (1 - T_{ij})^{\beta_2 T_{ij}^2 + \beta_3 T_{ij} + \beta_4} + \varepsilon_{ij}$
Kozak (a) (2004) – Kozak.04.a	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} \left(\frac{1 - T_{ij}^{\frac{1}{4}}}{1 - p^{\frac{1}{4}}} \right)^{\beta_2 + \beta_3 (1/e^{D_j/H_j}) + \beta_4 D_j^{\left(\frac{1 - T_{ij}^{1/4}}{1 - p^{1/4}} \right)} + \beta_5 \left(\frac{1 - T_{ij}^{1/4}}{1 - p^{1/4}} \right)^{\frac{D_j}{H_j}}} + \varepsilon_{ij}$
Kozak (b) (2004) – Kozak.04.b	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} H_j^{\beta_2} \left(\frac{1 - T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \right) \left[\beta_3 T_{ij}^4 + \beta_4 (1/e^{D_j/H_j}) + \beta_5 \left(\frac{1 - T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \right)^{0,1} + \beta_6 (1/D_j) + \beta_7 H_j^{1 - T_{ij}^{\frac{1}{3}}} + \beta_8 \left(\frac{1 - T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$

3.3 CÁLCULO DAS ESTIMATIVAS DO VOLUME

Pelo motivo de certos modelos não apresentarem integração definida para a estimativa do volume total e parcial para todos os modelos utilizou-se o processo de integração numérica.

Para o procedimento de integração numérica a função de afilamento deve ser rearranjada em função da variável dependente d quando for o caso. Esse função foi elevada a potência quadrada e multiplicada pela constante ($\pi/40000$). Esta constante permite a utilização do d em cm para obtenção do v em m^3 . A função é integrada entre dois limites, como na integração definida, adotando 100 subdivisões entre os dois limites usados para integração. O processo de integração é definido como segue:

$$v = \int_{li}^{ls} \frac{\pi}{40000} w^2 dw$$

em que: v = volume total ou parcial estimado; li = limite inferior utilizado no processo de integração; ls = limite superior usado no processo de integração; w = modelo de afilamento em função da variável dependente d .

No caso da técnica de integração numérica para funções de afilamento, nota-se que não se multiplica a altura pela área seccional como seria feita no cálculo de altura do cilindro, pois a altura já está implícita na função de afilamento.

A integração foi realizada usando a função *integrate* associada a função *mapply*, ambas implementadas no *software* R (Apêndice IV).

3.4 ESTRATIFICAÇÃO DO FUSTE

As funções de afilamento, em grande parte, não tem acurácia nas estimativas de diâmetro e volume em algumas partes do fuste, ou seja, na porção superior, média ou inferior, mesmo apresentado erros médios baixos. Para avaliar de forma melhor as estimativas das variáveis dendrométricas obtidas, os fustes das árvores foram separados em três partes, para facilitar a avaliação das estimativas.

A avaliação das estimativas de diâmetro e volume em partes do fuste foi feita estratificando os fustes de 0,1 m a 25% H , parte basal (base), de 25 a 75% H , porção mediana (média), e de 75 a 95% H , parte apical (ápice). Essa estratificação foi escolhida utilizando as próprias alturas relativas do processo de mensuração, evitando assim a interpolação e/ou outros procedimentos de estimação.

3.5 METODOLOGIA DE AJUSTE, VALIDAÇÃO E AVALIAÇÃO DOS MODELOS

Para realizar os ajustes, utilizou-se o *software* R, por meio da técnica de ajuste não linear (*nls*) por processo iterativo, utilizando a função *nls* implementada na *base* do próprio *software* usando o algoritmo de Gauss-Newton. Pela técnica *nls*, foram obtidos coeficientes médios (coeficientes fixos) para cada modelo.

Todas as funções foram inicialmente ajustadas utilizando o valor 0,1 como sendo o inicial de cada coeficiente. Quando as funções não convergiram para o algoritmo Gauss-Newton foram utilizados outros dois algoritmos (“plinear” e “port”) presentes também na função *nls* e os valores iniciais dos coeficientes foram alterados para os valores obtidos no artigo original do modelo ou de outros trabalhos encontrados na literatura para tentar a convergência. Modelos que não convergiram pelo uso desses algoritmos, foram retirados da análise na espécie estudada. O *script* utilizado para esse procedimento encontra-se no Apêndice II.

O teste *t* foi utilizado para avaliar a significância dos coeficientes das equações, testando-se a hipótese nula do coeficiente ser igual a zero, utilizando um nível de significância de 5%. Quando alguns dos coeficientes dos modelos tiveram resultado não significativo, ou seja, foram estatisticamente iguais a zero, o modelo foi descartado do estudo para aquela espécie.

Os modelos ajustados foram utilizados para estimar o diâmetro, o volume total, além das avaliações separadas para a base, a parte média e o ápice dos fustes.

Os modelos foram ajustados em função da variável dependente d , com exceção apenas ao modelo de Parresol, ajustado em sua forma original. O procedimento foi feito dessa maneira, pois estimativas da variável d obtidas por meio dos coeficientes estimados pela regressão não linear em função de d são mais

acurados do que quando se utiliza os coeficientes do modelo ajustado na forma original (d/DAP ou $(d/DAP)^2$), como estudado por Môra *et al.* (2014) para os modelos de Demaerschalk (1972), Kozak (c) *et al.* (1969), Baldwin e Feduccia (1991) e Ormerod (1973).

A acurácia das estimativas dos coeficientes médios obtidos pelos modelos ajustados foi feita usando técnica de validação. Para esse processo, o conjunto total de dados foi separado pelo método de validação de *holdout*, que divide o conjunto de dados em aproximadamente 2/3 para o ajuste e 1/3 para validação (TABELA 4). A seleção das árvores para o ajuste e validação ocorreu de forma aleatória.

A validação dos modelos foi realizada com 677 fustes de *Pinus taeda* e 307 fustes de *Eucalyptus saligna*. O processo de validação dos modelos de afilamento testados foi realizado usando o teste de Qui-quadrado (χ^2), conforme está demonstrado no Apêndice III:

$$\chi^2_{calculado} = \sum \left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right)^2$$

em que: Y_i =variável mensurada; \hat{Y}_i =variável estimada pelas equações ajustadas.

O resultado encontrado foi comparado ao valor tabelado a 5% de probabilidade. Se o $\chi^2_{calculado}$ for menor que o $\chi^2_{tabelado}$, não se rejeita hipótese de que o modelo de afilamento é acurado para estimativas da variável em estudo.

Feita a validação e selecionadas as equações, foram avaliadas a acurácia das estimativas dos diâmetros, sem estratificação (avaliação de todos os diâmetros medidos ao longo do tronco) bem como na forma estratificada e os volumes parciais das três estratificações e o total nas equações ajustadas. A avaliação da acurácia dos modelos deu-se por meio de análise gráfica de resíduos (*Resíduos (%)*) para verificação de possíveis erros sistemáticos, o erro padrão da estimativa (*Syx (%)*) e o coeficiente de determinação $R^2(\%)$ que foi representado pelo coeficiente de correlação ao quadrado (r_{xy}^2), pois as funções foram ajustadas pela técnica de ajuste não linear.

Nos ajustes de modelos de regressão não lineares ou não linearizados como mencionado por Regazzi (2003), os valores de R^2 encontrados na literatura são, em sua maioria, próximos a 100%, para alguns modelos, mesmo havendo enorme variação entre os valores observados e preditos. Segundo Regazzi (2010), um engano comumente mantido é a crença de que o R^2 , a “proporção da variação explicada”, é

usado para decidir se um modelo de regressão não linear resulta num bom ajuste aos dados. Esse fato somente ocorre quando se tem um modelo linear com o termo constante. Ratkowsky (1990) afirmou que mesmo havendo enorme discrepância entre os valores observados e estimados, os modelos não lineares podem, às vezes, apresentar valores de R^2 extremamente elevados ($R^2 = 99\%$). Neste estudo, adotou-se então $R^2 = r_{xy}^2$, pois dessa forma encontra-se um resultado mais adequado dessa estatística quando utiliza-se modelos não lineares.

Crítérios estatísticos obtidos a partir dos resíduos também foram examinados: o viés (V); erro quadrático (MSE); porcentagem da variação explicada (PVE), o viés absoluto (MD) e o desvio padrão das diferenças (DPD).

O modelo mais acurado foi obtido quando os resíduos não apresentaram elevado grau de tendência, o $R^2(\%)$ e o PVE tiveram valores altos e as outras estatísticas mencionadas tiveram valores baixos.

Todas essas estatísticas descritas são resumidas como segue:

$$Resíduo(\%) = \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} 100$$

$$R^2(\%) = r_{y\hat{y}}^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \right]^2}{\left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right]} 100$$

$$Syx(\%) = \frac{\sqrt{\frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}}{\bar{y}_i} 100$$

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \hat{y}_i}{n}$$

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}$$

$$PVE = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{(y_i - \bar{y}_i)^2}$$

$$AB = \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

$$DPD = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n d_i)^2}{n}}{n-1}$$

em que y_i , \hat{y}_i e \bar{y}_i são respectivamente os valores observados, os valores preditos e a média dos valores das variáveis dependentes; n é o total de observações usados no ajuste; $d_i = Y_i - \hat{Y}_i$; e p é o número de coeficientes do modelo.

A acurácia dos ajustes também foi avaliada por meio do critério de informação de Akaike (*AIC*) (AKAIKE, 1974) que é um índice para selecionar as equações com estimativas mais próximas aos valores medidos, sendo baseado na minimização da distância de Kullback-Liebler:

$$AIC = -2 \log(\text{likelihood}) + 2p$$

em que *likelihood* é o estimador da máxima verossimilhança do modelo.

Quando não foi possível estimar de forma direta o *AIC* no *software* R, no caso de variável dependente logaritmizada ou variável dependente diferente de d como no caso da equação de Zakrewski que precisa ser rearranjada para a variável d , ou ainda o estimador de máxima verossimilhança não possa ser calculado, o *AIC* pode ser calculado da seguinte forma:

$$AIC = n + n * \log(2\pi) + n * \log \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n} \right] + 2(p+1)$$

Quanto menor os valores de *AIC*, melhor e mais aderente é a distribuição amostral dos dados ao modelo. O *AIC* dá um peso maior ao número de parâmetros do modelo.

3.6 ESTUDO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO E VOLUME

A partir das estimativas das variáveis dendrométricas obtidas em cada equação estudada, foram calculadas todas as estatísticas do item 3.6. Única ressalva foi feita a estatística $R^2(\%)$ aplicada apenas nas funções de afilamento ajustadas em função de d sem estratificação para a variável diâmetro.

Os valores de cada estatística para cada modelo de cada tipo estudado, recebeu um valor de classificação. Quanto menor o valor recebido, mais acurada foi a equação para aquela estatística avaliada. De posse desses valores, calculou-se uma média para cada equação. Consequentemente, as equações de cada tipo com menores médias foram consideradas as com melhor desempenho.

Essa avaliação foi feita para verificar a acurácia das estimativas de diâmetros e volumes obtidas pelas equações ajustadas em relação aos diâmetros mensurados no fuste e os volumes calculados por Smalian para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*, em todas as avaliações propostas: diâmetros sem estratificação e estratificados para a base, parte central e ápice, e volume total e parciais (base, médio e ápice). O *script* das estimativas do volume total está no Apêndice IV, enquanto o *script* da avaliação dos diâmetros e volumes estratificados está no Apêndice V.

Essas avaliações serviram de base para verificar a eficiência das equações dentro do seu grupo. Verificou-se também a maior acurácia das estimativas dendrométricas pelas equações de forma variável em comparação as estimativas obtidas pelos modelos não segmentados e segmentados.

3.7 APLICAÇÃO DA MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR (*nlme*)

A modelagem *nlme* foi aplicada apenas aos modelos *NS*, *S* e *FV* com melhor classificação no *ranking* segundo análise de resíduos e as estatísticas, ajustados pela técnica *nls*, na avaliação dos diâmetros sem estratificação para as duas espécies estudadas.

Optou-se por essa seleção, pois a técnica de modelagem visa melhorar as estimativas de diâmetro e volume em todo fuste. Como os modelos apresentam alguns problemas em determinadas estimativas de diâmetros e volumes, pode-se avaliar com a técnica possíveis melhorias.

Esse tópico visa avaliar a influência da variação entre e dentro das árvores estudadas no ajuste de funções de afilamento pela técnica *nlme*. Por esse tipo de ajuste pode-se avaliar quais variáveis e quais coeficientes influenciam numa melhoria significativa das estimativas das variáveis dendrométricas.

3.7.1 Composição dos cenários de estudo

As combinações dos parâmetros aleatórios incluem apenas aquelas que têm um efeito sobre os parâmetros. No estudo de Leites e Ronbinson (2004) a respeito do modelo segmentado de Max e Burkhart, apresentou-se uma análise dos efeitos individuais e combinados destes parâmetros na equação de afilamento segmentada. Como notado por Trincado e Burkhart (2006), os pontos de inflexão (α_1 e α_2) foram considerados como efeitos fixos e, portanto, comuns a todos os indivíduos.

No presente estudo, portanto, os pontos de inflexão relativos aos modelos segmentados foram considerados como efeitos fixos, os demais parâmetros desses modelos, assim como todos os coeficientes do modelo *NS*, *S* e *FV* mais acurado, foram considerados fixos ou aleatórios, dependendo da combinação dos coeficientes em cada cenário.

Selecionada a equação com melhor desempenho em de cada grupo, três cenários foram montados para cada modelo. No primeiro cenário, cada um dos coeficientes do modelo foi definido como aleatório, com todos os outros coeficientes permanecendo fixos. No segundo cenário, combinações de dois parâmetros foram simultaneamente definidos aleatórios, com os demais fixos para todas as combinações possíveis. No terceiro cenário, três coeficientes foram simultaneamente definidos aleatórios, com os demais coeficientes fixos. Essas variações em cada modelo foram feitas até que todas as combinações possíveis pudessem ser obtidas.

3.7.2 Metodologia de ajuste e avaliação das estimativas

Para o ajuste foi utilizado o pacote *nlme* implementado no *software* R que estima os parâmetros de efeitos fixos β e os parâmetros de covariância associados aos parâmetros de efeitos aleatórios u_j . O *script* relativo ao processo do ajuste consta no Apêndice VI.

Essa técnica permite implementar um processo de dois estágios para a estimativa dos parâmetros. Primeiro, os mínimos quadrados não lineares para as

estimativas dos parâmetros é realizada. Sucessivos ajustes são feitos com os procedimentos de estimação por modelagem mista linear em uma função de aproximação linear com base na expansão da série de Taylor até a convergência ser alcançada, utilizando o método de expansão em torno de zero.

Outro fator importante é que a técnica de modelagem foi aplicada com o intuito de melhorar a acurácia dos ajustes. Ao utilizar a técnica, pretende-se verificar melhora nas estimativas de equações que nem sempre foram as mais acuradas para todas as variáveis estudadas em todas as parte do fuste (base, porção central e ápice).

Os critérios para avaliação da acurácia das estimativas foram os mesmos utilizados no item 3.6, utilizando a mesma classificação.

Para avaliar melhor as estimativas de diâmetros, foi utilizada a mesma estratificação proposta no estudo considerando apenas efeitos fixos dos parâmetros (função n/s). Para avaliar as estimativas de volume, além do volume total, foram calculados os volumes parciais conforme estratificação já proposta. O *script* das estimativas do volume total está no Apêndice VII, enquanto o *script* da avaliação dos diâmetros e volumes estratificados está no Apêndice VIII.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 AJUSTE E VALIDAÇÃO DOS MODELOS NÃO SEGMENTADOS, SEGMENTADOS E DE FORMA VARIÁVEL SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA O DIÂMETRO

Preliminar aos ajustes dos modelos de afilamento, foi realizado o ajuste da equação para estimar os valores de F_j , variável utilizada no modelo de Clark. Foram utilizadas árvores que continham esta variável mensurada para ambas as espécies, em número de 23 para *Pinus taeda* e 24 para *Eucalyptus saligna*. Os resultados dos ajustes, com as estatísticas $Syx(\%)$ e $R^2(\%)$ estão na TABELA 7.

TABELA 7 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS OBTIDOS NO AJUSTE DA VARIÁVEL F PARA *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*

Espécie	Equação	$Syx(\%)$	$R^2(\%)$
<i>Pinus taeda</i>	$F_j = D_j \left[0,89173 - 1,01341(5,3/H_j)^2 \right]$	9,27	98,37
<i>Eucalyptus saligna</i>	$F_j = D_j \left[0,879005 - 0,902312(5,3/H_j)^2 \right]$	2,30	99,86

As melhores estimativas para a variável F_j foram obtidas para as árvores de *Eucalyptus saligna*. Os ajustes para ambas as espécies tiveram resultados de $Syx(\%)$ menores que 10%. A partir das equações ajustadas, foram estimados os valores da variável F_j para todos os fustes de ambas as espécies para os dados de ajuste e validação.

Grande parte das equações NS , S e de FV ajustou-se bem aos dados das duas espécies e seus coeficientes tiveram resultados significativos pelo teste t ao nível de 5% de probabilidade (TABELAS 8 e 9). Apenas os modelos não segmentados de Demaerschalk.73.b e Goulding e o modelo segmentado de Parresol não convergiram para ambas as espécies. O modelo de Bruce apenas não convergiu para a espécie *Eucalyptus saligna*.

Para a espécie *Pinus taeda*, o modelo de forma variável de Kozak.94 teve os coeficientes β_4 e β_6 não significativos a 5% de probabilidade, não sendo utilizado no estudo (TABELA 8). O mesmo ocorreu para os modelos de Kozak.88 e Kozak.04.a para a espécie *Eucalyptus saligna* que tiveram alguns coeficientes com resultados não significativos (TABELA 9).

TABELA 8 – COEFICIENTES OBTIDOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA *Pinus taeda*

Equação	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	α/α_1	α_2
Não segmentadas												
Hojer	1,84091*	1,20267*										
Jonson	1,42355*	0,82619*										
Behre	0,66721*	0,23042*										
Polinomio do 5º Grau	1,22016*	-3,77258*	15,86953*	-34,6739*	32,8760*	-11,5145*						
Bruce		10,2281*	-2,48730*	38,1453*	-7,90092*	3,37534*	-22,1280*					
Kozak.69.a		-2,27549*	1,00182*									
Kozak.69.b		1,336065*										
Kozak.69.c	1,26630*	-2,21275*	0,93676*									
Demaerschalk.72	0,13482*	0,94968*	0,82340*	-0,83596*								
Demaerschalk.73.a		1,25449*	1,64233*									
Demaerschalk.73.c		9962,00*	213,40*	1,20100*	1,58000*							
Demaerschalk.73.d	10,6000*	1,90200*	0,55040*	52,0200*	0,02753*	1,21800*						
Demaerschalk.73.e	9,30583*	38,0151*	1,11071*	1,48080*								
Ormerod		0,77199*										
Forslund.82		1,47745*	1,05154*									
Amidon		1,00972*	1,09751*									
Biging		1,18342*	0,30428*									
Newberry.a		0,23722*	0,49670*									
Newberry.b		1,04740*	0,82212*									
Forslund.91		1,49806*										
Thomas	-0,93320*	0,04142*	0,00580*									
Baldwin		1,27166*	0,47964*									
Sharma		2,15447*										
Benbrahim		1,05977*	2,61864*	2,03952*								
Segmentadas												
Max		-3,57852*	1,73973*	86,8409*	-1,48817*						0,0745*	0,7056*

Continua

										Conclusão
Cao	0,00006*	0,92130*	138,000*	-2,36400*						0,9255* 0,2943*
Clark	18,7000*	2,07500*	0,52810*	509,600*	1,81200*					0,6365*
Forma variável										
Kozak.88	1,40616*	0,87894*	1,00206*	0,54824*	-0,14431*	0,28571*	-0,09580*	0,14316*		
Perez	1,26307*	0,92831*	0,56101*	-0,12519*	0,17355*					
Newnham	0,58940*	0,57080*	-0,10790*	-0,25020*	-0,04455*	0,00018*				
Kozak.94	1,50700*	0,85430*	1,00200*	11,4300*	-3,93900 ^{ns}	-10,0200*	3,65900 ^{ns}	-6,41000*	-0,52200*	-0,0078*
Kozak.95	0,89433*	0,96313*	0,08361*	0,59243*	0,60217*	0,11635*	-0,52370*	0,00323*		
Muhairwe.a	1,44914*	0,90161*	1,00001*	0,38179*	0,01353*	-0,01297*	0,01432*	0,28379*		
Muhairwe.b	1,37729*	0,89412*	1,25625*	-1,86141*	-0,01744*	1,32153*	-0,00360*	0,10153*		
Zakrewski		-1,97788*	1,10190*							
Bi	1,81500*	-0,22990*	-0,04824*	-0,93610*	-0,00063*	-0,07644*	-0,14220*			
Lee	1,47763*	0,93048*	2,55615*	-3,41088*	1,93431*					
Kozak.04.a	1,33700*	0,91930*	0,59810*	-0,28560*	0,00098*	-0,16990*				
Kozak.04.b	1,00513*	0,97210*	0,03131*	0,49411*	-0,87868*	0,50585*	3,89495*	0,03760	-0,19800*	
*significativo a 5% de probabilidade pelo teste t										
^{ns} não significativo a 5% de probabilidade pelo teste t										

TABELA 9 – COEFICIENTES OBTIDOS NO AJUSTE DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	α/α_1	α_2
Não segmentadas												
Hojer	1,17246*	0,67236*										
Jonson	0,96948*	0,48825*										
Behre	0,60196*	0,33391*										
Polinômio do 5º Grau	1,15456*	-3,11333*	13,0656*	-30,5720*	31,8057*	-12,3600*						
Kozak.69.a		-1,94601*	0,76943*									
Kozak.69.b		1,26499*										
Kozak.69.c	1,17230*	-1,90534*	0,72542*									
Demaerschalk.72	0,09049*	0,94948*	0,74438*	-0,74080*								

Continua

Demaerschalk.73.a		1,15730*	1,48683*							
Demaerschalk.73.c		18010,0*	524,200*	1,11800*	1,44000*					
Demaerschalk.73.d	12,9700*	1,59500*	0,41540*	42,5600*	0,01889*	1,14800*				
Demaerschalk.73.e	9,56200*	34,6453*	1,02610*	1,33742*						
Ormerod		0,70950*								
Forslund.82		1,18867*	1,33631*							
Amidon		0,97534*	1,25334*							
Biging		1,13705*	0,27965*							
Newberry.a		0,20529*	0,48656*							
Newberry.b		1,03086*	0,74467*							
Forslund.91		1,54338*								
Thomas	-0,92220*	0,03334*	0,00328*							
Baldwin		1,20145*	0,40199*							
Sharma		2,12024*								
Benbrahim		1,03964*	-3,02317*	2,00538*						
Segmentadas										
Max		-5,62245*	2,72956*	86,4542*	-2,28090*				0,0629*	0,8957*
Cao	0,00010*	0,91760*	87,1800*	-2,30000*					0,9370*	0,1043*
Clark	22,3400*	1,82500*	0,38180*	124,100*	4,38400*				0,8995*	
Forma variável										
Kozak.88	1,25443*	0,90645*	1,00199*	0,09886*	-0,10060 ^{ns}	0,13221*	0,11199*	0,12210*		
Perez	1,15064*	0,94721*	0,39484*	-0,09890*	0,36492*					
Newnham	0,54970*	0,38370*	-0,12690*	-0,67060*	-0,02770*	0,00014*				
Kozak.94	1,30800*	0,89000*	1,00200*	15,4500*	-24,0600*	15,7300*	-6,11200*	-8,52600*	-0,49110*	-0,00400*
Kozak.95	0,91695*	0,95141*	0,07521*	0,61686*	0,36330*	-0,04260*	-0,25130*	0,00738*		
Muhairwe.a	1,27408*	0,94897*	0,99865*	0,22336*	-0,00770*	-0,01930*	0,01224*	0,58098*		
Muhairwe.b	1,24932*	0,91950*	1,34028*	-2,08350*	-0,01150*	1,30894*	-0,00390*	0,19354*		
Zakrewski		-1,92603*	1,07795*							

	Conclusão								
Bi	1,08805*	-0,08449*	-0,02700*	-0,51990*	0,00062*	0,06790*	-0,08920*		
Lee	1,32090*	0,94543*	1,66854*	-2,50360*	1,65810*				
Kozak.04.a	1,20600*	0,93350*	0,51610 ^{ns}	0,01551*	0,00011*	-0,22550*			
Kozak.04.b	0,99885*	0,96774*	0,03241*	0,34594*	-0,5738*	0,67220*	1,53453*	0,01803*	-0,20040*
*significativo a 5% de probabilidade pelo teste t									
^{ns} não significativo a 5% de probabilidade pelo teste t									

A validação (TABELA 10) foi feita apenas para as equações que convergiram para as duas espécies e que tiveram todos os coeficientes significativos pelo teste t.

Pelo resultado do teste de validação, apenas o modelo de Newberry.a para *Pinus* teve resultado significativo, indicando não validação.

TABELA 10 – RESULTADOS DO TESTE DE VALIDAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS, S E DE FV PARA *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*

Equação	<i>Pinus taeda</i>	Equação	<i>Eucalyptus saligna</i>
Não segmentadas			
Hojer	1460,5192 ^{ns}	Hojer	455,4618 ^{ns}
Jonson	1867,2639 ^{ns}	Jonson	630,7429 ^{ns}
Behre	1474,5643 ^{ns}	Behre	470,0944 ^{ns}
Polinômio do 5º Grau	1254,8772 ^{ns}	Polinômio do 5º Grau	317,6719 ^{ns}
Bruce	1153,7178 ^{ns}	Kozak.69.a	336,9833 ^{ns}
Kozak.69.a	1495,5406 ^{ns}	Kozak.69.b	861,0448 ^{ns}
Kozak.69.b	2110,5227 ^{ns}	Kozak.69.c	334,1145 ^{ns}
Kozak.69.c	1397,1410 ^{ns}	Demaerschalk.72	383,6843 ^{ns}
Demaerschalk.72	1328,3609 ^{ns}	Demaerschalk.73.a	360,1259 ^{ns}
Demaerschalk.73.a	1367,0139 ^{ns}	Demaerschalk.73.c	707,5424 ^{ns}
Demaerschalk.73.c	1188,0079 ^{ns}	Demaerschalk.73.d	348,0871 ^{ns}
Demaerschalk.73.d	1178,4103 ^{ns}	Demaerschalk.73.e	228,7779 ^{ns}
Demaerschalk.73.e	1156,5537 ^{ns}	Ormerod	339,6378 ^{ns}
Ormerod	1592,1470 ^{ns}	Forslund.82	511,4602 ^{ns}
Forslund.82	2202,8859 ^{ns}	Amidon	593,9873 ^{ns}
Amidon	1655,9517 ^{ns}	Biging	1498,371 ^{ns}
Biging	5860,4321 ^{ns}	Newberry.a	4112,223 ^{ns}
Newberry.a	11859,5607*	Newberry.b	337,4738 ^{ns}
Newberry.b	1394,7783 ^{ns}	Forslund.91	482,9171 ^{ns}
Forslund.91	2927,9581 ^{ns}	Thomas	630,3006 ^{ns}
Thomas	3385,2911 ^{ns}	Baldwin	281,4904 ^{ns}
Baldwin	1239,7361 ^{ns}	Sharma	511,8583 ^{ns}
Sharma	3716,7436 ^{ns}	Benbrahim	399,2276 ^{ns}
Benbrahim	1533,9817 ^{ns}		
Segmentadas			
Max	1113,2043 ^{ns}	Max	311,6438 ^{ns}
Cao	1113,2020 ^{ns}	Cao	311,6437 ^{ns}
Clark	1160,6553 ^{ns}	Clark	577,9305 ^{ns}
Forma variável			
Kozak.88	950,6708 ^{ns}	Perez	640,4961 ^{ns}
Perez	992,4977 ^{ns}	Newnham	397,9677 ^{ns}
Newnham	1094,3877 ^{ns}	Kozak.94	734,3003 ^{ns}
Kozak.95	1015,5053 ^{ns}	Kozak.95	535,8709 ^{ns}
Muhairwe.a	985,1466 ^{ns}	Muhairwe.a	661,2177 ^{ns}
Muhairwe.b	990,4792 ^{ns}	Muhairwe.b	597,0122 ^{ns}

Continua

				Conclusão
Zakrewski	3917,0212 ^{ns}	Zakrewski	1048,433 ^{ns}	
Bi	878,2009 ^{ns}	Bi	921,6594 ^{ns}	
Lee	1420,073 ^{ns}	Lee	479,9941 ^{ns}	
Kozak.04.a	1803,0525 ^{ns}	Kozak.04.b	555,7991 ^{ns}	
Kozak.04.b	887,267 ^{ns}			
^{ns} não significativo a 5% de probabilidade de pelo teste de Qui-quadrado				
* significativo a 5% de probabilidade pelo teste de Qui-quadrado				

Para as análises das estimativas da variável diâmetro sem estratificação e estratificadas e volumes totais e parciais, foram utilizadas apenas as equações que foram ajustadas e validadas e que apresentaram todos os coeficientes significativos.

4.2 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA MODELAGEM NÃO LINEAR (*nls*)

Utilizando os coeficientes obtidos em cada equação ajustada foram estimados os valores de todos os diâmetros mensurados em todas as alturas (*h*) em todos os fustes. A partir dessas estimativas, pode-se definir as equações com melhor performance nos grupos *NS*, *S* e de *FV* em relação a análise total dos diâmetros (análise sem estratificação), em relação aos diâmetro da base, de 0,1 m a 25% *H*, em relação a parte central do fuste, de 25 a 75% *H*, e em relação aos diâmetros no ápice, de 75 a 95% *H*.

4.2.1 Avaliação das estimativas de diâmetros sem estratificação

a) para *Pinus taeda*

Em média, as estimativas foram melhores nas equações de *FV*, seguidas das equações *S* e *NS* (TABELA 11). Os resultados médios de *Syx*(%) indicam valores muito próximos entre as equações de *FV* e *S*.

TABELA 11 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA *Pinus taeda*

Equação	$R^2(\%)$	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas									
Hojer	97,28	10,05	0,1680	1,1160	2,3575	2,3856	0,9715	87591,9	14
Jonson	97,18	10,37	0,2202	1,1734	2,4944	2,5428	0,9697	89099,5	18
Behre	97,27	10,09	0,1777	1,1217	2,3732	2,4046	0,9713	87779,5	15
Polinômio do 5º Grau	98,22	8,12	0,1358	0,9355	1,5415	1,5599	0,9814	77562,9	4
Bruce	98,37	7,76	-0,1134	0,8288	1,4091	1,4219	0,9830	75374,0	3
Kozak.69.a	97,32	9,81	0,0935	1,0960	2,2670	2,2756	0,9729	86476,4	13
Kozak.69.b	97,20	11,39	0,4617	1,3120	2,8509	3,0639	0,9635	93501,7	19
Kozak.69.c	97,38	9,74	0,1101	1,0810	2,2321	2,2442	0,9732	86149,9	11
Demaerschalk.72	97,45	9,51	0,0060	1,0555	2,1381	2,1381	0,9745	85007,8	8
Demaerschalk.73.a	97,35	9,81	0,1217	1,0834	2,2602	2,2749	0,9729	86468,8	12
Demaerschalk.73.c	98,01	8,45	0,0694	0,9455	1,6835	1,6883	0,9799	79427,2	6
Demaerschalk.73.d	98,3y2	7,72	0,0041	0,8401	1,4077	1,4076	0,9832	75136,2	2
Demaerschalk.73.e	98,39	7,60	0,0610	0,8578	1,3620	1,3657	0,9837	74417,5	1
Ormerod	97,36	10,78	0,5103	1,0632	2,4887	2,7490	0,9672	90939,4	17
Forslund.82	95,97	13,37	0,7952	1,3764	3,5936	4,2258	0,9496	101099,3	22
Amidon	96,84	10,59	0,0029	1,2199	2,6517	2,6516	0,9684	90088,7	16
Biging	95,94	12,09	0,1158	1,3688	3,4409	3,4541	0,9588	96335,7	21
Newberry.b	97,40	9,60	-0,0133	1,0677	2,1790	2,1791	0,9740	85452,9	9
Forslund.91	96,46	14,42	1,0278	1,6086	3,8598	4,9160	0,9414	104671,4	23
Thomas	96,07	11,85	-0,0740	1,3965	3,3108	3,3161	0,9604	95374,3	20
Baldwin	98,06	8,43	0,1193	0,9600	1,6665	1,6807	0,9800	79317,0	5
Sharma	97,72	9,69	-0,3160	1,0449	2,1206	2,2204	0,9735	85894,3	10
Benbrahim	97,55	9,33	0,0517	1,0624	2,0563	2,0589	0,9754	84114,3	7
Segmentadas									
Max	98,33	7,88	0,1365	0,8922	1,4485	1,4671	0,9825	76114,3	2
Cao	98,33	7,88	0,1365	0,8922	1,4485	1,4671	0,9825	76114,3	2
Clark	98,52	7,26	0,0065	0,7716	1,2465	1,2465	0,9851	72264,5	1
Forma variável									
Kozak.88	98,66	6,89	-0,0191	0,7785	1,1230	1,1233	0,9866	69810,6	4
Perez	98,64	6,94	-0,0079	0,7896	1,1389	1,1389	0,9864	70130,4	5
Newnham.92	98,60	7,19	0,0188	0,7704	1,2229	1,2232	0,9854	71819,4	6
Kozak.95	98,66	6,89	-0,0067	0,7669	1,1225	1,1225	0,9866	69792,2	3
Muhairwe.a	98,52	7,24	-0,0024	0,8226	1,2371	1,2371	0,9852	72089,5	8
Muhairwe.b	98,54	7,20	0,0129	0,8178	1,2256	1,2257	0,9854	71871,8	7
Zakrewski	97,82	9,92	0,3272	1,0738	2,2176	2,3246	0,9723	86980,0	11
Bi	98,87	6,33	0,0022	0,6693	0,9465	0,9465	0,9887	65760,9	1
Lee	98,06	8,31	0,0324	0,9548	1,6294	1,6304	0,9806	78605,3	9
Kozak.04.a	97,96	8,57	-0,0872	0,9910	1,7299	1,7374	0,9793	80109,0	10
Kozak.04.b	98,87	6,34	0,0300	0,6813	0,9475	0,9483	0,9887	65811,1	2
Valores médios									
Não segmentadas	97,31	10,13	0,1749	1,1267	2,3789	2,4910	0,9703	87359,4	3
Segmentadas	98,39	7,67	0,0932	0,8520	1,3812	1,3936	0,9834	74831,0	2
Forma variável	98,47	7,44	0,0273	0,8287	1,3219	1,3325	0,9841	72980,0	1

Para a estatística $R^2(\%)$ obteve-se altos valores (superiores a 95%), indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de diâmetro ao longo do fuste (TABELA 11). Resultados melhores da estatística foram das equações de *FV* (superiores a 97,8%), enquanto os menores valores foram das equações *NS* (inferior a 96%).

Nos resultados da estatística $Syx(\%)$, relativo ao erro médio das estimativas, apenas as funções *NS* tiveram erros superiores a 10%. Valores médios mais acurados da estatística foram obtidos nos modelos de *FV* (7,44%) e *S* (7,67%). Dentre as equações de *FV*, a mais acurada foi *Bi* (6,33%). Assis *et al.* (2001), testando os modelos de Clark *et al.* (1991), Max e Burkhardt (1976), Hradetzky (1976) e Goulding e Murray (1976), para *Pinus taeda*, também encontraram melhores estimativas nos modelos segmentados em relação aos não segmentados.

Figueiredo Filho *et al.* (1996a), testando cinco modelos de afilamento, dois não segmentados (Kozak(b) *et al.* (1969) e Schöepfer (1966)) e três segmentados (Max e Burkhardt (1976), Parresol *et al.* (1987) e Clark *et al.* (1991)) obtiveram estimativas acuradas de diâmetro para *Pinus taeda* nos modelos segmentados.

As estatísticas *V*, *MD* e *DPD*, relacionadas a tendência das estimativas, estão interligadas aos resultados da análise gráfica de resíduos. Menores valores médios de *V* foram encontrados no grupo de *FV* (0,0273) enquanto as equações com maiores tendências foram encontrados no grupo *NS* (0,1749). O maior valor da estatística *V* foi encontrado para Zakrewski (0,3272). Essa equação utiliza as áreas seccionais no lugar dos diâmetros. Valores menores para essa estatística, foram identificados nas equações de *FV* de *Bi* (0,0022) e Muhairwe.a (-0,0024), na equação *NS* de Demaerschalk.73.d (-0,0046) e na equação *S* de Clark (0,0065). Resultados semelhantes a estatística *V* foram observados nas estatísticas *DPD* e *MD* (TABELA11).

As estimativas com menor variância residual (*MSE*) e com maior percentual de variação explicada (*PVE*) foram *Bi* (*FV*), Clark (*S*) e Demaerschalk.73.e (*NS*). Essas mesmas equações foram as mais acuradas para a estatística *AIC*. Em relação aos modelos de Clark *et al.* (1991), Max e Burkhardt (1976), Hradetzky (1976) e Goulding e Murray (1976) testados por Assis *et al.* (2001), Clark foi o mais acurado também nas avaliações das estimativas de diâmetro para *Pinus taeda*.

As equações melhores em cada tipo, têm características importantes que devem ser consideradas. A equação de Demaerschalk.73.e é derivada do modelo de volume $\frac{V}{g} = \beta_0 + \beta_1 H + \varepsilon$. A equação de Bi é construída com base em princípios trigonométricos. A equação de Clark, tem como característica a mensuração do diâmetro a 5,3 m de altura.

No Brasil, a maioria dos trabalhos para o gênero *Pinus* são da espécie *Pinus taeda*. Kohler *et al.* (2013) testando o modelo do Polinômio do 5º grau para essa espécie para estudar as estimativas de diâmetro, obtiveram valores de $R^2(\%)= 97,9$ e $Syx(\%)= 8,45$. Esses valores foram piores aos encontrados neste estudo.

Yoshitani Junior *et al.* (2011) testando os modelos de afilamento de Kozak(c) *et al.* (1969), Polinômio de 5º grau e Hradetzky (1976), para *Pinus taeda*, encontraram para o Polinômio do 5º grau, valor de $Syx(\%)$ idêntico ao obtido no estudo para estimativa do diâmetro. Para Kozak, os autores encontraram valor dessa estatística menos acuradas ao obtido no presente estudo.

Outros trabalhos também utilizando plantios homogêneos de *Pinus taeda*, encontraram resultados melhores aos obtidos nesse estudo para o Polinômio do 5º grau. Dentre esses trabalhos, têm-se Souza *et al.* (2008a), que encontraram para o modelo $Syx(\%)= 4,31$, Assis *et al.* (2008) obtiveram 4,93% e Drescher *et al.* (1999) 5,89%. Souza *et al.* (2008), ainda observaram que valores de V no seu trabalho superestimaram os diâmetros, enquanto neste estudo houve subestimativas. Assis *et al.* (2002) concluíram que as árvores, quando separadas em classes, têm estimativas com melhor performance nas maiores classes diamétricas, utilizando essa equação.

O fato do valor de $Syx(\%)$, no presente trabalho, ter sido quase o dobro do encontrado no estudo de Souza *et al.* (2008a), Assis *et al.* (2008) e Drescher *et al.* (1999), como já dito pode estar relacionado ao fato das árvores do conjunto de dados serem heterogêneas em questão de idade, espaçamento e tratos silviculturais. Pode-se assim notar que o modelo de Bi, mais acurado nesse estudo ($Syx(\%)=6,33\%$), já obteve bons resultados de estimativas para um conjunto de dados heterogêneos. Se esse modelo fosse aplicado a um conjunto homogêneo, poderia talvez serem obtidos resultados melhores.

Analisando os resultados de outras espécies para o gênero *Pinus*, têm-se que Teo *et al.* (2013) testando os modelos de Kozak(c) *et al.* (1969), Schöepfer (1966) e Hradetzky (1976) para *Pinus elliottii* em diferentes idades, encontraram valores de

Syx(%) e R^2 (%) melhores para o modelo de Kozak em todas as idades. Resultado diferente do encontrado nesse estudo para *Pinus taeda*, onde o Polinômio de 5º grau entre esses três modelos foi o melhor para estimativas de diâmetro. Menon (2006), testando o modelo de Kozak(c) *et al.* (1969) para as estimativas de diâmetro de *Pinus oocarpa* teve resultados de R^2 (%)=84,00 e Syx(%)=18,13, valores menos acurados quando comparado ao mesmo modelo nas estimativas de *Pinus taeda* desse trabalho.

Dentre as equações que não utilizam todas as variáveis tradicionais de ajuste, destaque deve ser dado ao modelo NS de Benbrahim (7º na classificação) que ficou mais próximo à equação mais acurada desse tipo (Demaerschalk.73.e) e o Polinômio do 5º grau (4º na classificação). Resultado bem aceitável, uma vez que ele não utiliza o D (utiliza o db no lugar) e ficou em destaque em relação a outras equações clássicas como Demaerschalk.72 e Kozak.69.c. Resultado contrário aconteceu com o modelo de Thomas que utiliza variações trigonométricas das variáveis tradicionais. Esse modelo foi apenas o 19º na classificação. No grupo das equações de FV , o modelo de Zakrewski, que utiliza áreas seccionais para o ajuste, não teve bom desempenho para nenhuma estatística, enquanto Bi teve o melhor desempenho.

As estatísticas calculadas para as estimativas obtidas pelas equações de Max e Burkhart (1976) e de Cao *et al.* (1980) (reescrita por BYRNE e REED (1986)), foram muito próximas e muitas vezes idênticas, mudando valores apenas a partir da quarta casa decimal. Esses resultados também foram encontrados pelos autores Byrne e Reed (1986), que reescreveram o modelo de Cao em função de d . Esses autores encontraram resultados próximos ou idênticos nas estatísticas utilizadas em seu trabalho.

Nos resíduos das equações NS (FIGURA 1), comprova-se os resultados das estatísticas da TABELA 11. Observando os resíduos de Kozak.69.b e Benbrahim, pode-se ter a impressão de que sejam os mais acurados, porém eles apresentam erros Syx(%) de 11,39% e 9,33%, respectivamente. Isso pode ter ocorrido pois seus valores de resíduos foram maiores aos apresentados pelas equações com melhores performances. De modo geral, as equações NS têm uma tendência em superestimar os valores na porção superior do fuste ($h/H > 0,6$). Pode se notar que na ponta do fuste (altura relativa 0,95) as equações de Jonson, Biging e Thomas subestimam os valores de diâmetro.

Comparando os resíduos de todos os modelos propostos por Demaerschalk, pode-se notar distribuição bem semelhante. Na altura relativa 0,95, os resíduos de Demaerschalk.73.e foram mais acurados que Demaerschalk.73.d.

O modelo de Sharma superestima todas as estimativas de diâmetro a partir da altura relativa de 0,65, porém apresenta resíduos menores para os diâmetros mais próximos a base (FIGURA 1).

Os resíduos de Max e Cao têm distribuição semelhante aos modelos *NS*, enquanto Clark têm uma distribuição dos resíduos mais homogênea em todas as alturas relativas mensuradas nas árvores (FIGURA 2). Entre as equações *S*, Clark teve melhor desempenho, para a análise dos resíduos dos diâmetros sem estratificação.

As distribuições dos resíduos das equações de *FV* foram semelhantes aos *S* e *NS*. Superestimativas foram observadas nas equações de Kozak.04.a e Muhairwe.a. Pelos resultados das estatísticas o modelo de Kozak.04.a foi o menos acurado, confirmando os resultados dos resíduos (FIGURA 3).

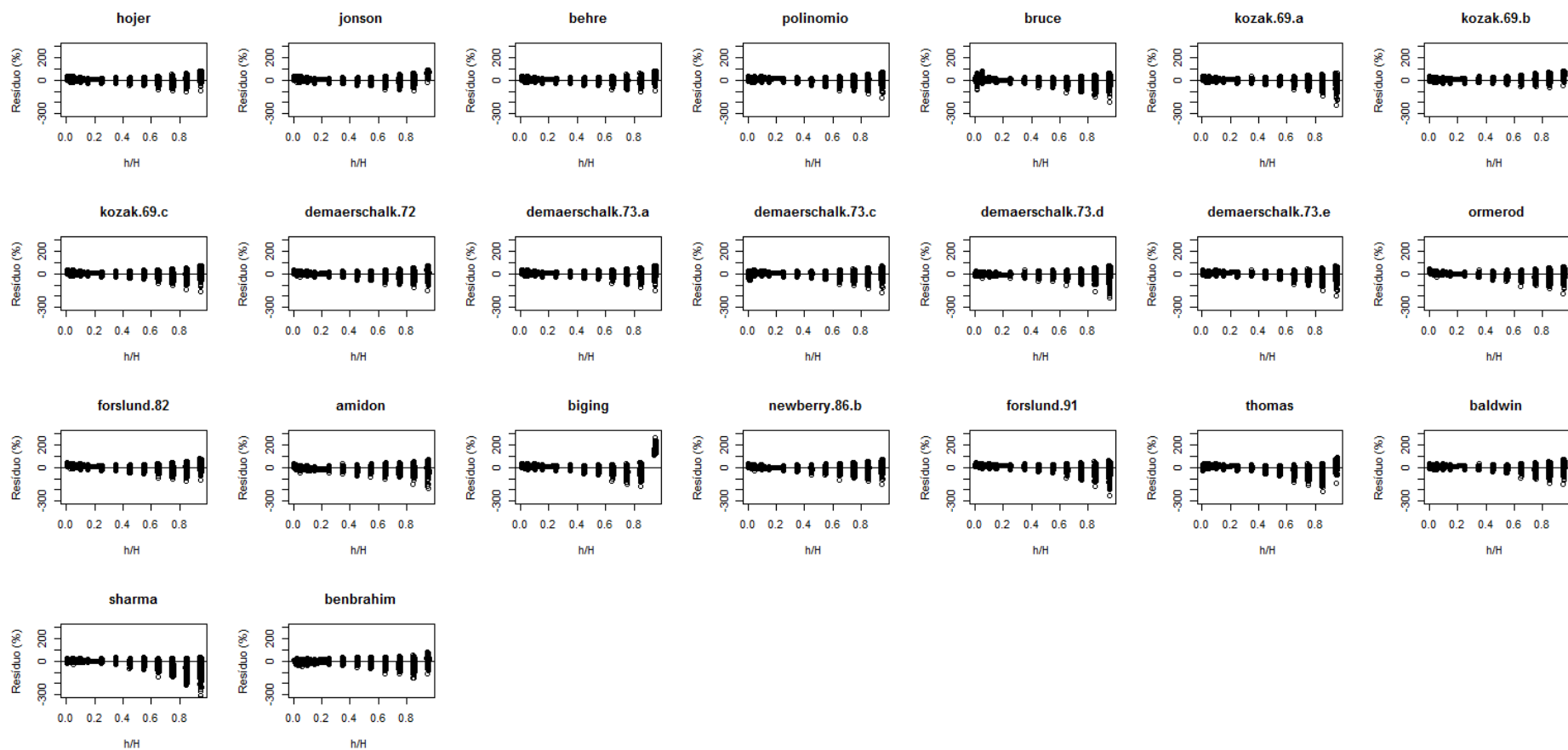


FIGURA 1 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

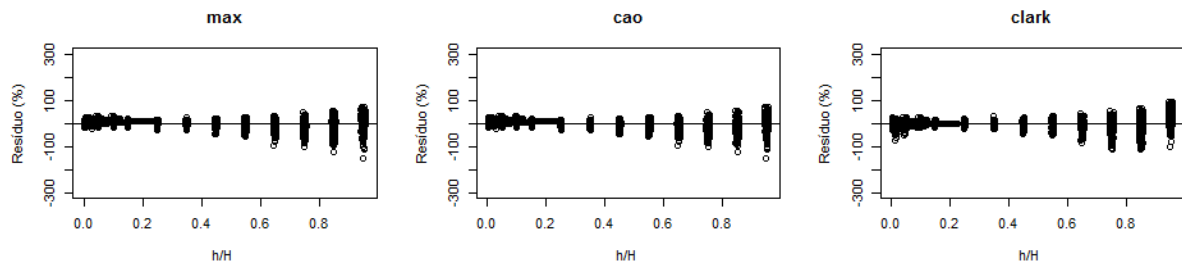


FIGURA 2 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

O modelo de Zakrewski difere dos outros resíduos das equações de *FV* (FIGURA 3) ao subestimar os diâmetros nas alturas relativas superiores a 0,4 no fuste. Esse fato pode estar relacionado com o desenvolvimento de sua função, já que nessa equação a variável dependente utilizada são as áreas seccionais ao invés dos diâmetros.

Nas equações de *FV*, observando as estatísticas e os resíduos, a equação mais acurada foi Bi.

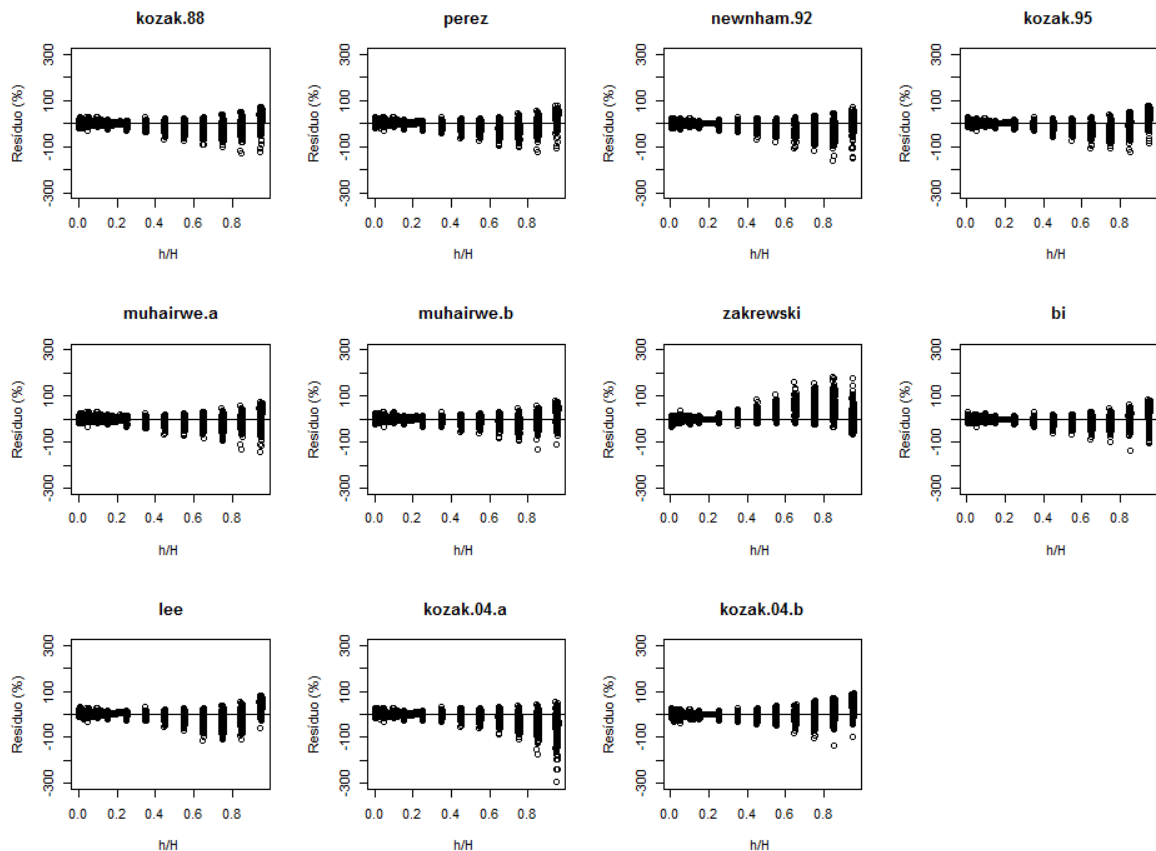


FIGURA 3 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE *FV* PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

Observando os resíduos das equações *NS*, *S* e *FV*, nota-se que retirando alguns modelos discrepantes, os resíduos entre as equações têm distribuição semelhante.

b) para *Eucalyptus saligna*

As equações de *FV*, segundo a classificação média, foram mais acuradas que as *S* e as duas tiveram melhor desempenho que as *NS*. Isso pode estar associado a definição de construção desses modelos. Os modelos *NS* são mais inflexíveis, admitindo que os fustes apresentam uma única forma geométrica. Os modelos *S* dividem os fustes em três ou mais segmentos, sendo mais flexíveis que os não segmentados. Já os modelos de *FV* são bem flexíveis, pois são fáceis de ajuste como os *NS* e consideram a variação de forma dos fustes, utilizando um ou nenhum ponto de inflexão.

Um dos únicos trabalhos no Brasil comparando os três grupos de modelos utilizados nesse estudo, Andrade (2014), testando 18 modelos de afilamento, sendo 6 não segmentados, 2 segmentados e 10 de forma variável para avaliar o afilamento de árvores do híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*, concluiu que os modelos de forma variável, assim como ocorreu nesse estudo, resultaram em estimativas mais acuradas da variável diâmetro.

Pelos resultados das estatísticas $R^2(\%)$ e $Syx(\%)$, a equação com piores valores das duas estatísticas foi a de Newberry.a, com $R^2(\%)$ inferior a 90,00% e $Syx(\%)$ superior a 22,00% (TABELA 12). No caso do ajuste para *Pinus*, essa foi a única equação não validada dentre as que convergiram para a espécie.

Se o modelo de Newberry.a, por ter resultados piores, fosse retirado da análise, os valores de $R^2(\%)$ e $Syx(\%)$ para as demais equações ajustadas seriam mais acuradas para Eucalipto do que para *Pinus*. Os valores mais acurados de $Syx(\%)$ foram próximos a 5% e os valores de $R^2(\%)$ superiores a 97%. Os melhores valores dessa estatística foram encontrados para Kozak.94 e Bi (TABELA 12).

TABELA 12 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	$R^2(\%)$	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas									
Hojer	98,05	8,63	0,1392	0,6667	0,8925	0,9118	0,9789	29658,3	14
Jonson	97,84	9,25	0,1794	0,7264	1,0147	1,0469	0,9757	31149,6	17
Behre	98,02	8,77	0,1541	0,6816	0,9180	0,9416	0,9782	30005,6	15
Polinômio do 5º Grau	98,94	6,30	0,0902	0,5033	0,4778	0,4859	0,9887	22867,4	3
Kozak.69.a	98,34	7,74	0,0680	0,5945	0,7285	0,7331	0,9830	27301,3	10
Kozak.69.b	97,67	11,67	0,4565	0,9814	1,4594	1,6677	0,9613	36176,4	22
Kozak.69.c	98,37	7,70	0,0782	0,5864	0,7201	0,7261	0,9832	27200,7	8
Demaerschalk.72	98,32	7,71	0,0153	0,5919	0,7263	0,7264	0,9832	27207,5	9
Demaerschalk.73.a	98,27	7,97	0,0919	0,6050	0,7684	0,7768	0,9820	27926,7	12
Demaerschalk.73.c	98,71	6,85	0,0715	0,5276	0,5694	0,5744	0,9867	24671,6	6
Demaerschalk.73.d	98,98	6,01	0,0066	0,4683	0,4422	0,4422	0,9897	21849,4	2
Demaerschalk.73.e	99,08	5,74	0,0437	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20839,7	1
Ormerod	98,25	8,36	0,2529	0,5686	0,7917	0,8556	0,9802	28968,3	13
Forslund.82	97,58	10,30	0,4414	0,7430	1,1043	1,2990	0,9699	33480,2	20
Amidon	97,28	9,79	0,0031	0,8267	1,1738	1,1737	0,9728	32384,7	18
Biging	97,38	9,71	0,0802	0,7719	1,1467	1,1530	0,9733	32192,9	19
Newberry.a	88,67	22,08	0,5797	1,9644	5,6321	5,9677	0,8616	49947,7	23
Newberry.b	98,30	7,74	0,0256	0,5913	0,7330	0,7336	0,9830	27309,7	11
Forslund.91	97,81	10,57	0,5211	0,7884	1,0953	1,3667	0,9683	34027,4	21
Thomas	97,49	9,41	-0,0188	0,8095	1,0833	1,0836	0,9749	31524,1	16
Baldwin	98,95	6,30	0,0964	0,4926	0,4768	0,4861	0,9887	22864,1	4
Sharma	98,85	6,76	-0,1331	0,5092	0,5409	0,5586	0,9870	24363,5	5
Benbrahim	98,53	7,24	0,0652	0,5710	0,6377	0,6419	0,9851	25868,5	7
Segmentadas									
Max	99,03	6,07	0,0924	0,4754	0,4417	0,4502	0,9896	22043,5	2
Cao	99,03	6,07	0,0924	0,4754	0,4417	0,4502	0,9896	22043,5	2
Clark	99,11	5,61	0,0141	0,4135	0,3850	0,3851	0,9911	20357,5	1
Forma variável									
Perez	99,08	5,71	-0,0142	0,4395	0,3993	0,3995	0,9907	20751,0	7
Newnham.92	99,14	5,60	0,0193	0,4122	0,3833	0,3836	0,9911	20315,3	6
Kozak.94	99,25	5,14	-0,0009	0,3845	0,3237	0,3237	0,9925	18489,1	1
Kozak.95	99,18	5,39	-0,0133	0,4088	0,3552	0,3553	0,9918	19491,2	3
Muhairwe.a	99,15	5,49	-0,0072	0,4226	0,3681	0,3681	0,9915	19873,2	5
Muhairwe.b	99,16	5,44	0,0012	0,4131	0,3613	0,3612	0,9916	19669,9	4
Zakrewski	98,67	7,39	-0,0220	0,5653	0,6669	0,6673	0,9845	26287,1	9
Bi	99,26	5,12	0,0232	0,3697	0,3205	0,3210	0,9926	18392,5	1
Lee	98,86	6,34	0,0040	0,4917	0,4917	0,4916	0,9886	22992,8	8
Kozak.04.b	99,25	5,15	0,0050	0,3835	0,3242	0,3242	0,9925	18503,7	2
Valores médios									
Não segmentadas	97,81	8,81	0,1438	0,6964	1,0232	1,0763	0,9750	29121,1	3
Segmentadas	99,06	5,91	0,0663	0,4548	0,4228	0,4285	0,9901	21481,5	2
Forma variável	99,10	5,68	-0,0005	0,4291	0,3994	0,3996	0,9907	20476,6	1

Môra *et al.* (2014) testando os modelos de Baldwin e Feduccia (1991), Demaerschalk (1972), Kozak(c) *et al.* (1969) e Ormerod (1973), para avaliar as estimativas de 70 árvores de híbrido de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*, obteve valores de Syx(%) piores aos encontrados para *Eucalyptus saligna* no presente estudo para os quatro modelos utilizados em seu trabalho.

Assim como para Pinus, grande parte dos trabalhos para Eucalipto utiliza o Polinômio do 5º grau para avaliar o perfil do fuste por meio das estimativas de diâmetro. Dentre os trabalhos que encontraram valores das estatísticas mais acuradas em relação aos obtidos nesse trabalho, têm-se como exemplo, Schröder *et al.* (2013) para *Eucalyptus grandis*, Miguel *et al.* (2011), para *Eucalyptus urophylla* e Souza *et al.* (2008c) para *Eucalyptus* sp. Resultados piores das estatísticas foram encontrados nos trabalhos de Mendonça *et al.* (2014) para *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus urophylla* e Mendonça *et al.* (2007) para *Eucalyptus* sp.

Souza (2013) testou cinco modelos não segmentados, Kozak(c) *et al.* (1969), Schöepfer (1966), Garay (1979), Demaerschalk (1972) e Ormerod (1973) para avaliar as estimativas de diâmetro em híbrido de *Eucalyptus camaldulensis* x *Eucalyptus grandis*. Souza *et al.* (2008c), avaliando as estimativas de seis modelos não segmentados para estimativas de diâmetro de *Eucalyptus* sp. encontraram valores de Syx(%)= 8,58 para Demaerschalk.72, Syx(%)= 8,36 para Ormerod e Syx(%)= 3,82 para o Polinômio de 5º grau. Tanto para Souza (2013) como para Souza *et al.* (2008c), o Polinômio de 5º grau foi o melhor. No presente estudo para estimativas de diâmetro de *Eucalyptus saligna*, se não tivessem sido utilizadas as equações de Demaerschalk(e) (1973) e Demaerschalk(d) (1973) (1º e 2º com melhores estimativas segundo a classificação), o Polinômio de 5º grau (3º com melhor desempenho) também teria sido o mais acurado.

Miguel *et al.* (2011), testando equações de afilamento para estudar as estimativas de diâmetro para *Eucalyptus urophylla*, encontraram resultados de estimativas na equação de Kozak(c) *et al.* (1969) piores aos obtidos neste estudo para *Eucalyptus saligna*.

Souza *et al.* (2008b) testando os modelos segmentados de Max e Burkhart (1976), Demaerschalk e Kozak (1977) e Parresol *et al.* (1987), obtiveram nas estimativas de diâmetro de Max e Burkhart para *Eucalyptus* sp. os resultados mais

acurados, com valores de $Syx(\%)$ para esse modelo, iguais aos obtidos neste trabalho.

Para o Eucalipto as melhores equações foram Bi e Kozak.94 (TABELA 12). Comparando as estatísticas individuais de cada uma das equações, Bi apenas não foi mais acurada que Kozak.94 para a estatística V , pois no modelo de Kozak.94 o viés foi praticamente zero ($V=-0,0009$). Deve-se ainda levar em conta que a equação de Kozak.94 não foi analisada para as estimativas de diâmetro para Pinus, pois teve coeficientes não significativos no ajuste.

Pelos resultados médios das estatísticas em cada grupo (TABELA 12), as melhores equações de cada grupo foram Demaerschalk.73.e (NS), Clark (S) e as equações de Bi e Kozak.94 (FV).

Tanto para Pinus como para o Eucalipto pode-se perceber nos trabalhos realizados no Brasil analisados que o uso das equações de FV ainda é muito pequena, mesmo os modelos desse grupo sendo mais acurados aos analisados nos grupos S e NS.

Assim como ocorreu no ajuste para Pinus, das equações que não utilizaram variáveis tradicionais, a equação de Benhabrim (NS) foi a que estimou melhor os diâmetros no seu grupo. No grupo de FV, melhores resultados das estimativas de diâmetro foram obtidos pela equação de Bi.

Os resíduos dos diâmetros estimados pelas equações NS para Eucalipto (FIGURA 4), apresentaram mesma tendência que para Pinus, ou seja, a medida que os diâmetros se aproximam do ápice, mais superestimadas foram as estimativas.

A grande maioria dos gráficos de resíduos de Eucalipto foram parecidos com a distribuição apresentada pela equação de Demaerschalk.73.e (mais acurada pelas estatísticas), inclusive o modelo de afilamento de Hojer, modelo mais simples para estimar a variável d . Dessa forma, os gráficos de resíduos não devem ser utilizados como estatística única para seleção das equações. Assim, em ambas as espécies, a seleção acaba ficando a cargo da análise conjunta dos resíduos com as estatísticas.

Para o Eucalipto, pode-se notar pelos resíduos que a equação de Demaerschalk.73.d e Demaerschalk.73.e são idênticas em relação a distribuição (FIGURA 4). Essas duas equações representam a segunda e a primeira posição, respectivamente pela média das estatísticas (TABELA12).

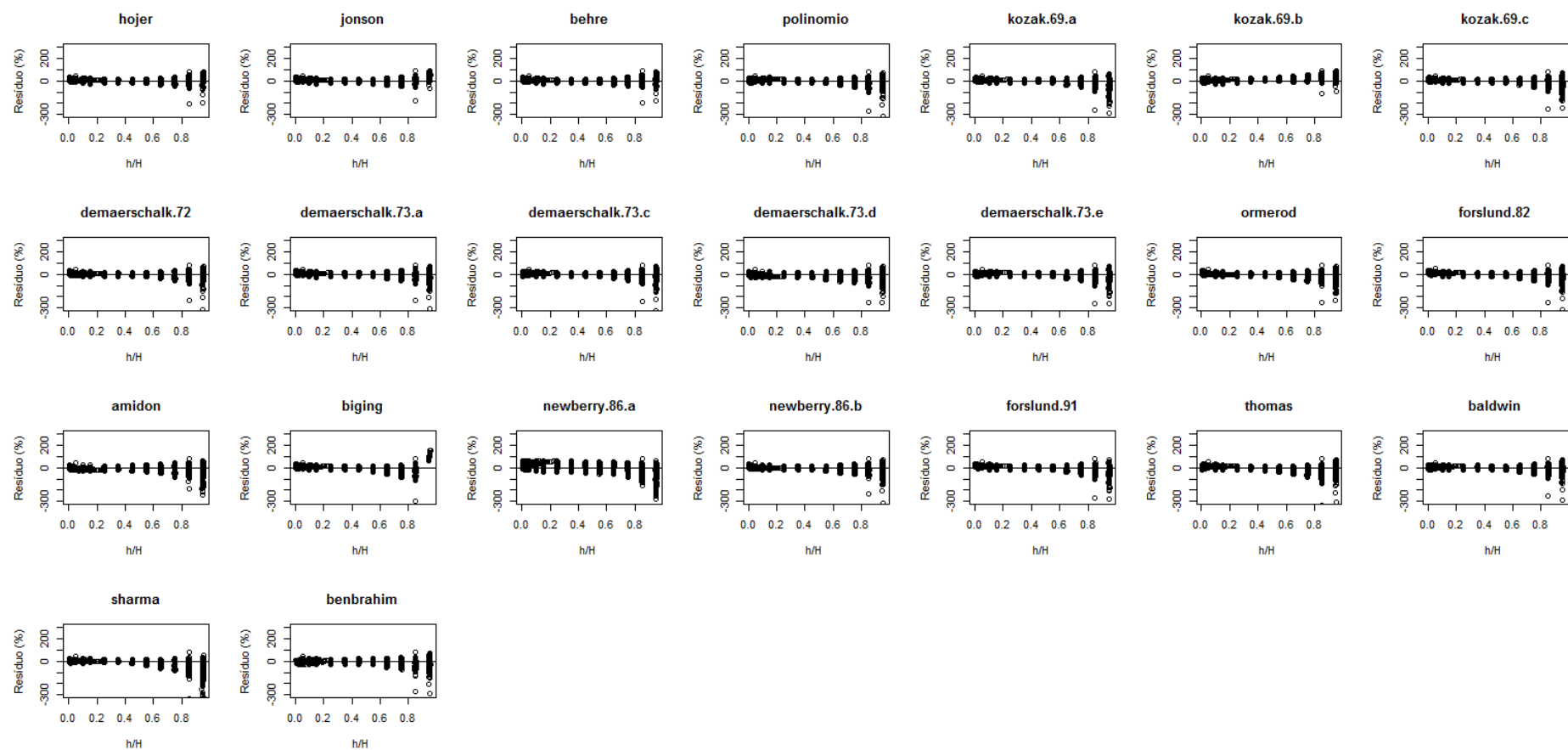


FIGURA 4 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

Nas equações S (FIGURA 5), não há diferença entre os gráficos de resíduos das três equações. As estatísticas de avaliação (TABELA 12) também demonstram resultados muito próximos entre todas as estatísticas. Pelos resultados de resíduos e estatísticas, a equação de Clark teve melhor desempenho nas estimativas.

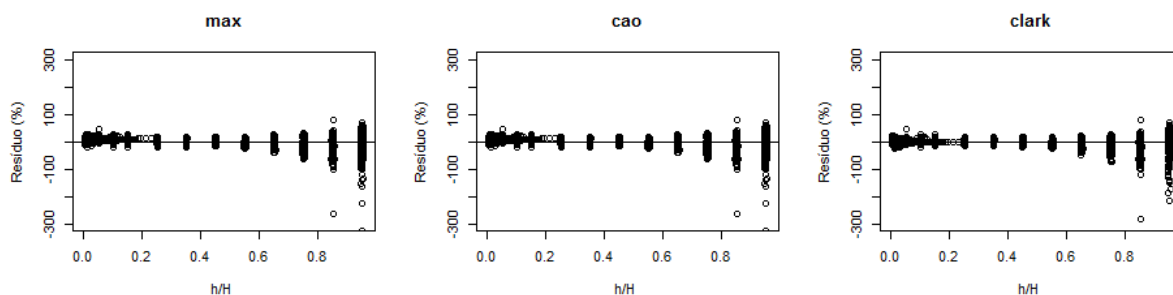


FIGURA 5 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

Da mesma forma como ocorreu para as equações de S, as equações de FV, tiveram gráficos de resíduos (FIGURA 6) muito parecidos, exceto o modelo de Zakrewski, que assim como para Pinus, diferiu das demais equações do grupo. As equações de FV, assim como as S e NS têm maior dificuldade para estimar os diâmetros mais próximos ao ápice do fuste, mesmo tendo valores de $Syx(\%)$ médio baixos.

A análise de resíduos da equação de Zakrewski difere das outras equações de FV pois a partir da altura relativa de 0,65 apresenta subestimações para o diâmetro, enquanto as outras equações desse grupo apresentam valores superestimados das estimativas de diâmetro.

Pelos resultados dos gráficos de resíduos e estatísticas, as equações com melhor desempenho no grupo de FV foram Bi e Kozak.94.

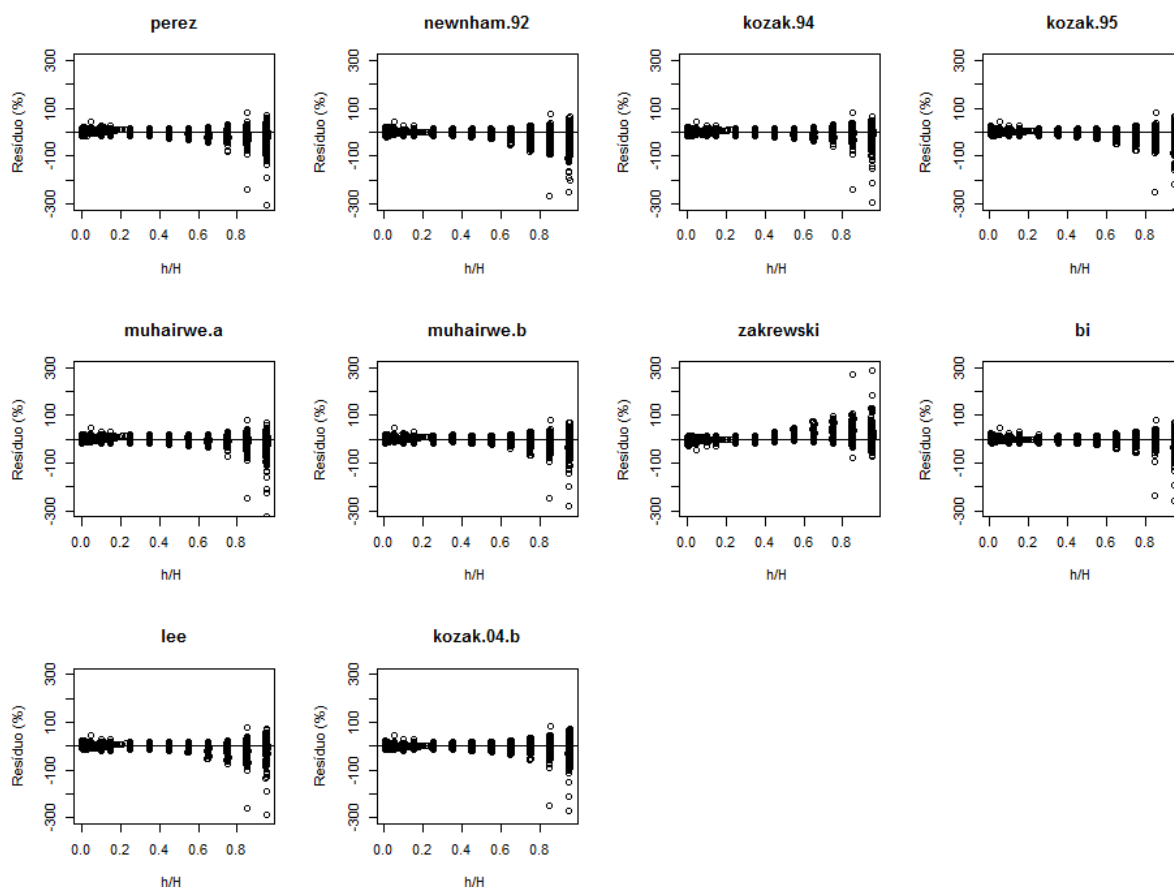


FIGURA 6 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

4.2.2 Avaliação das estimativas dos diâmetros de 0,1 m a 25% H

O estudo das estimativas separadas em partes, deve-se ao fato das equações de afilamento ajustadas apresentarem estimativas menos acuradas dos diâmetros em determinadas alturas no fuste, como podem ser observados nos gráficos de resíduos das estimativas de diâmetro sem estratificação para as equações NS (FIGURAS 1 e 4), S (FIGURAS 2 e 5) e FV (FIGURAS 3 e 6) para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*.

Para estudar de forma mais detalhada as estimativas de diâmetro entre as equações ajustadas, os fustes foram estratificados em três partes, base, de 0,1 m a 25% H do fuste, parte central ou média, de 25 a 75% H do fuste e, ápice, de 75 a 95% H do fuste.

a) para *Pinus taeda*

Analisando as estimativas de diâmetro para a base do fuste, a equação com melhores estimativas de diâmetro no grupo *NS* foi a de Sharma (TABELA 13), considerando os resultados médios das estatísticas. O modelo de Sharma é um dos mais simples e apresenta apenas um único coeficiente para ser estimado.

Demaerschalk.73.e, melhor equação na avaliação dos diâmetros em todas as alturas, foi apenas a quarta na estimação dos diâmetros até 25% *H*. No grupo *NS*, a equação de Benbrahim (que utiliza o *db* no lugar de *D*) não melhorou seu resultado nas estimativas da base, sendo classificado também como sétimo. Dos modelos desse grupo, os tradicionalmente utilizados nos ajustes no Brasil como Demaerschalk.72, Kozak.69.c e Polinômio 5 grau, o polinômio foi o mais acurado (sexto classificado).

Nas equações segmentadas, a equação de Clark, com melhor performance para a estimativa dos diâmetros em todas as posições do fuste, também foi a melhor dentre as três equações do grupo nas estimativas de diâmetro de 0,1 m a 25% *H*. O mesmo ocorreu nas equações de *FV*, onde Bi teve resultados mais acurados nas estimativas dessa variável para a base.

Pelos resultados médios das estatísticas dos grupos *NS*, *S* e *FV*, os modelos de *FV* tiveram resultados mais acurados para as estimativas de diâmetro. Mesmo resultado da avaliação dos diâmetros sem estratificação.

Os resultados de $Syx(\%)$ dos diâmetros de 0,1 m a 25% *H* somente foram superiores a 10,00% para as equações de Forslund (Forslund.82 e Forslund.91). Entre as equações *S* e *FV*, o erro não ultrapassou os 6,00%. Dentre as equações de *FV*, a de menor erro foi Bi com $Syx(\%) = 4,22$ e $PVE = 0,9879$.

Valores da estatística *AIC* para as equações com estimativas dos diâmetros da base mais acuradas foram inferiores a 40000. Valores de variância dos erros (*MSE*) foram menores que 1,000 apenas para as equações de *FV* e *S*. No grupo de *FV*, as cinco primeiras equações tiveram resultados inferiores a 1,000. Isso mostra que no grupo de *FV* os valores das estimativas dos diâmetros foram mais próximos aos valores dos diâmetros mensurados.

TABELA 13 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 0,1 m À 25% H PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hoyer	8,50	-0,0939	1,2903	3,0863	3,0954	0,9508	49998,0	17
Jonson	8,64	-0,1127	1,3096	3,1835	3,1964	0,9492	50402,8	20
Behre	8,52	-0,0853	1,2941	3,1001	3,1076	0,9506	50048,0	19
Polinômio do 5º Grau	6,21	-0,2877	0,9921	1,5680	1,6514	0,9738	42085,9	6
Bruce	5,56	-0,0242	0,7337	1,3218	1,3229	0,9790	39291,5	3
Kozak.69.a	8,07	-0,0556	1,2293	2,7860	2,7894	0,9557	48686,4	13
Kozak.69.b	8,03	0,2282	1,2466	2,7078	2,7598	0,9561	48551,4	14
Kozak.69.c	8,13	-0,0788	1,2350	2,8226	2,8292	0,9551	48866,2	15
Demaerschalk.72	7,80	0,0757	1,1759	2,5966	2,6030	0,9586	47817,2	11
Demaerschalk.73.a	8,28	-0,0904	1,2569	2,9294	2,9378	0,9533	49340,0	16
Demaerschalk.73.c	6,56	-0,0491	0,9974	1,8385	1,8413	0,9707	43455,4	5
Demaerschalk.73.d	5,07	0,0617	0,7192	1,0986	1,1028	0,9825	36998,5	2
Demaerschalk.73.e	5,20	-0,0887	0,8010	1,1516	1,1597	0,9816	37630,5	4
Ormerod	9,08	-0,8481	1,1224	2,8101	3,5294	0,9439	51650,5	21
Forslund.82	12,45	-1,4884	1,8046	4,4232	6,6391	0,8945	59612,7	22
Amidon	7,55	0,4572	1,2342	2,2312	2,4405	0,9612	47002,8	10
Biging	7,76	-0,6127	1,1397	2,2022	2,5778	0,9590	47692,5	12
Newberry.b	7,67	0,0950	1,1398	2,5085	2,5177	0,9600	47395,6	9
Forslund.91	13,28	-2,0396	2,1076	3,3917	7,5522	0,8800	61235,4	23
Thomas	8,25	-0,8879	1,3312	2,1256	2,9145	0,9537	49240,6	18
Baldwin	6,42	-0,1330	0,9948	1,7449	1,7627	0,9720	42903,4	8
Sharma	4,53	-0,0841	0,5981	0,8703	0,8774	0,9861	34112,0	1
Benbrahim	6,70	-0,0230	1,0263	1,9226	1,9233	0,9694	44004,0	7
Segmentadas								
Max	5,92	-0,2381	0,9162	1,4450	1,5023	0,9761	40893,7	3
Cao	5,92	-0,2381	0,9162	1,4450	1,5022	0,9761	40893,7	2
Clark	4,57	0,0038	0,6161	0,8946	0,8949	0,9858	34366,7	1
Forma variável								
Kozak.88	4,78	-0,0611	0,7188	0,9763	0,9805	0,9844	35519,5	5
Perez	4,84	-0,0989	0,7334	0,9943	1,0044	0,9840	35819,7	6
Newnham.92	4,68	-0,1642	0,6240	0,9113	0,9386	0,9851	34967,0	4
Kozak.95	4,62	-0,0431	0,6632	0,9117	0,9141	0,9855	34635,3	3
Muhairwe.a	5,37	-0,0261	0,8283	1,2322	1,2335	0,9804	38411,9	7
Muhairwe.b	5,40	-0,0016	0,8247	1,2485	1,2492	0,9802	38570,7	8
Zakrewski	5,90	-0,3311	0,7502	1,3793	1,4897	0,9763	40777,6	10
Bi	4,22	-0,0136	0,5551	0,7608	0,7614	0,9879	32330,7	1
Lee	6,00	-0,0097	0,9049	1,5419	1,5425	0,9755	41225,1	10
Kozak.04.a	5,57	0,0842	0,8608	1,3203	1,3279	0,9789	39338,5	9
Kozak.04.b	4,26	0,0126	0,5807	0,7769	0,7775	0,9877	32597,8	2
Valores médios								
Não segmentadas	7,85	-0,2791	1,1839	2,4136	2,8095	0,9554	47215,0	3
Segmentadas	5,47	-0,1575	0,8162	1,2616	1,2998	0,9794	38718,0	2
Forma variável	5,06	-0,0593	0,7313	1,0958	1,1109	0,9824	36744,9	1

Avaliando as estimativas de diâmetro na base para as equações *NS*, têm-se que a equação que estima de forma mais acurada os diâmetros sem estratificação não foi a melhor nas estimativas dos diâmetros da base para *Pinus taeda*.

Dependendo do estudo e finalidade, pode-se ajustar diferentes modelos para as diferentes partes do fuste e, nem sempre a equação com melhores estimativas médias totais têm os mesmos resultados em todas as alturas relativas da árvore.

Talvez por causa da maior flexibilidade encontrada nos modelos *S* e *FV* em relação aos *NS*, as equações de Clark (*S*) e Bi (*FV*) tenham sido melhores nas avaliações dos diâmetros sem estratificação e nas estimativas apenas para base.

A análise dos resíduos das equações *NS* para os diâmetros na base do fuste, indica distribuições semelhantes entre os modelos testados (FIGURA 7). Pode-se notar entre as alturas relativas de 0,00 a 0,05, subestimações para Demaerschalk.73.c e Thomas. Apenas Demaerschalk.73.d teve subestimações no intervalo h/H de 0,15 a 0,3.

Assim como obtido nas estatísticas (TABELA13), Sharma é a equação que possui uma distribuição de resíduos mais próximos ao eixo das abscissas nas posições iniciais do fuste (FIGURA 7). Os resíduos da equação de Benbrahim e Amidon tendem a subestimar os valores de diâmetros estimados até 25% H . Na distribuição dos resíduos das equações *S* (FIGURA 8), há uma superestimação da maioria dos diâmetros na posição entre 0,10 e 0,25 nas para as equações de Max e de Cao, o que não ocorre no modelo de Clark. Já, essa equação tem uma pequena tendência em subestimar os diâmetros da base.

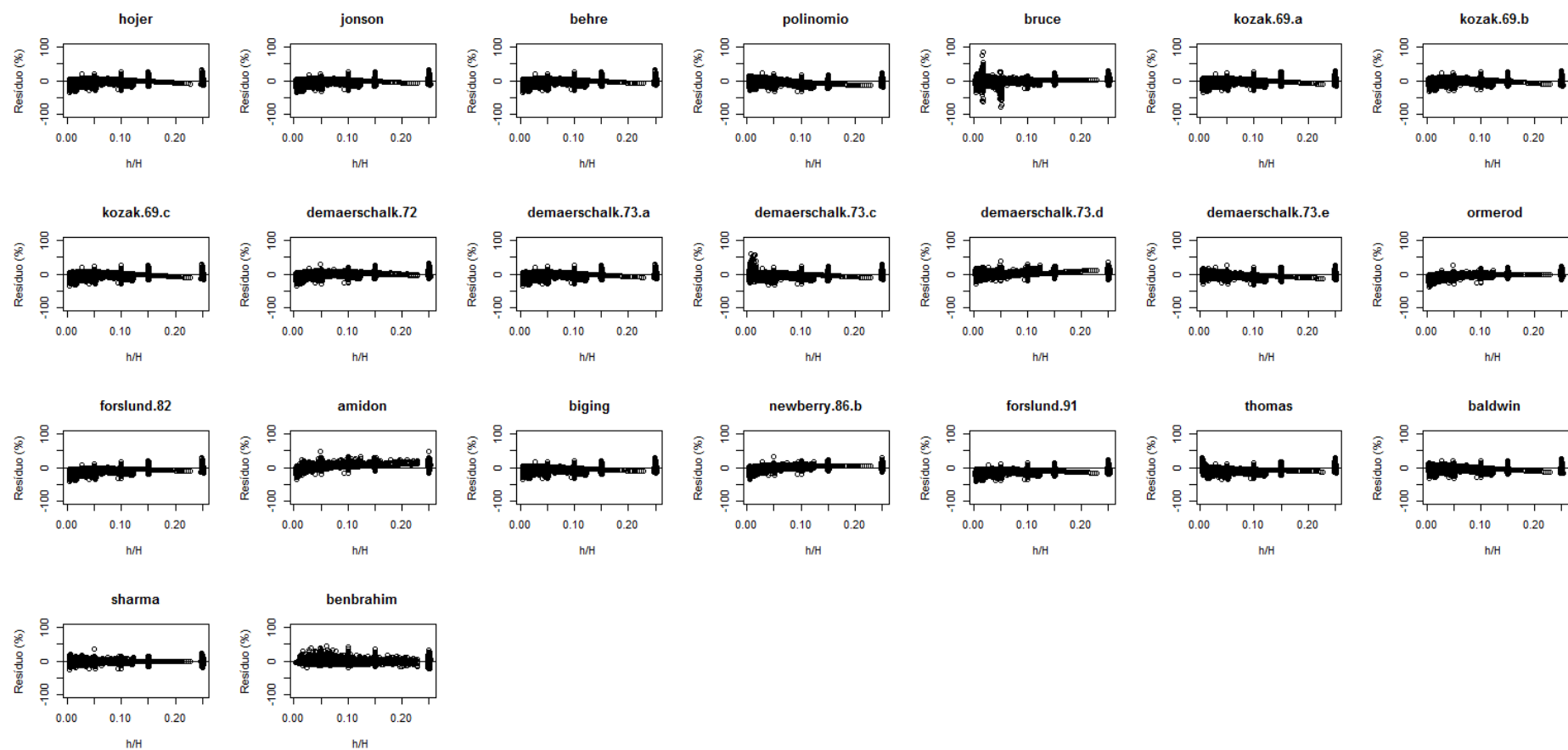


FIGURA 7 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

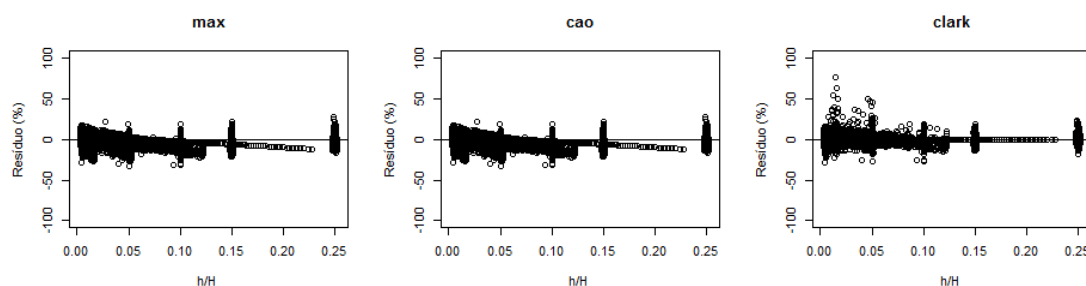


FIGURA 8 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

As equações de FV , assim como nos resultados das estatísticas (TABELA13), têm distribuição dos resíduos das estimativas de diâmetro para a base semelhantes em todas as equações, inclusive Zakrewski. Pelas estatísticas de avaliação, todos as estimativas de diâmetro foram mais próximas ao valor real, pois o maior valor de $Syx(\%)$ foi 6,00, indicando que esses modelos oferecem estimativas mais acuradas para os diâmetros mais próximos a base.

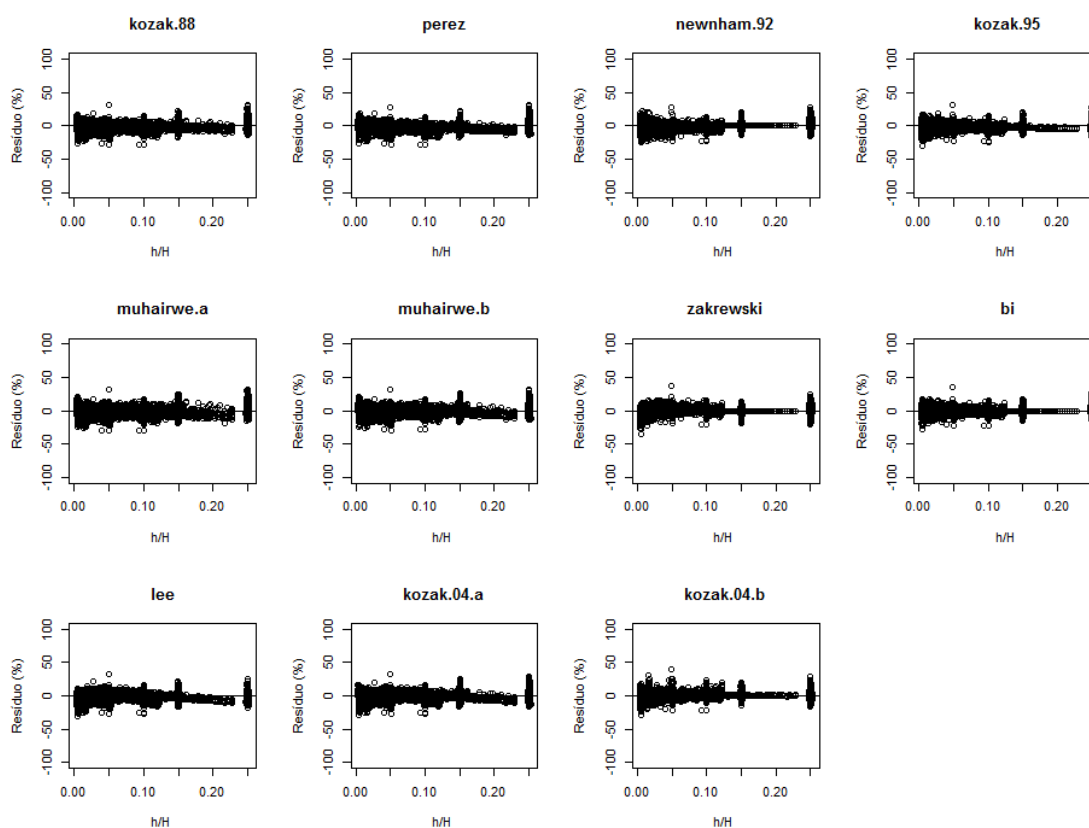


FIGURA 9 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

b) para *Eucalyptus saligna*

Nas equações *NS* (TABELA 14), a equação com pior resultado foi Newberry.a (último classificado). Vale lembrar que esse modelo não foi avaliado para *Pinus*, pois não foi validado.

Como equação com melhores estimativas de diâmetros na base por meio das estatísticas, têm-se o modelo de Sharma (TABELA 14). O modelo de Demaerschalk.73.e foi o segundo mais acurado. Para ambas as espécies, pode-se notar que o modelo com melhor performance nas estimativas sem estratificação não foi o mais acurado para a base.

Nas equações *S*, Clark estimou melhor os valores de diâmetros para a base do fuste, como aconteceu na avaliação dos diâmetros sem estratificação e como ocorreu também para *Pinus*.

Nas equações de *FV* a melhor equação para as estimativas de diâmetro para base a partir das estatísticas (TABELA 14) foi Kozak.04.b, seguida por Bi. Esses resultados podem ser melhor observados nos gráficos de resíduos dessas equações. Pode-se notar que a distribuição dos resíduos dessas duas equações é idêntica, apresentando uma distribuição mais próxima ao eixo das abscissas (FIGURA 12).

Pelos resultados das estatísticas médias entre as equações *NS*, *S* e *FV* têm-se que o grupo *S* e *FV* teve *Syx*(%) menor que 5% e valores de *PVE* superiores a 0,9869. Esse resultado indica estimativas acuradas em todas as equações desses dois grupos em relação aos resultados médio do grupo *NS* (*Syx*(%)=7,29 e *PVE*=0,9639).

Na estatística *Syx*(%), apenas duas equações *NS* (Muhairwe.a e Forslund.91) tiveram valores acima dos 10%. Nas equações de *FV*, apenas as equações de Zakrewski (que utiliza áreas seccionais) e Lee tiveram resultados superiores a 5% para essa estatística. Entre as três equações *S*, nenhuma teve valor de *Syx*(%) superior a 5%.

TABELA 14 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 0,1 m A 25% *H* PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	7,47	-0,1009	0,7621	1,1872	1,1976	0,9673	17388,6	17
Jonson	7,62	-0,1198	0,7777	1,2334	1,2480	0,9659	17626,1	20
Behre	7,50	-0,0883	0,7675	1,2003	1,2083	0,9670	17440,0	18
Polinômio do 5º Grau	5,25	-0,1683	0,5605	0,5635	0,5924	0,9838	13338,2	4
Kozak.69.a	6,86	-0,0613	0,6975	1,0057	1,0097	0,9724	16405,6	11
Kozak.69.b	6,89	0,2465	0,7246	0,9598	1,0206	0,9721	16466,5	13
Kozak.69.c	6,91	-0,0706	0,7020	1,0194	1,0247	0,9720	16492,0	12
Demaerschalk.72	6,83	0,0143	0,7007	1,0004	1,0011	0,9726	16358,5	10
Demaerschalk.73.a	7,14	-0,0905	0,7264	1,0877	1,0961	0,9700	16878,6	15
Demaerschalk.73.c	5,88	-0,0815	0,5955	0,7355	0,7425	0,9797	14637,4	6
Demaerschalk.73.d	4,66	0,0075	0,4645	0,4661	0,4665	0,9873	11962,6	3
Demaerschalk.73.e	4,52	-0,0662	0,4522	0,4334	0,4380	0,9880	11596,9	2
Ormerod	7,66	-0,4275	0,6646	1,0766	1,2594	0,9656	17677,7	19
Forslund.82	9,90	-0,8272	1,0026	1,4211	2,1058	0,9424	20639,7	21
Amidon	6,98	0,4011	0,8277	0,8851	1,0462	0,9714	16610,2	14
Biging	6,49	-0,4039	0,6488	0,7410	0,9044	0,9753	15771,3	9
Newberry.a	19,27	-1,7177	2,4488	5,0238	7,9761	0,7820	28310,6	23
Newberry.b	6,81	0,0017	0,6870	0,9962	0,9964	0,9728	16329,2	8
Forslund.91	10,20	-1,0056	1,0861	1,2252	2,2365	0,9389	20985,4	22
Thomas	7,24	-0,5499	0,8279	0,8233	1,1262	0,9692	17035,7	16
Baldwin	5,27	-0,1161	0,5418	0,5837	0,5973	0,9837	13382,0	5
Sharma	4,18	-0,0758	0,3775	0,3689	0,3747	0,9898	10694,3	1
Benbrahim	5,88	-0,0881	0,6105	0,7355	0,7434	0,9797	14644,2	7
Segmentadas								
Max	4,99	-0,1470	0,5120	0,5122	0,5343	0,9854	12743,5	2
Cao	4,99	-0,1470	0,5120	0,5122	0,5342	0,9854	12743,5	2
Clark	4,14	-0,0394	0,3691	0,3659	0,3678	0,9900	10592,5	1
Forma variável								
Perez	4,20	-0,0953	0,4002	0,3703	0,3797	0,9896	10774,6	6
Newnham.92	4,18	-0,1045	0,3657	0,3635	0,3748	0,9898	10701,1	5
Kozak.94	4,03	-0,0102	0,3796	0,3481	0,3486	0,9905	10286,6	3
Kozak.95	4,11	-0,0295	0,3878	0,3619	0,3632	0,9901	10522,5	4
Muhairwe.a	4,33	-0,0172	0,4241	0,4018	0,4025	0,9890	11114,8	7
Muhairwe.b	4,39	0,0051	0,4295	0,4134	0,4139	0,9887	11275,0	8
Zakrewski	5,63	-0,3564	0,4971	0,5522	0,6800	0,9814	14123,1	10
Bi	3,98	-0,0594	0,3511	0,3358	0,3397	0,9907	10135,7	2
Lee	5,17	0,0006	0,5170	0,5731	0,5735	0,9843	13150,4	9
Kozak.04.b	3,95	-0,0058	0,3666	0,3354	0,3359	0,9908	10074,0	1
Valores médios								
Não segmentadas	7,28	-0,2343	0,7676	1,0771	1,3222	0,9639	16464,0	3
Segmentadas	4,70	-0,1111	0,4644	0,4634	0,4787	0,9869	12026,5	2
Forma variável	4,40	-0,0673	0,4119	0,4055	0,4212	0,9885	11215,8	1

Os gráficos de resíduos das equações *NS* para avaliação dos diâmetros da base para Eucalipto (FIGURA 10) corroboram os resultados médios das estatísticas. Pela análise gráfica, a equação de maior tendência para estimativas de diâmetro de 0,1 m a 25% *H* foi a equação de Newberry.a. Observa-se também que o modelo de Sharma, distribui de forma mais homogênea e acurada os resíduos. Os gráficos de resíduos de Amidon e Benbrahim têm tendências, assim como ocorreu para Pinus, de subestimar os diâmetros. Os demais modelos apresentam uma leve tendência em superestimar os diâmetros entre as alturas relativas de 0,15 a 0,25.

Na análise de resíduos das equações *S* (FIGURA 11), a equação de Clark é a única que não apresenta tendência em superestimar os diâmetros entre as alturas relativas de 0,15 a 0,25. Resultados desses resíduos estão bem relacionados as estatísticas de avaliação, principalmente na estatística viés (*V*). O valor dessa estatística foi -0,0394 (Clark), bem inferior aos resultados de Max e de Cao que foram de 0,1470.

Os gráficos de resíduos das equações de *FV* (FIGURA 12) apresentam superestimativas das estimativas de diâmetros entre as alturas relativas de 0,15 e 0,25 nas equações de Perez, Muhairwe.a, Muhairwe.b e Lee em relação a avaliação para os diâmetros na base. A equação de Zakrewski, mesmo sendo o modelo com piores resultados das estimativas de diâmetro na base para esse grupo, teve um erro de 5,63%, bem inferior a alguns resultados apresentados pelos modelos *NS*. As demais equações apresentaram distribuição idêntica.

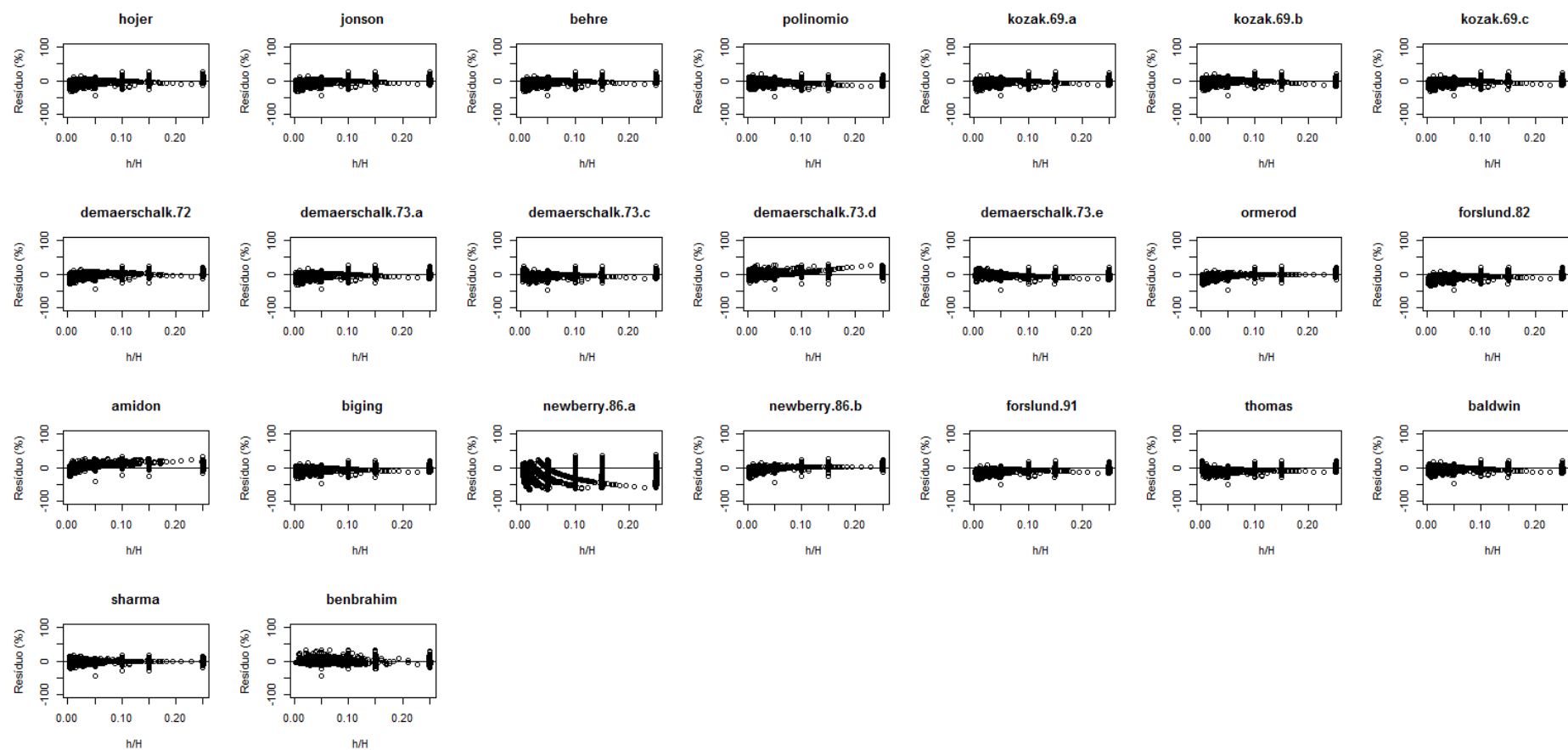


FIGURA 10 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

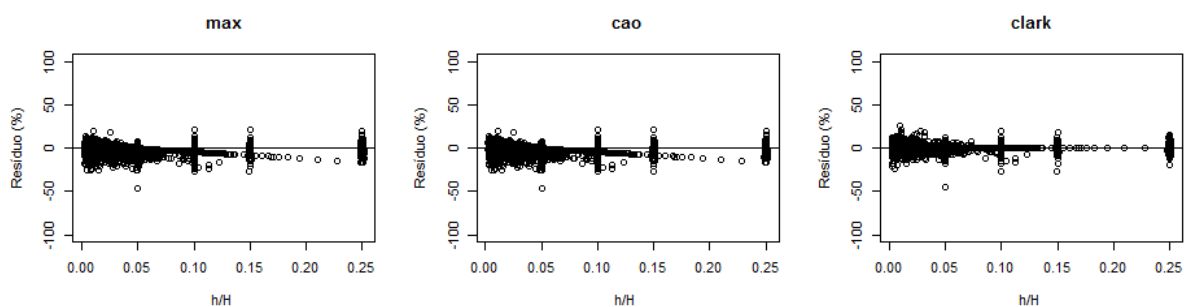


FIGURA 11 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

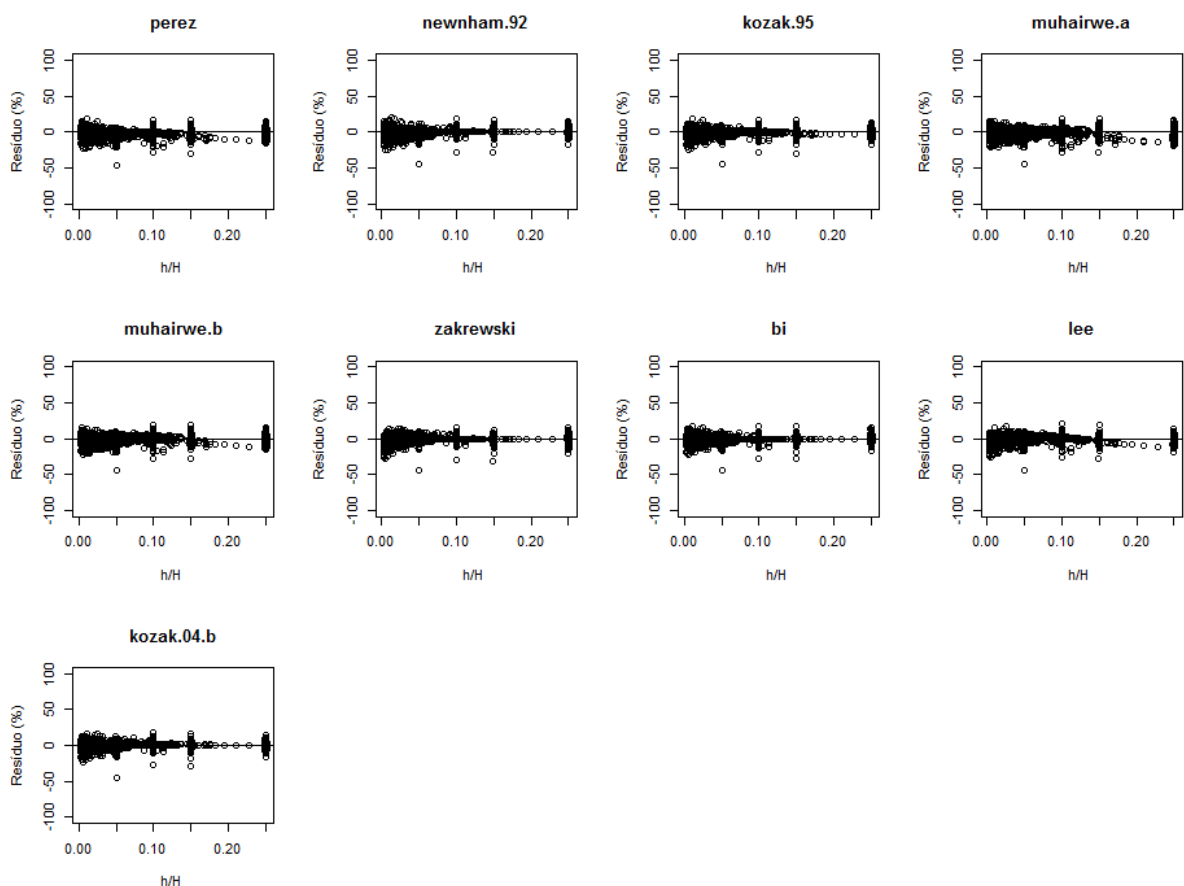


FIGURA 12 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

4.2.3 Avaliação das estimativas dos diâmetros de 25 a 75% H

a) para *Pinus taeda*

Na avaliação das estimativas de diâmetro para *Pinus*, estratificado entre as alturas relativas de 0,25 a 0,75 H , os valores médios das estatísticas de cada grupo indicam um resultado diferente do encontrado até agora no estudo (TABELA 15). O grupo representado pelas equações S teve melhor performance em média para estimar o diâmetro nessa parte do fuste (TABELA 15). Isso somente ocorreu porque a equação de Zakrewski teve um erro de 15,03% entre as equações de FV , enquanto na avaliação das estimativas da base teve um resultado mais acurado. Caso esse modelo fosse retirado, as demais equações de FV teriam médias melhores ao grupo S .

Os resultados das estimativas da previsão de valor esperado (PVE), indicam resultados superiores a 0,9600 apenas nas equações de FV . Todas as equações tiveram maior dificuldade para estimar os diâmetros na porção mediana do fuste. Assim, quanto mais os diâmetros afastam-se da base do fuste, há maior dificuldade para as equações ajustadas estimarem a variável diâmetro.

Avaliando os resultados das estatísticas obtidas para as estimativas de diâmetro, na base e na porção central, na parte média do fuste os resultados das estimativas foram menos acurados para todas as equações. Nos três tipos de equações avaliadas, resultados piores ficaram a cargo do grupo NS , assim como ocorreu em todos os estudos anteriores.

Enquanto as estimativas de diâmetro na base tiveram valores de $Syx(\%)$ igual a 4,00%, os menores valores de $Syx(\%)$ para as estimativas na parte mediana ficaram a cargo de Bi e $Kozak.04.b$ com erros em torno de 8% e valores de AIC inferiores a 30000.

TABELA 15 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 25 A 75% *H* PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	10,69	-0,0410	0,9802	1,8051	1,8069	0,9520	32412,90	9
Jonson	10,79	0,0283	0,9920	1,8404	1,8414	0,9510	32591,29	13
Behre	10,76	-0,0613	0,9858	1,8284	1,8323	0,9513	32544,70	10
Polinômio do 5º Grau	10,07	-0,0072	0,9346	1,6027	1,6036	0,9574	31288,64	1
Bruce	10,16	0,1937	0,9707	1,5939	1,6323	0,9566	31456,09	3
Kozak.69.a	10,74	-0,2474	0,9846	1,7638	1,8252	0,9515	32507,81	12
Kozak.69.b	15,00	-1,0883	1,3798	2,3729	3,5574	0,9054	38813,29	23
Kozak.69.c	10,53	-0,1497	0,9674	1,7321	1,7548	0,9533	32137,38	8
Demaerschalk.72	10,78	-0,0020	1,0062	1,8356	1,8362	0,9512	32566,77	11
Demaerschalk.73.a	10,51	-0,0889	0,9646	1,7393	1,7474	0,9535	32096,31	6
Demaerschalk.73.c	10,31	-0,1036	0,9482	1,6699	1,6812	0,9553	31733,35	4
Demaerschalk.73.d	10,80	-0,2250	1,0242	1,7941	1,8457	0,9509	32617,43	14
Demaerschalk.73.e	10,32	-0,1860	0,9604	1,6481	1,6832	0,9553	31744,62	5
Ormerod	11,30	-0,2064	1,0511	1,9753	2,0179	0,9463	33455,22	17
Forslund.82	10,19	0,1273	0,9406	1,6243	1,6407	0,9564	31500,81	2
Amidon	14,49	-0,4963	1,3505	3,0722	3,3189	0,9118	38158,47	21
Biging	13,44	0,9589	1,2594	1,9358	2,8557	0,9241	36738,11	20
Newberry.b	11,37	0,0202	1,0820	2,0443	2,0449	0,9456	33582,05	16
Forslund.91	10,85	-0,2346	1,0382	1,8065	1,8616	0,9505	32693,46	15
Thomas	14,76	1,1298	1,3893	2,1657	3,4431	0,9085	38506,55	22
Baldwin	10,38	-0,2028	0,9703	1,6617	1,7031	0,9547	31853,32	7
Sharma	13,42	0,1590	1,2946	2,8210	2,8463	0,9243	36705,78	19
Benbrahim	12,63	-0,1941	1,1971	2,4857	2,5236	0,9329	35571,85	18
Segmentadas								
Max	9,99	0,0077	0,9240	1,5784	1,5792	0,9580	31144,11	1
Cao	9,99	0,0077	0,9240	1,5784	1,5791	0,9580	31144,10	1
Clark	10,47	0,0276	0,9632	1,7309	1,7326	0,9540	32019,65	2
Forma variável								
Kozak.88	9,64	0,1599	0,9249	1,4426	1,4693	0,9610	30464,28	5
Perez	9,65	0,2127	0,9288	1,4280	1,4739	0,9608	30490,64	6
Newnham.92	10,46	0,1130	1,0075	1,7148	1,7285	0,9541	31997,62	8
Kozak.95	9,81	0,0981	0,9395	1,5125	1,5233	0,9595	30805,10	7
Muhairwe.a	9,42	0,0909	0,8902	1,3950	1,4044	0,9627	30036,92	4
Muhairwe.b	9,15	0,0570	0,8563	1,3198	1,3240	0,9648	29480,10	3
Zakrewski	15,03	0,8946	1,5279	2,7694	3,5725	0,9051	38848,21	11
Bi	8,87	0,0919	0,8254	1,2356	1,2448	0,9669	28896,27	2
Lee	10,73	0,0238	1,0214	1,8195	1,8208	0,9516	32488,07	9
Kozak.04.a	11,51	-0,3268	1,0578	1,9869	2,0949	0,9443	33814,16	10
Kozak.04.b	8,81	-0,0023	0,8129	1,2273	1,2284	0,9674	28772,82	1
Valores médios								
Não segmentadas	11,49	-0,04	1,07	1,95	2,13	0,94	33620,70	3
Segmentadas	10,15	0,01	0,94	1,63	1,63	0,96	31435,95	1
Forma variável	10,28	0,13	0,98	1,62	1,72	0,95	31463,11	2

Neste estudo, considerando a média das notas dadas as estatísticas $Syx(\%)$, V , MD , DPD , MSE , PVE e AIC para as estimativas de todos os diâmetros de 25 a 75% H , no grupo NS a equação com melhor performance foi o Polinômio de quinto grau, uma das equações mais utilizadas no Brasil para expressar o afilamento. No caso das equações S , as equações de Max e de Cao tiveram as estimativas mais acuradas. Esse resultado diferiu dos anteriormente estudados, uma vez que a equação de Clark tinha sido a mais acurada para as estimativas sem estratificação e para os diâmetros na base. Para as equações de FV , a melhor equação foi Kozak.04.b, seguida da equação de Bi.

Diferente do que aconteceu no grupo NS , em que a equação de Demaerschalk.73.e (melhor equação na avaliação sem estratificação) não foi a primeira ou segunda equação com melhores estimativas, Bi (FV) até essa parte do estudo, foi o primeira ou segunda equação com melhor performance para estimativas de diâmetro, da base e da parte central, para Pinus e Eucalipto.

Pelos resultados da estatística V para os diâmetros na parte média, têm-se que a maioria dos modelos S e FV mostra tendência em subestimar os diâmetros de 0,25 a 0,75 H .

As análises dos resíduos das equações NS (FIGURA 13), S (FIGURA 14) e FV (FIGURA 15), mostram claramente estimativas menos acuradas para os diâmetros à medida em que a altura relativa aproxima-se do ápice. As estimativas das equações de FV foram melhores em termos absolutos que as S e NS .

Nos gráficos de resíduos dos modelos NS para estimativas de diâmetro de 25% a 75% H (FIGURA 13), nota-se que a equação de Kozak.69.b aparenta ter a distribuição mais equilibrada. Porém, pelos resultados observados nas estatísticas (TABELA 15) ela foi a menos acurada. Isso mostra que as estimativas de diâmetro em valores absolutos foram piores quando comparadas às equações com estimativas mais próximas ao verdadeiro valor. Esse fato também reforça que nenhuma estatística deve ser unicamente utilizada na seleção de equações e que as estatísticas e a análise dos resíduos devem ser estudados em conjunto, ou seja, com apenas uma estatística não se tem 100% de certeza sobre a confiança das estimativas de uma equação.

Nos resíduos *NS*, as equações de Biging, Amidon e Benbrahim se diferenciam das outras equações por apresentarem tendência em superestimar em todas as alturas relativas.

Nos resíduos das equações *S* (FIGURA 14), verifica-se uma distribuição bem parecida para as três equações avaliadas. As estimativas de Clark tendem a superestimar mais os diâmetros do que as equações de Max e de Cao na altura relativa de 0,75. As outras duas equações são praticamente idênticas tanto nas estatísticas quanto nos gráficos.

Para as equações de *FV*, os resíduos também apresentam distribuições bem semelhantes, como ocorreu para as equações *NS* e *S*. A equação de Zakrewski difere das demais, pois, como ocorreu na avaliação sem estratificação, tende a subestimar os valores de diâmetro nas alturas relativas de 0,35; 0,45; 0,55; 0,65 e 0,75.

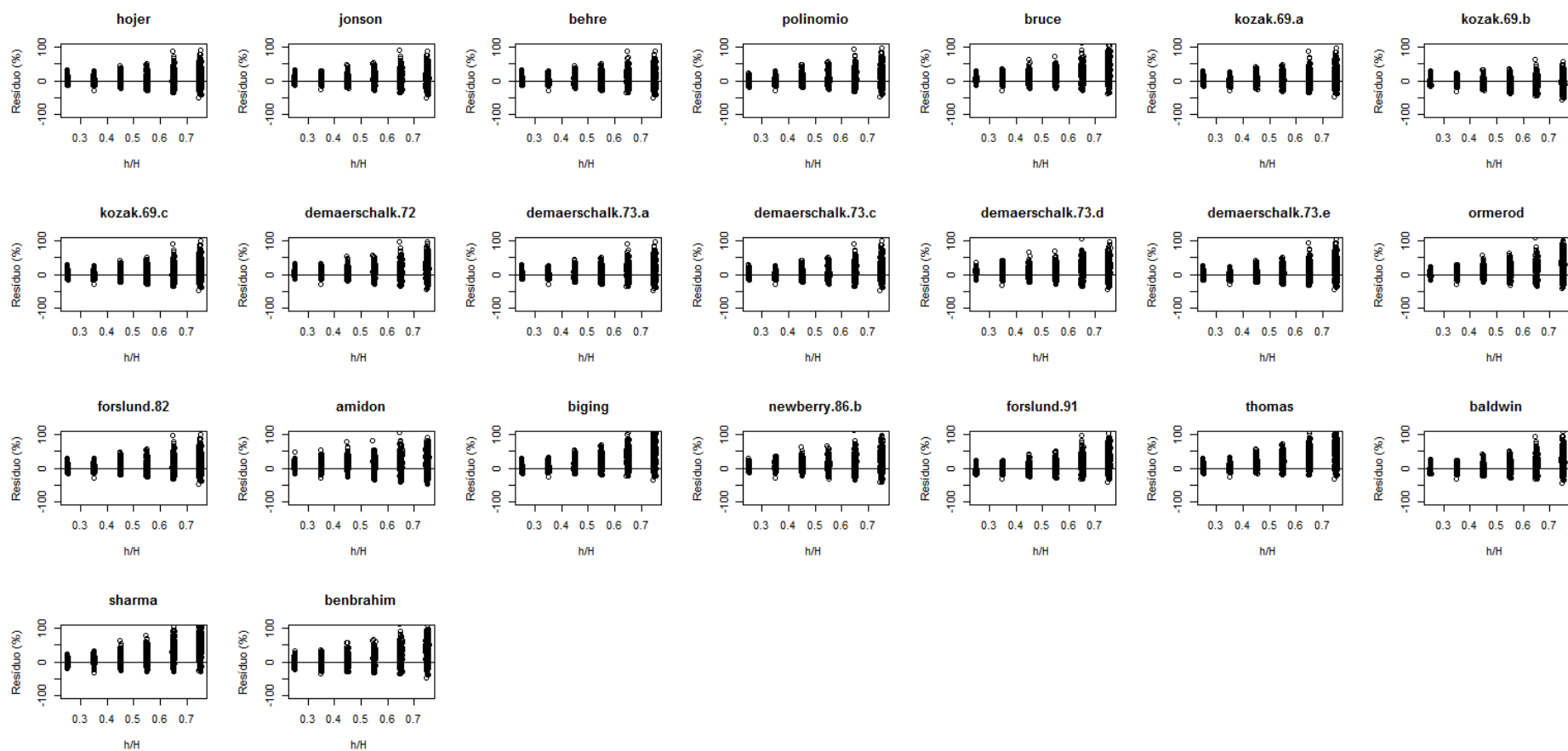


FIGURA 13 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

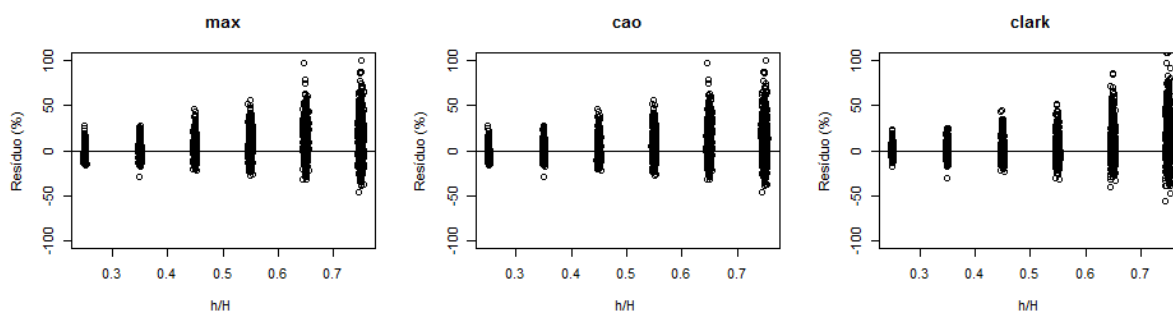


FIGURA 14 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

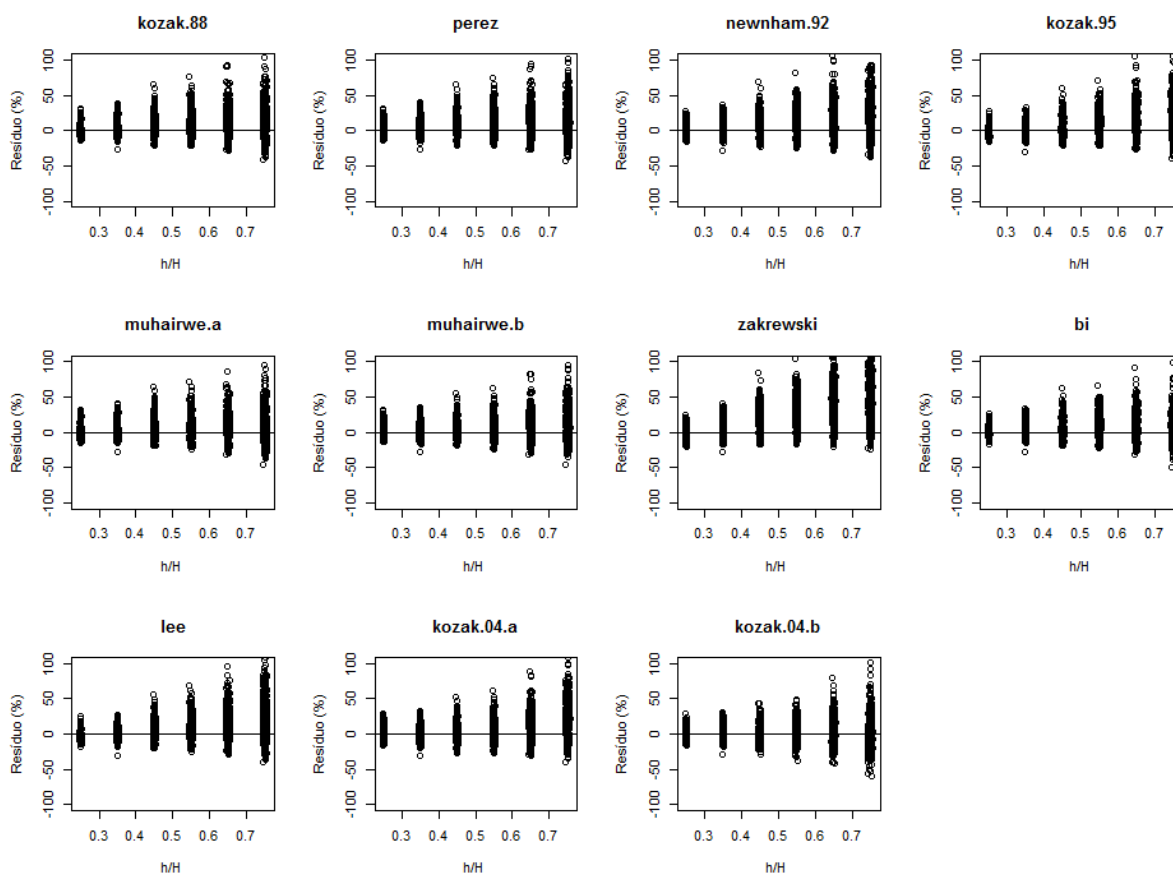


FIGURA 15 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

b) para *Eucalyptus saligna*

Da mesma forma que para *Pinus*, as estimativas médias dos diâmetros nas equações S foram mais próximas aos valores médios mensurados (TABELA 16). O modelo de Zakrewski, ajudou a elevar a média do grupo de FV , levando esse a ser o segundo grupo mais acurado.

Resultados encontrados nesse ajuste com relação a estatística *AIC* indicam que apenas algumas equações *NS* e Zakrewski (*FV*) tiveram resultados superiores a 10000 (TABELA 16).

Nas estimativas de diâmetro para a base, em todos os grupos algumas equações tiveram valores *Syx*(%) em torno de 4,00% (TABELA 14). Já nas estimativas de diâmetros na parte central do fuste, apenas o grupo de *FV* teve resultados mais próximos a esse valor, casos das equações de Kozak.94, Muhairwe.a, Muhairwe.b, Bi e Kozak.04.b com valores em torno de 5% para essa estatística (TABELA 16). Nas demais equações os erros foram superiores a 6%.

Os resultados das estatísticas *V*, *MD* e *DPD* foram inferiores a unidade para as equações estudadas, exceto Kozak.69.b e Newberry.a. Isso indica estimativas pouco tendenciosas para Eucalipto.

Nas equações *NS*, as estimativas mais acuradas foram obtidas para Baldwin, seguida de Forslund 91, do Polinômio do 5º grau e Demaerschalk.73.e. As equações com pior performance foram Newberry.a e Kozak.69.b. Como ocorreu até o momento no estudo, no tipo *NS* sempre há equações diferenciadas para estimar as porções do fuste, em relação a avaliação das estimativas de diâmetro sem estratificação. Nos resultados sem estratificação, Demaerschalk.73.e foi a melhor, para as estimativas da base, Sharma resultou em estimativas mais acuradas, e Baldwin para a porção central.

Para as equações *S*, as estimativas mais próximas aos valores mensurados pela classificação das estatísticas foram as equações de Max e de Cao.

Para as equações de *FV*, Kozak.94 foi a melhor. Bi foi apenas a 3ª com acurácia mais próxima aos valores mensurados, ficando a frente da equação de kozak.04.b que teve melhores resultados das estimativas para a avaliação de diâmetros na base. Ressalta-se ainda que apenas o modelo Kozak.94, Muhairwe.b, Bi, Kozak.04.b e Muhairwe.a, os cinco primeiros classificados respectivamente, tiveram valores de *Syx*(%) inferiores a 6%.

TABELA 16 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 25 A 75% *H* PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	7,81	0,0869	0,5207	0,5037	0,5114	0,9732	9366,7	14
Jonson	8,23	0,1432	0,5502	0,5466	0,5673	0,9702	9814,5	17
Behre	8,04	0,0588	0,5367	0,5380	0,5416	0,9716	9614,5	15
Polinômio do 5º Grau	6,13	-0,0431	0,4199	0,3124	0,3147	0,9835	7272,6	3
Kozak.69.a	6,70	-0,0970	0,4515	0,3671	0,3766	0,9802	8045,1	10
Kozak.69.b	15,43	-1,0237	1,1132	0,9483	1,9965	0,8952	15249,4	21
Kozak.69.c	6,64	-0,0532	0,4452	0,3665	0,3695	0,9806	7963,8	8
Demaerschalk.72	6,85	0,0887	0,4670	0,3857	0,3938	0,9793	8239,9	11
Demaerschalk.73.a	6,96	0,0270	0,4634	0,4054	0,4062	0,9787	8371,8	9
Demaerschalk.73.c	6,56	0,0115	0,4375	0,3601	0,3605	0,9811	7857,7	6
Demaerschalk.73.d	6,63	-0,0550	0,4544	0,3647	0,3682	0,9807	7951,3	7
Demaerschalk.73.e	6,05	-0,0678	0,4138	0,3021	0,3069	0,9839	7162,6	3
Ormerod	6,40	-0,0068	0,4284	0,3428	0,3429	0,9820	7638,4	4
Forslund.82	6,39	0,0619	0,4280	0,3386	0,3425	0,9820	7635,0	5
Amidon	12,30	-0,3976	0,8126	1,1094	1,2678	0,9334	13288,7	20
Biging	10,19	0,6227	0,7160	0,4818	0,8698	0,9543	11661,2	18
Newberry.a	21,47	0,3348	1,4811	3,7512	3,8643	0,7971	18103,3	22
Newberry.b	7,04	0,0794	0,4787	0,4096	0,4160	0,9782	8474,3	12
Forslund.91	6,03	-0,0579	0,4157	0,3015	0,3048	0,9840	7130,5	2
Thomas	10,90	0,6960	0,7745	0,5103	0,9952	0,9478	12243,9	19
Baldwin	6,03	-0,0570	0,4138	0,3014	0,3048	0,9840	7130,4	1
Sharma	7,37	0,0741	0,5080	0,4498	0,4553	0,9761	8863,4	13
Benbrahim	8,09	-0,0947	0,5414	0,5394	0,5485	0,9712	9670,9	16
Segmentadas								
Max	6,06	-0,0357	0,4114	0,3061	0,3077	0,9839	7176,3	1
Cao	6,06	-0,0356	0,4114	0,3061	0,3077	0,9839	7176,3	1
Clark	6,41	-0,0368	0,4357	0,3427	0,3445	0,9819	7663,4	2
Forma variável								
Perez	6,84	0,1757	0,4788	0,3603	0,3916	0,9795	8216,4	9
Newnham.92	6,33	0,0465	0,4286	0,3333	0,3359	0,9824	7554,4	7
Kozak.94	5,49	0,0094	0,3712	0,2518	0,2523	0,9868	6320,4	1
Kozak.95	6,03	0,0441	0,4126	0,3022	0,3047	0,9840	7135,0	6
Muhairwe.a	5,81	0,0318	0,4025	0,2819	0,2833	0,9851	6821,6	5
Muhairwe.b	5,54	0,0025	0,3753	0,2565	0,2569	0,9865	6399,2	2
Zakrewski	9,15	0,3497	0,6814	0,5781	0,7016	0,9632	10726,4	10
Bi	5,61	0,0165	0,3776	0,2629	0,2636	0,9862	6508,1	3
Lee	6,45	-0,0196	0,4438	0,3484	0,3491	0,9817	7720,4	8
Kozak.04.b	5,67	-0,0023	0,3844	0,2691	0,2696	0,9859	6607,9	4
Valores médios								
Não segmentadas	8,45	0,0144	0,5770	0,6059	0,7054	0,9630	9510,9	3
Segmentadas	6,18	-0,0360	0,4195	0,3183	0,3199	0,9832	7338,7	1
Forma variável	6,29	0,0654	0,4356	0,3245	0,3409	0,9821	7401,0	2

Pelas estatísticas das estratificações avaliadas até o momento, as estimativas para a base foram mais acuradas que para a porção central para ambas as espécies. Afirma-se então que as equações de afilamento de todos os tipos apresentam problemas para estimar os diâmetros de menores dimensões.

Os gráficos de resíduos das equações *NS* para as estimativas de diâmetro de 25 a 75% *H* para Eucalipto (FIGURA 16) corroboram os resultados das estatísticas. Pode-se notar de forma clara que o modelo de Baldwin é o que melhor distribui os resíduos nas alturas relativas de 0,25; 0,35; 0,45; 0,55; 0,65 e 0,75. Observa-se nos resíduos dos modelos com pior performance, como Kozak.69.b, superestimativas dos diâmetros nas alturas relativas estudadas, e Newberry.a, altos valores de resíduos em todas as altura relativas consideradas.

Ainda no grupo *NS*, nota-se subestimações nas estimativas de Biging, Sharma, Thomas e Benbrahim. A equação de Sharma, a melhor para estimar a base, perde sua acurácia na medida em que os diâmetros se tornam menores e mais próximos ao ápice. Benbrahim também apresenta a mesma tendência. As demais equações *NS* apresentam distribuição semelhante, com algumas discrepâncias na altura relativa de 0,75.

No grupo *S*, os gráficos de resíduos das estimativas de diâmetro para a parte central (FIGURA 17) foram idênticos. Para esse grupo, os gráficos não são conclusivos e não podem ser utilizados de forma exclusiva para selecionar a equação. Isso demonstra que a definição da melhor equação foi feita pela análise gráfica em conjunto com as estatísticas de avaliação.

As equações de *FV* têm distribuição semelhantes de resíduos (FIGURA 18) para todos os modelos, exceto para o modelo de Zakrewski, que subestima os diâmetros em todas as alturas relativas do fuste na parte central. Os gráficos semelhantes são bons indicativos que todos os modelos de grupo têm estimativas de diâmetros mais próximas aos valores mensurados, com erros pequenos, fato que nem sempre acontece com as equações *NS*.

Confrontando os gráficos de resíduos do grupo *S* e *FV* contra os *NS*, é evidente que, em termos absolutos, as estimativas mais acuradas para os diâmetros de 25 a 75% *H* foram das equações segmentadas e de forma variável.

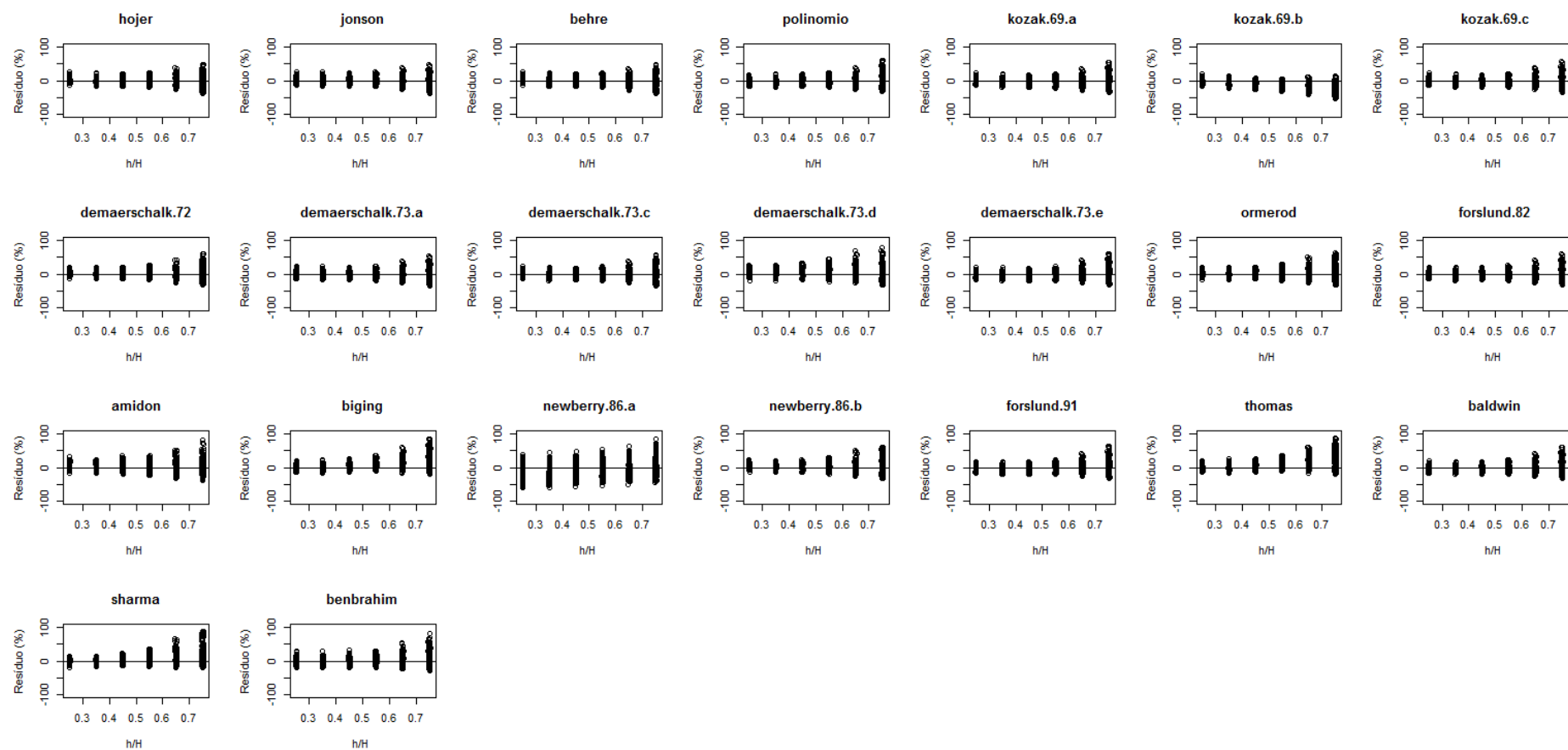


FIGURA 16 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

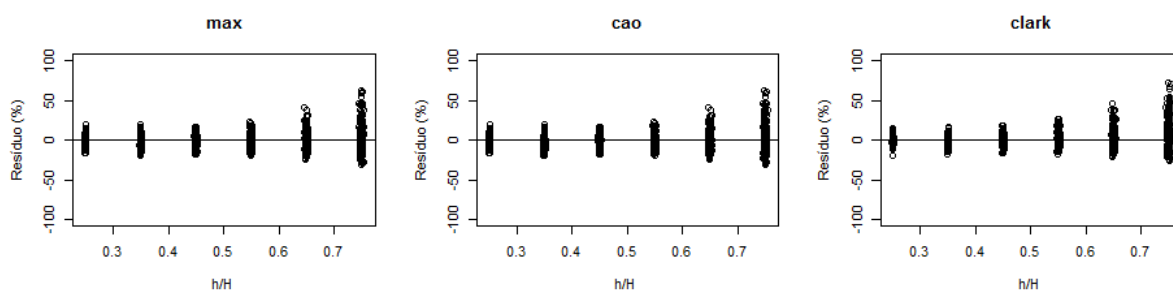


FIGURA 17 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

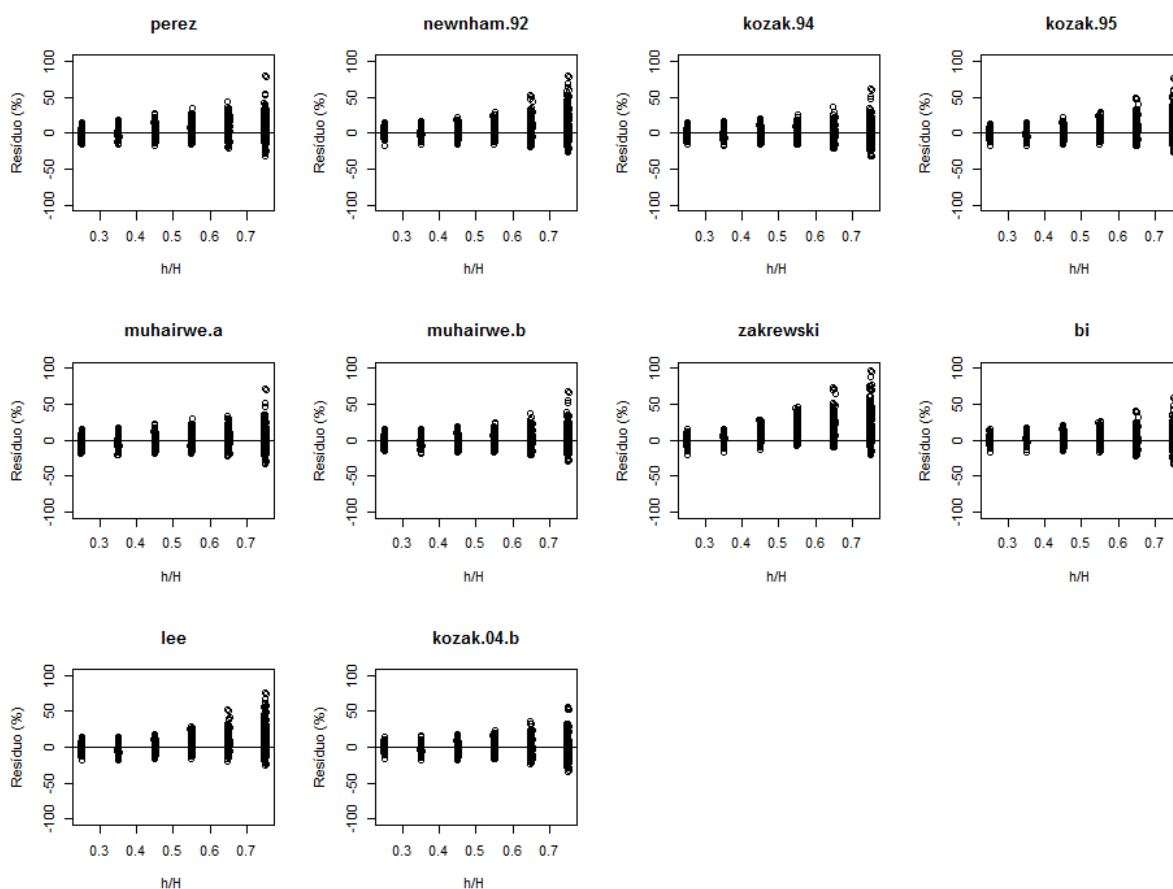


FIGURA 18 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

4.2.4 Avaliação das estimativas de diâmetro de 75 a 95% H

a) para *Pinus taeda*

Avaliando as estatísticas médias das estimativas dos diâmetros nas alturas relativas de 75, 85 e 95% H (TABELA 17), as equações de FV tiveram melhor

performance. Como de praxe, as equações de afilamento são menos acuradas para estimar o diâmetro no ápice. E mesmo sendo a melhor entre todas as equações avaliadas, Perez teve valor de $Syx(\%)$ de 19,94% e $PVE=0,9053$.

Os resultados das estimativas para o ápice, mostram o quanto as equações de afilamento têm problema para estimar diâmetros muito pequenos. Nem as equações de *FV* estimaram bem os diâmetros nessa parte. A maioria dos modelos têm $Syx(\%)$ superior a 20% e apenas as três primeiras equações de *FV* (Perez, Kozak.88 e Bi) têm valores de PVE superiores a 0,9000, sendo as melhores para essa estatística.

Entre as equações *NS* (TABELA 17), Demaerschalk.73.e foi apenas a décima colocada na classificação das estimativas de diâmetro. Por esse resultado, afirma-se que a equação mais acurada na avaliação média de todos os diâmetros, pode ter estimativas melhores em partes do fuste e piores em outras, podendo assim mascarar os resultados médios finais.

A equação de Demaerschalk.73.a (*NS*) foi a que teve melhor desempenho baseado nas estatísticas, seguido pelo Polinômio do 5º grau. A equação de Sharma, que estimou melhor os diâmetros na base, foi a segunda menos acurada para estimar os diâmetros no ápice. O pior ajuste ficou a cargo do modelo de Biging, corroborado na análise gráfica de resíduos (FIGURA 19) que apresenta alta tendência em superestimar os diâmetros na altura relativa de 0,95.

Entre as equações *S*, assim como na porção central, as equações de Max e de Cao foram as mais acuradas em relação a equação de Clark. Nesse caso, Clark teve tendência em superestimar os diâmetros mais próximos na altura relativa de 0,95 como pode ser visto na análise gráfica de resíduos (FIGURA 20).

Analisando as estatísticas para estimativas de diâmetro no ápice entre as equações de *FV*, apenas Zakrewski teve um erro padrão da estimativa superior a 30%. No caso desse grupo, as melhores equações e com menores valores de $Syx(\%)$ foram Perez (19,94%) e Kozak.88 (19,98%), seguida de Bi (20,18%).

TABELA 17 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 75 A 95% *H* PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	24,66	-0,3871	0,8394	1,1522	1,3023	0,8551	14.661,1	10
Jonson	29,27	-0,7382	1,0748	1,2894	1,8348	0,7958	16.280,7	18
Behre	24,97	-0,4316	0,8515	1,1493	1,3358	0,8513	14.781,1	12
Polinômio do 5º Grau	23,38	-0,0192	0,7630	1,1696	1,1712	0,8698	14.163,5	2
Bruce	23,97	0,5205	0,8443	0,9589	1,2311	0,8631	14.399,4	6
Kozak.69.a	25,00	0,2797	0,8396	1,2607	1,3393	0,8510	14.793,3	13
Kozak.69.b	35,40	-1,1759	1,2544	1,3020	2,6850	0,7011	18.078,7	20
Kozak.69.c	24,02	0,1071	0,7901	1,2236	1,2356	0,8625	14.413,6	7
Demaerschalk.72	23,47	-0,0268	0,7722	1,1790	1,1804	0,8687	14.198,8	3
Demaerschalk.73.a	23,35	-0,0471	0,7645	1,1658	1,1682	0,8700	14.147,7	1
Demaerschalk.73.c	23,69	0,1124	0,7748	1,1890	1,2024	0,8662	14.286,1	5
Demaerschalk.73.d	25,47	0,3316	0,8326	1,2785	1,3900	0,8454	14.973,0	14
Demaerschalk.73.e	25,25	0,3543	0,8369	1,2391	1,3655	0,8481	14.887,0	15
Ormerod	24,82	0,1701	0,8246	1,2908	1,3197	0,8531	14.722,9	11
Forslund.82	23,68	-0,1289	0,7984	1,1841	1,2009	0,8664	14.278,1	4
Amidon	27,88	-0,2823	0,8742	1,5853	1,6653	0,8147	15.822,8	17
Biging	56,48	-0,1857	2,1614	6,7987	6,8346	0,2394	22.494,4	23
Newberry.b	24,47	-0,0120	0,8105	1,2825	1,2829	0,8572	14.590,2	8
Forslund.91	30,22	0,7692	1,0525	1,3650	1,9567	0,7822	16.583,7	19
Thomas	46,32	1,2362	1,6265	3,0664	4,5968	0,4886	20.621,3	21
Baldwin	24,63	0,2081	0,8159	1,2565	1,3001	0,8553	14.652,9	9
Sharma	49,21	1,8312	1,9371	1,8342	5,1882	0,4225	21.191,2	22
Benbrahim	27,23	0,2749	0,9375	1,5119	1,5879	0,8233	15.599,8	16
Segmentadas								
Max	23,22	-0,0219	0,7607	1,1536	1,1553	0,8715	14.099,1	1
Cao	23,22	-0,0219	0,7607	1,1536	1,1551	0,8715	14.099,1	1
Clark	26,84	-0,0304	0,9293	1,5402	1,5427	0,8285	15.465,5	2
Forma variável								
Kozak.88	19,98	0,0417	0,6781	0,8523	0,8553	0,9049	12.680,7	2
Perez	19,94	-0,0272	0,6844	0,8505	0,8520	0,9053	12.659,0	1
Newnham.92	22,13	0,2836	0,7680	0,9678	1,0494	0,8833	13.644,8	9
Kozak.95	21,76	0,0113	0,7742	1,0129	1,0145	0,8872	13.487,2	7
Muhairwe.a	20,86	0,0057	0,6841	0,9304	0,9318	0,8964	13.085,3	5
Muhairwe.b	21,04	-0,0504	0,7203	0,9447	0,9487	0,8946	13.170,1	6
Zakrewski	37,51	1,1402	1,3267	1,7100	3,0147	0,6649	18.621,0	11
Bi	20,18	-0,1352	0,6936	0,8529	0,8722	0,9030	12.772,1	3
Lee	26,31	-0,1791	0,9611	1,4496	1,4829	0,8351	15.277,6	9
Kozak.04.a	29,97	0,9613	1,1609	0,9976	1,9241	0,7861	16.509,2	10
Kozak.04.b	20,83	-0,1726	0,7326	0,8980	0,9294	0,8967	13.074,0	4
Valores médios								
Não segmentadas	28,99	0,1200	1,0033	1,5971	1,9728	0,7805	15.853,1	3
Segmentadas	24,43	-0,0247	0,8169	1,2825	1,2844	0,8572	14.554,6	2
Forma variável	23,68	0,1709	0,8349	1,0424	1,2614	0,8598	14.089,2	1

Os resíduos da maioria das estimativas de diâmetro para o ápice para *Pinus taeda* das equações NS (FIGURA 19) têm distribuição semelhantes. Analisando os resíduos junto com as estatísticas (TABELA 17), as melhores equações desse grupo foram Demaerschalk.73.a, Polinômio do 5º grau, Demaerschalk.72 e Forslund.82.

Em contraste, algumas equações têm alta tendência nas estimativas dos diâmetros nas alturas relativas mais próximos ao ápice do fuste. Na equação menos acurada (Biging) há alta tendência em subestimar nas alturas de 0,75 a 0,85 e alta tendência em superestimar na altura relativa 0,95 para os fustes em estudo. Fato semelhante ocorre nas equações de Jonson e Behre. O modelo de Sharma é outro exemplo de modelo que têm piores valores de estimativas de diâmetro, pois apresenta alta tendência em subestimar valores menores dessa variável nos fustes

Nas equações S, os resíduos (FIGURA 20), relacionam-se aos resultados das estatísticas. Dentre as três equações, apenas Clark tem tendência em superestimar os diâmetros na altura relativa de 0,95.

Nos resíduos das equações de FV (FIGURA 21), as distribuições foram semelhantes. Os modelos menos acurados, do grupo de FV, que têm tendência em subestimar os diâmetros nas três alturas relativas avaliadas nos fustes foram Zakrewski e Kozak.04.a.

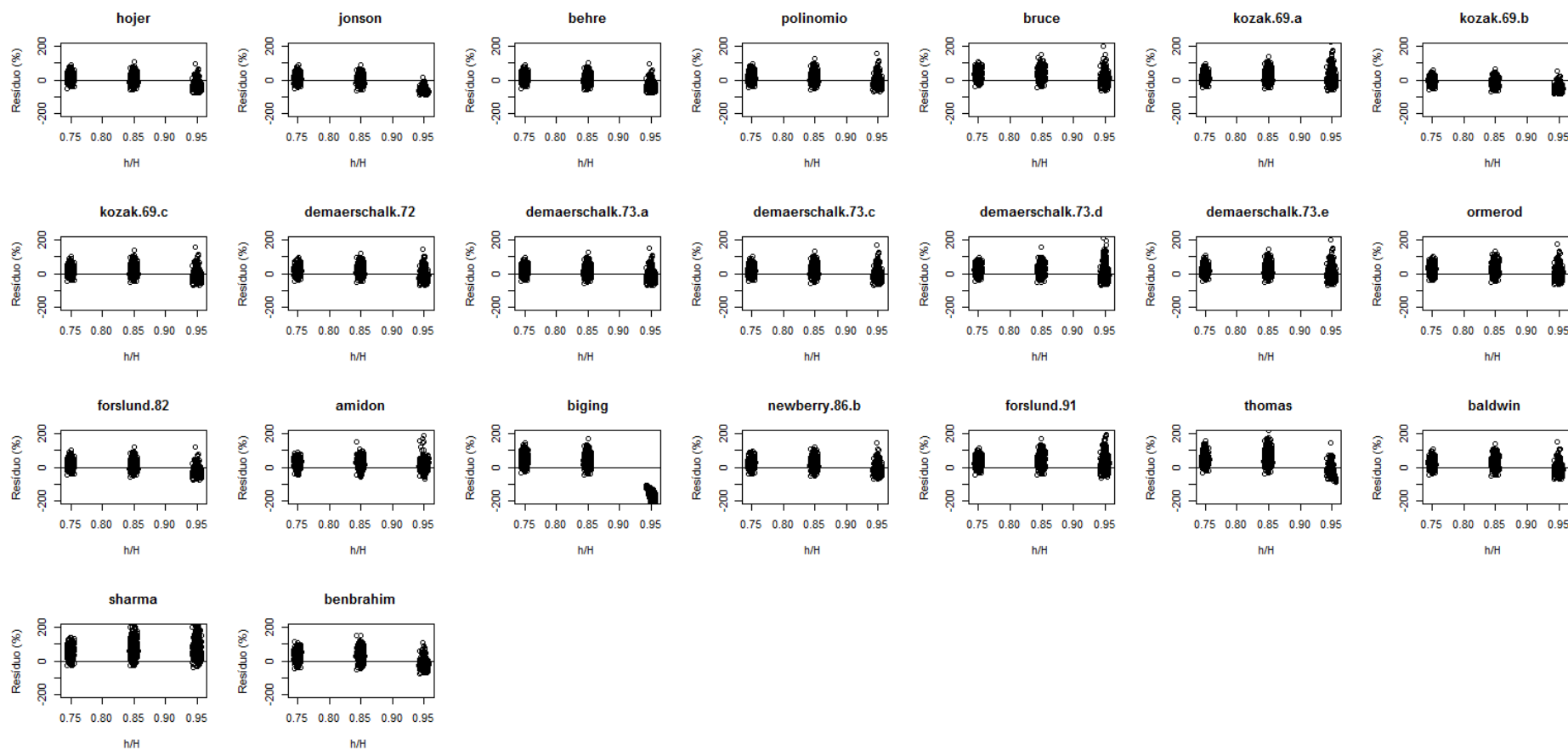


FIGURA 19 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

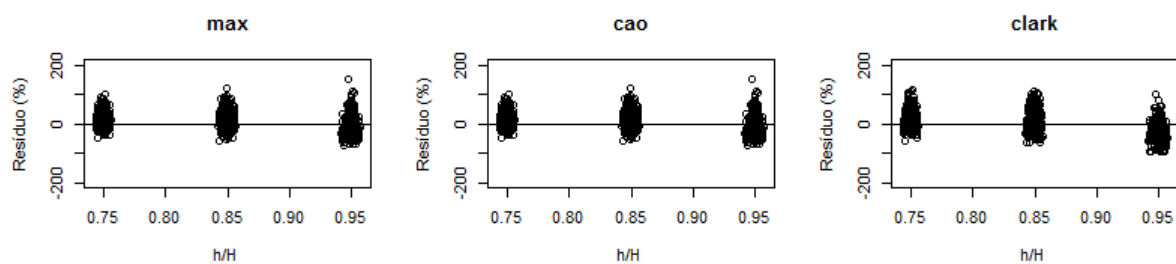


FIGURA 20 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

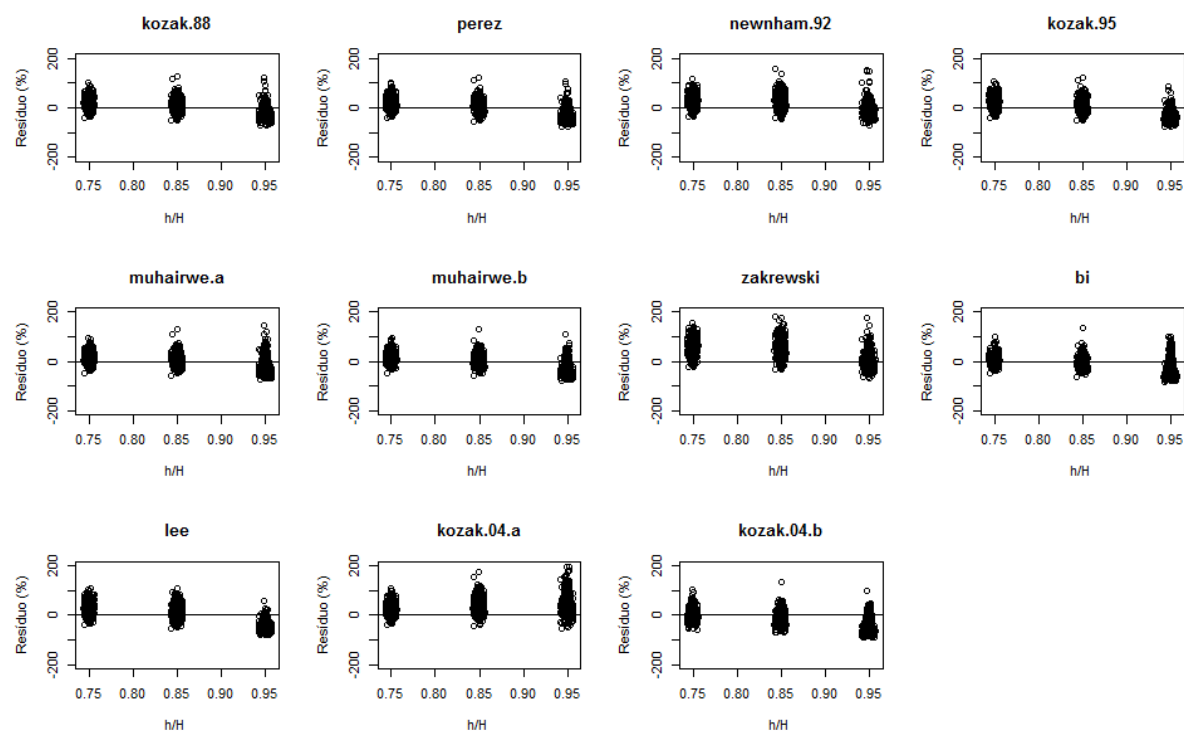


FIGURA 21 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

b) para *Eucalyptus saligna*

As estatísticas das estimativas de diâmetro do ápice (TABELA 18) para Eucalipto foram menos acuradas em relação as estimativas da base e da porção mediana.

Pelos resultados médios das estatísticas, as equações de FV tiveram melhor performance seguidas das S e NS .

TABELA 18 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS DE 75 A 95% *H* PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	23,58	-0,5779	0,6907	0,5161	0,8506	0,8656	5784,2	15
Jonson	29,48	-0,8377	0,9132	0,6271	1,3297	0,7899	6749,4	19
Behre	25,01	-0,6516	0,7421	0,5323	0,9574	0,8487	6039,9	16
Polinômio do 5º Grau	17,47	0,0107	0,4852	0,4657	0,4669	0,9264	4492,7	1
Kozak.69.a	18,84	0,0264	0,5435	0,5421	0,5430	0,9142	4815,0	13
Kozak.69.b	45,23	-1,4692	1,4741	0,9710	3,1306	0,5051	8597,8	22
Kozak.69.c	17,82	-0,0695	0,5043	0,4807	0,4860	0,9232	4576,2	5
Demaerschalk.72	18,79	-0,2127	0,5277	0,4940	0,5400	0,9148	4804,8	12
Demaerschalk.73.a	18,62	-0,2333	0,5266	0,4757	0,5305	0,9162	4764,3	14
Demaerschalk.73.c	17,90	-0,1398	0,5050	0,4703	0,4905	0,9226	4597,2	6
Demaerschalk.73.d	18,11	0,0409	0,5094	0,4988	0,5017	0,9209	4647,8	7
Demaerschalk.73.e	17,64	0,0557	0,4983	0,4723	0,4761	0,9248	4532,9	4
Ormerod	18,28	-0,1014	0,5213	0,5009	0,5112	0,9192	4683,5	9
Forslund.82	17,60	-0,1086	0,4936	0,4618	0,4738	0,9251	4520,3	2
Amidon	30,57	-0,4493	0,8570	1,2273	1,4298	0,7741	6906,1	20
Biging	37,65	-0,2174	1,1486	2,1202	2,1685	0,6573	7805,7	21
Newberry.a	48,66	1,2226	1,3695	2,1265	3,6236	0,4274	8914,7	23
Newberry.b	19,11	-0,2176	0,5421	0,5111	0,5587	0,9117	4876,5	11
Forslund.91	18,11	0,1569	0,5145	0,4773	0,5019	0,9206	4644,0	8
Thomas	25,94	0,5461	0,7633	0,7301	1,0294	0,8374	6197,4	17
Baldwin	17,51	-0,0903	0,4867	0,4609	0,4693	0,9258	4499,6	3
Sharma	28,88	0,8194	0,9097	0,6049	1,2766	0,7982	6660,4	18
Benbrahim	18,55	0,0783	0,5213	0,5199	0,5263	0,9168	4749,3	10
Segmentadas								
Max	17,31	0,0009	0,4826	0,4575	0,4585	0,9277	4453,7	1
Cao	17,31	0,0009	0,4826	0,4575	0,4583	0,9277	4453,7	1
Clark	18,60	0,1021	0,5251	0,5179	0,5296	0,9165	4764,8	2
Forma variável								
Perez	17,21	-0,0045	0,4662	0,4526	0,4535	0,9284	4428,6	7
Newnham.92	17,99	0,1115	0,5214	0,4815	0,4951	0,9219	4619,1	8
Kozak.94	15,55	-0,0153	0,4199	0,3686	0,3700	0,9417	3992,2	2
Kozak.95	16,77	0,0432	0,4709	0,4269	0,4301	0,9322	4317,4	6
Muhairwe.a	16,34	0,0161	0,4478	0,4070	0,4086	0,9356	4206,5	5
Muhairwe.b	15,71	0,0009	0,4255	0,3763	0,3776	0,9405	4035,8	3
Zakrewski	20,03	0,1716	0,5859	0,5822	0,6136	0,9033	5073,0	10
Bi	15,53	-0,0333	0,4155	0,3669	0,3690	0,9418	3985,6	1
Lee	18,05	-0,0065	0,5075	0,4973	0,4983	0,9214	4632,0	9
Kozak.04.b	15,83	-0,0472	0,4313	0,3800	0,3836	0,9396	4071,3	4
Valores médios								
Não segmentadas	24,13	-0,1135	0,7057	0,7167	1,0157	0,8395	5641,4	3
Segmentadas	17,74	0,0346	0,4968	0,4776	0,4822	0,9239	4557,4	2
Forma variável	16,90	0,0236	0,4692	0,4339	0,4399	0,9306	4336,2	1

Pode-se notar valores de *PVE* superiores a 0,9000 para todas as equações *S* e de *FV* e algumas equações *NS* (TABELA 18). Resultados como estes mostram que apesar do grande número de equações *NS*, a eficiência dessas equações é sempre baixa em relação, principalmente, as equações de *FV*. Esses dois tipos de modelos são muito fáceis de serem ajustados, e nesse caso a escolha deveria recair no uso das equações de *FV*.

Em relação a estatística $Syx(\%)$, valores menores dessa estatística foram das equações de *FV* com valores próximos a 15%. Nas equações *NS* e *S* valores mínimos dessa estatística foram em torno de 17%.

As equações *S* de Max e de Cao, quase não apresentam tendência ($V=0,0009$) e dessa forma foram as melhores nesse grupo. Isso foi comprovado na análise de resíduos dessas duas equações (FIGURA 23). Apenas o grupo de modelos *NS* teve valores da estatística *AIC* superiores a 60000.

As equações menos acuradas para *Eucalyptus saligna* foram semelhantes ao encontrado para *Pinus taeda* para as equações de tipo *NS* e *S*. A melhor equação do grupo *NS* foi o Polinômio do 5º grau, enquanto Demaerschalk.73.e foi apenas a quarta. No grupo das equações *FV*, Bi foi a mais acurada, seguida pela de Kozak.94.

No Brasil a maioria dos trabalhos com relação a função de afilamento utiliza modelos não segmentados e segmentados, especialmente o Polinômio de 5º grau, sendo escassos os estudos com os modelos de forma variável. Em trabalhos no exterior utilizando modelos de forma variável em comparação com as funções segmentadas e não segmentadas, as equações de *FV* ajustadas foram sempre mais acuradas, como nos trabalhos de Rojo *et al.* (2005), onde Bi foi o modelo mais acurado para estimativas de diâmetros; e Novo *et al.* (2003), onde os modelos de forma variável foram mais acurados sendo Bi o melhor entre todos.

Kozak (2004), testando seus modelos *NS*, *S* e de *FV*, conclui que os modelos de *FV* foram mais acurados que o *S* e esses melhores que os *NS*. Resultado idêntico ao encontrado nesse estudo para *Pinus* e *Eucalipto*.

Os gráficos de resíduos corroboram os resultados das estatísticas. A maioria dos modelos *NS* (FIGURA 22) tem resultados semelhantes. A equação de Kozak.69.b superestima em todas as alturas relativas, enquanto equações como Benbrahim e Sharma subestimam. Os demais resultados mostram valores de resíduos maiores para os diâmetros menores.

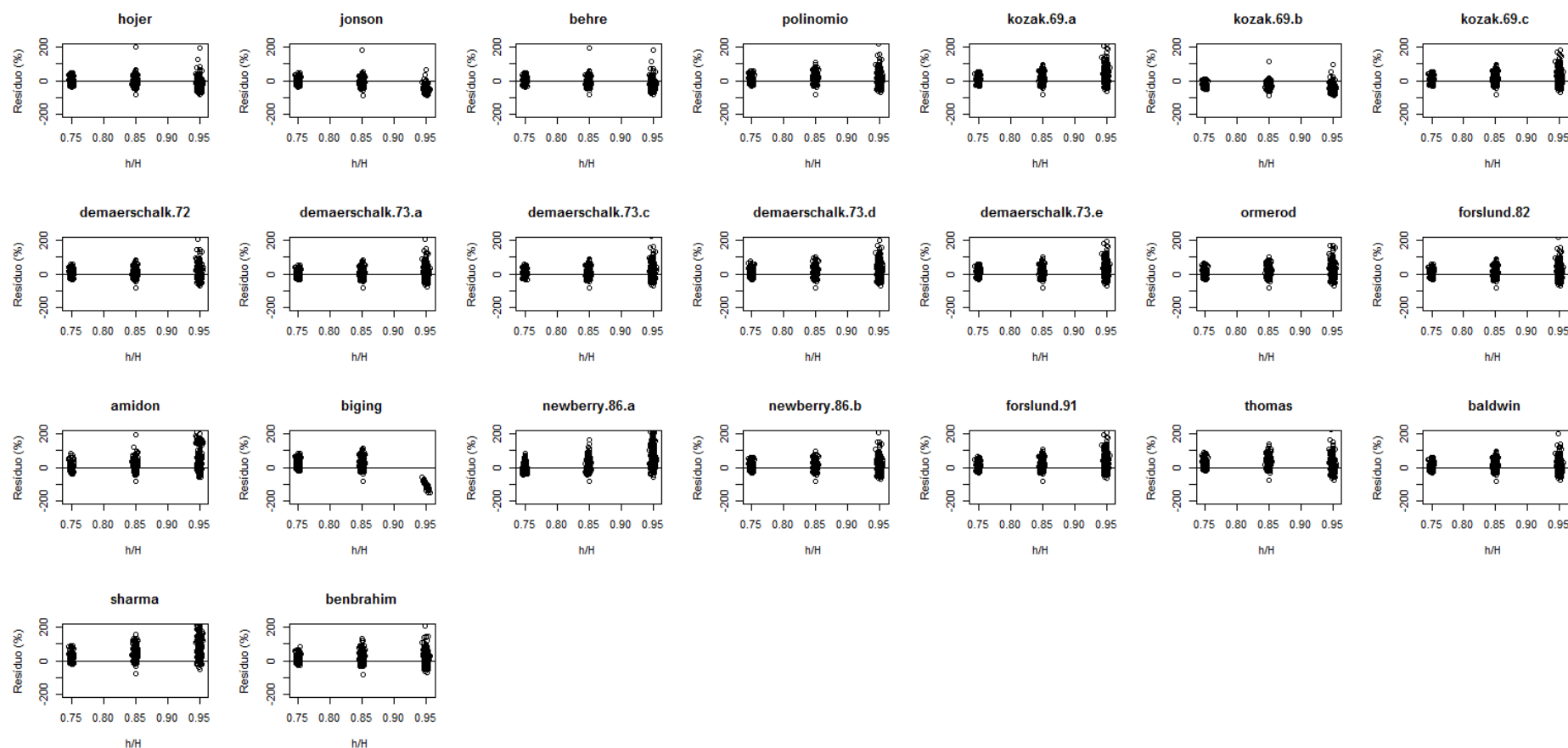


FIGURA 22 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

Nos resíduos das equações S (FIGURA 23), Clark tem resíduos superiores as equações de Max e de Cao na altura relativa de 0,95.

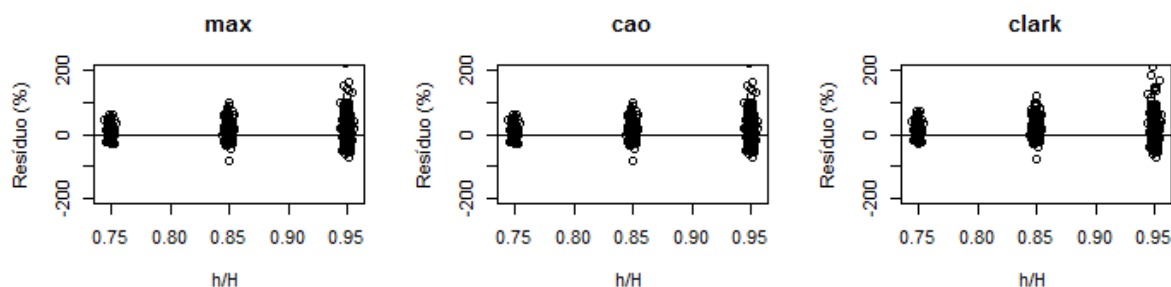


FIGURA 23 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

Nos resíduos das equações de FV (FIGURA 24), pode-se notar distribuições muito parecidas. Resultados de resíduos menos acurados podem ser visualizados na altura relativa de 0,95 para Muhairwe.a e Kozak.04.b. Os demais modelos têm distribuição semelhante.

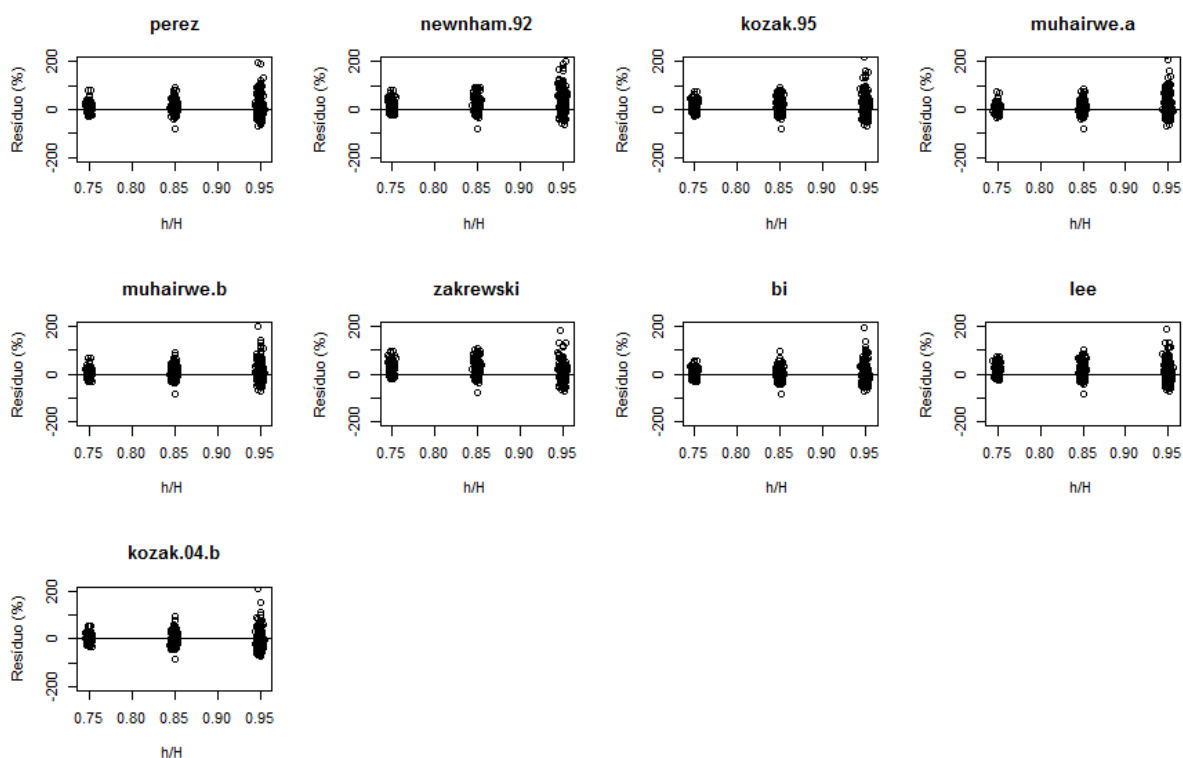


FIGURA 24 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

4.3 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA MODELAGEM NÃO LINEAR (*nls*)

Essa seção avalia a acurácia das estimativas de volume obtidas pelas equações ajustadas nos três grupos, entre as porções do tronco do fuste, em ambas as espécies, em relação ao volume total (de 0,1 m a 95% *H*), ao volume parcial de 0,1 m a 25% *H*, volume da base, ao volume de 25 a 75% *H*, volume da porção central e o volume de 75 a 95% *H*, volume da ponta.

4.3.1 Avaliação das estimativas de volume total

a) para *Pinus taeda*

O volume total, assim como na avaliação de todos os diâmetros, foi estimado com maior acurácia pelas equações de *FV* (TABELA 19). Em todos os grupos, os erros padrões das estimativas médios foram superiores a 10%. Menores valores dessa estatística (Muhairwe.b, $Syx(\%) = 11,90$) foram obtidos nas equações de *FV*, em relação aos outros grupos.

Pela estatística *V*, a maioria das equações do grupo *NS* subestima os volumes totais. O grupo de *FV* junto com a equação segmentada de Clark apresentam tendência em superestimar os volumes (TABELA 19).

A variância dos resíduos, representada por *MSE*, tem valores bem próximos a zero para todas as equações, enquanto a estatística *PVE* têm valores superiores a 0,9600 (TABELA 19).

TABELA 19 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES TOTAIS PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	15,13	0,00807	0,02329	0,00206	0,00213	0,9797	-5215,1	14
Jonson	15,49	0,00957	0,02369	0,00214	0,00223	0,9787	-5140,9	15
Behre	15,07	0,00779	0,02322	0,00205	0,00211	0,9799	-5228,6	12
Polinômio do 5º Grau	13,55	-0,00159	0,02220	0,00170	0,00170	0,9837	-5556,3	6
Bruce	12,74	-0,00293	0,02170	0,00150	0,00151	0,9856	-5748,2	2
Kozak.69.a	14,11	0,00295	0,02236	0,00184	0,00185	0,9823	-5434,7	8
Kozak.69.b	13,65	-0,01336	0,02436	0,00155	0,00173	0,9835	-5541,4	9
Kozak.69.c	14,45	0,00479	0,02262	0,00192	0,00194	0,9815	-5360,6	10
Demaerschalk.72	12,29	0,00309	0,02123	0,00139	0,00140	0,9866	-5868,6	1
Demaerschalk.73.a	14,77	0,00644	0,02292	0,00199	0,00203	0,9807	-5291,1	11
Demaerschalk.73.c	13,78	0,00141	0,02210	0,00176	0,00176	0,9832	-5507,7	7
Demaerschalk.73.d	16,52	-0,00619	0,02669	0,00249	0,00253	0,9759	-4935,7	17
Demaerschalk.73.e	13,26	-0,00439	0,02214	0,00161	0,00163	0,9844	-5629,7	3
Ormerod	15,28	-0,01637	0,02630	0,00190	0,00217	0,9793	-5621,8	13
Forslund.82	13,30	-0,00499	0,02236	0,00162	0,00164	0,9843	-5185,5	7
Amidon	17,10	-0,01509	0,02956	0,00249	0,00272	0,9741	-4830,9	19
Biging	19,27	0,02187	0,02917	0,00297	0,00345	0,9671	-4453,2	21
Newberry.b	13,44	0,00177	0,02347	0,00168	0,00168	0,9840	-5588,9	5
Forslund.91	15,65	-0,02379	0,02950	0,00171	0,00228	0,9783	-5109,5	16
Thomas	18,89	0,02051	0,02841	0,00289	0,00331	0,9684	-4515,1	20
Baldwin	13,47	-0,00248	0,02222	0,00168	0,00168	0,9839	-5582,8	4
Sharma	15,72	-0,01000	0,02772	0,00220	0,00230	0,9781	-5096,2	18
Benbrahim	20,35	-0,00835	0,03376	0,00378	0,00385	0,9633	-4280,7	22
Segmentadas								
Max	13,77	0,00026	0,02223	0,00176	0,00176	0,9832	-5508,1	2
Cao	13,77	0,00026	0,02223	0,00176	0,00176	0,9832	-5508,1	2
Clark	13,56	-0,00478	0,02282	0,00168	0,00170	0,9838	-5557,6	1
Forma variável								
Kozak.88	12,37	-0,00396	0,02089	0,00140	0,00142	0,9865	-5844,1	5
Perez	12,73	-0,00322	0,02147	0,00149	0,00150	0,9857	-5757,7	8
Newnham.92	14,34	-0,01043	0,02326	0,00180	0,00190	0,9818	-5381,4	10
Kozak.95	12,53	-0,00641	0,02071	0,00141	0,00145	0,9861	-5803,0	6
Muhairwe.a	12,18	-0,00106	0,02104	0,00137	0,00137	0,9869	-5892,0	4
Muhairwe.b	11,90	-0,00121	0,02012	0,00131	0,00131	0,9875	-5967,3	1
Zakrewski	13,98	-0,00065	0,02638	0,00182	0,00181	0,9827	-5465,3	9
Bi	12,17	-0,00337	0,02035	0,00136	0,00137	0,9869	-5896,8	3
Lee	12,67	-0,00633	0,02106	0,00145	0,00149	0,9858	-5772,5	7
Kozak.04.a	14,68	-0,01226	0,02350	0,00185	0,00200	0,9810	-5307,5	11
Kozak.04.b	11,97	-0,00385	0,01986	0,00131	0,00132	0,9874	-5946,9	2
Valores médios								
Não segmentadas	15,10	-0,00092	0,02483	0,00204	0,00216	0,9794	-5248,8	3
Segmentadas	13,70	-0,00142	0,02243	0,00173	0,00174	0,9834	-5524,6	2
Forma variável	12,86	-0,00479	0,02170	0,00151	0,00154	0,9853	-5730,4	1

Comparando-se o resultado de $Syx(\%) = 11,59$, referente ao modelo de Schumacher e Hall (1933), caso tivesse sido ajustado aos dados, com os valores dessa estatística nos modelos dos três grupos testados, apenas as equações de *FV* (Muhairwe.b e Kozak.04.b) tiveram valores de $Syx(\%)$ inferiores a 12% (TABELA 19). O modelo de Demaerschalk (1972), derivado do modelo de Schumacher e Hall, teve para essa estatística 12,29% e foi a melhor no grupo *NS*. Pode-se perceber por esses resultados, que mesmo os dados sendo provenientes de diferentes espaçamentos, idades e tratamentos silviculturais, os modelos de forma variável tiveram melhor performance e ficaram mais próximos aos resultados de Schumacher e Hall.

Souza *et al.* (2012) avaliando as estimativas de volume total para *Pinus taeda* em plantios homogêneos encontraram valores de $Syx(\%)$ menores que 6% para a equação do polinômio do 5º grau. Valor quase 50% menor ao encontrado neste estudo para a mesma espécie. Por esses resultados, pode-se observar que plantios mais homogêneos têm melhores resultados das estimativas de volume.

Teo *et al.* (2013) testando os modelos de Kozak(c) *et al.* (1969), Schöepfer (1966) e Hradetzky (1976) para *Pinus elliottii* em diferentes idades, encontraram valores de $Syx(\%)$ bem diferentes em relação as idades estudadas. No modelo de Kozak, os valores de $Syx(\%)$ para as idades de 10, 18 e 27 anos foram 10,55, 19,76 e 10,77%, respectivamente. No modelo de Schöepfer (1966) os resultados para as mesmas idades foram, 11,01, 20,71 e 13,38%. Então, nota-se resultados melhores nos plantios mais jovem e mais velho e um resultado menos acurado no plantio com idade mediana. Como no presente estudo, para *Pinus taeda*, há árvores com diferentes idades, pode-se dizer que, estratificando-se os dados, os resultados poderiam ser mais acurados para alguns grupos de árvores, principalmente utilizando as funções de forma variável.

Menon (2006), testando o modelo de Kozak(c) *et al.* (1969) para as estimativas de volume total em fustes de *Pinus oocarpa* em plantios homogêneos teve resultados de $Syx(\%) = 36,89$. Avaliando a mesma estatística para esse modelo neste estudo, obteve-se melhores valores das estimativas.

Pelos valores das estatísticas $Syx(\%)$, *V*, *MD*, *DPD*, *MSE*, *PVE* e *AIC* têm-se as equações de Demaerschalk.72 (*NS*), Clark (*S*) e Muhairwe.b (*FV*) com melhores performances em cada grupo. Demaerschalk.73.e foi a segunda equação mais acurada no grupo *NS*, enquanto Bi, foi apenas a terceira no grupo *FV*. Esse fato

claramente mostra, que uma equação de afilamento ter melhores estimativas para determinada variável dendrométrica e não ter para outra.

Analisando o grupo *NS*, das três equações mais acuradas, duas são de Demaerschalk. Esse resultado pode estar relacionado ao fato dessas equações serem desenvolvidas a partir de equações de volume.

A melhor equação *NS*, Demaerschalk.72 é obtida por meio de um sistema compatível originada do modelo de Schumacher e Hall. Pelos resultados de $Syx(\%)$ obtidos em Schumacher e Hall, pode-se notar que a equação de Demaerschalk.72, no grupo *NS*, teve melhores resultados das estimativas de volume.

Na análise de resíduos do grupo *NS* (FIGURA 25), corroboram-se os resultados das estatísticas. A equação de Demaerschalk.72 tem uma distribuição homogênea dos resíduos em relação ao eixo das abscissas para todas as classes de *DAP*. Distribuições semelhantes foram vistas em Demaerschalk.73.e, Ormerod e Polinômio do 5º grau. Resíduos com valores altos foram encontrados nos modelos de Benbrahim em todas as classes de diâmetro. No gráfico da equação de Amidon para $DAP < 10$ cm houve subestimações altas nos volumes totais.

Ainda para o grupo *NS*, a maioria dos modelos tem tendência em superestimar no $DAP < 10$ cm e subestimar para diâmetros superiores a 40 cm.

No grupo *S*, as pequenas diferenças entre as estatísticas das equações de Max, de Cao e de Clark, podem estar associadas aos gráficos de resíduos (FIGURA 26). Os valores de $Syx(\%)$ e *V* associam-se as superestimativas do volume total para os fustes com $DAP < 10$ cm. Nos demais diâmetros têm-se distribuições semelhantes entre as três equações para *Pinus taeda*.

Nos resíduos das equações de *FV* para *Pinus taeda*, notam-se que os resíduos das equações de Muhairwe.b, Bi e Kozak.04.b têm melhor distribuição de resíduos que as demais equações do grupo. Analisando apenas os resíduos dessas três equações, nota-se que para estimativas de volumes para árvores com *DAP* pequeno, os resíduos são maiores em Muhairwe.b, mesmo sendo o mais apropriado pelas estatísticas de avaliação.

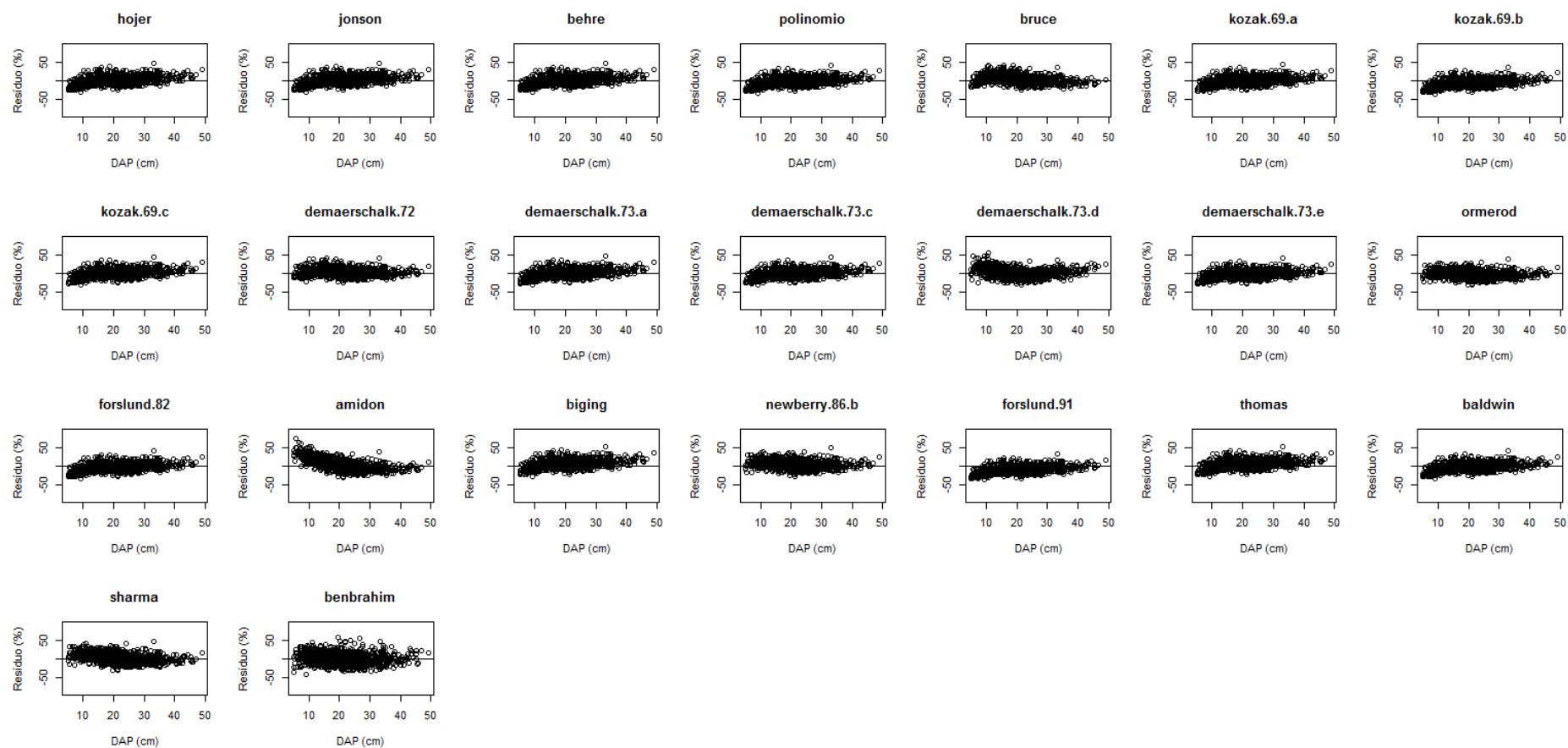


FIGURA 25 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

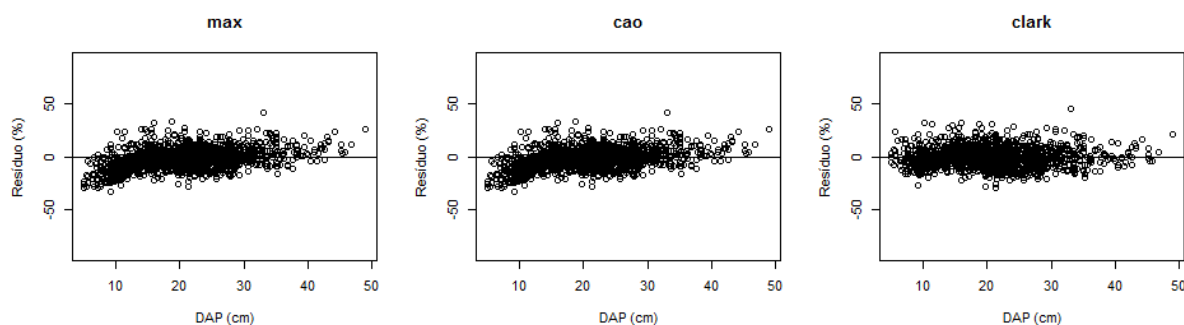


FIGURA 26 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

Dentre as equações que não utilizam variáveis tradicionais para ajuste, a equação de Bi (*FV*) foi a mais acurada. Ainda no grupo de *FV*, a equação de Zakrewski subestima os valores de volume para DAP < 20 cm.

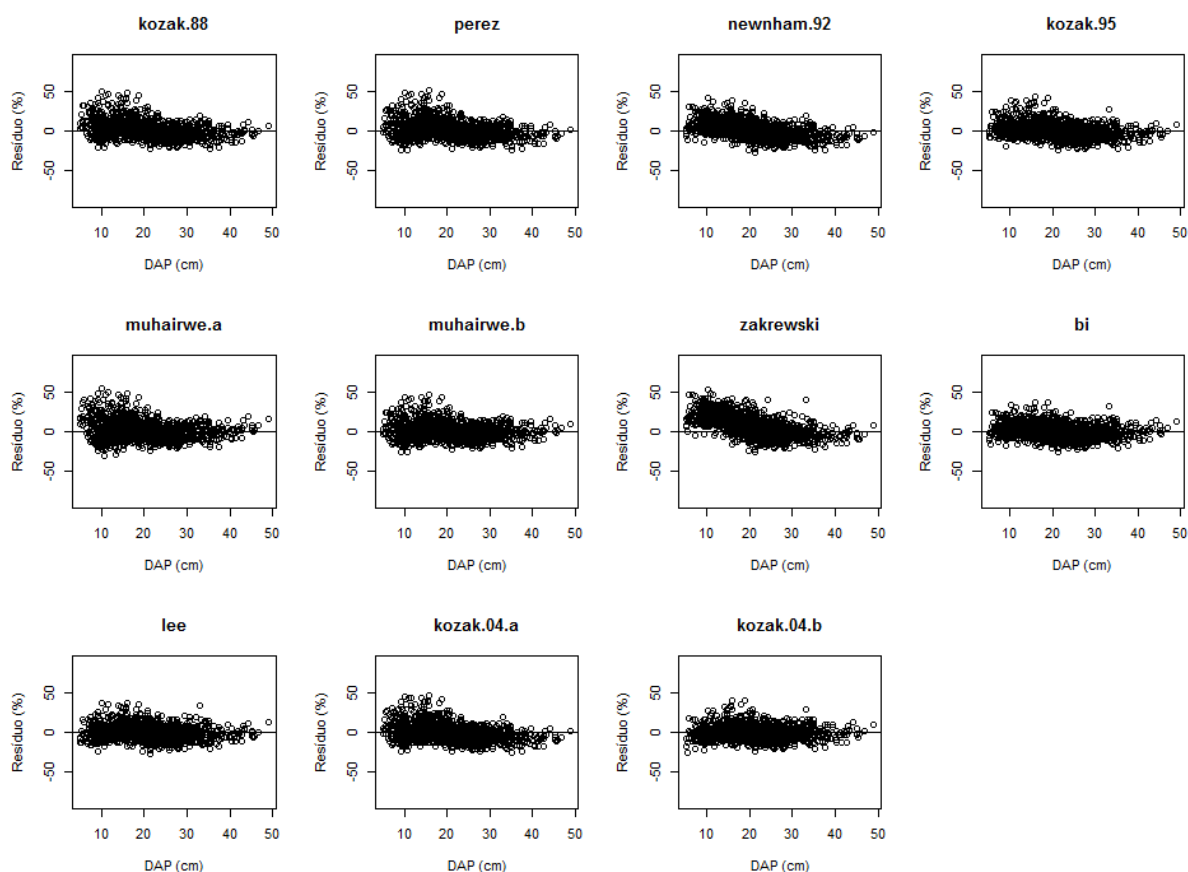


FIGURA 27 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES DE *FV* PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

b) para *Eucalyptus saligna*

O volume total, assim como para a variável diâmetro, para Eucalipto, foi estimado com maior acurácia pelo grupo de equações *FV* (TABELA 20). Pelos valores médios das estatísticas, o grupo de *FV* foi o único que apresentou um erro padrão menor que 10% e apenas as equações de Zakrewski e Perez, nesse grupo, tiveram erros superiores a 10%.

No grupo *NS*, das quatro primeiras equações em ordem na classificação, Ormerod foi a primeira. Essa equação é uma das mais simples de serem ajustadas e têm apenas um coeficiente. Em segundo, têm-se dois modelos desenvolvidos por Demaerschalk. Esse resultado pode estar relacionado ao fato dessas equações serem desenvolvidas a partir de equações de volume.

A equação de Demaerschalk (1972), a segunda pela classificação no *NS*, desenvolvida a partir do modelo de volume total de Schumacher e Hall apresentou valor de $Syx(\%) = 9,43$. Se os dados fossem ajustados pela equação de Schumacher e Hall, o valor para essa estatística seria de 8,05%. Isso mostra, assim como para *Pinus*, que as estimativas para volume total foram melhores quando se utilizou Schumacher e Hall. Apenas as equações de *FV* tiveram valores de $Syx(\%)$ de 8,00%. Assim como para *Pinus*, as equações de *FV* para Eucalipto apresentaram estimativas mais próximas ao volume total estimado por Schumacher.

Schröder *et al.* (2013b) comparando as estimativas de volume total de um modelo de simples entrada, de dupla entrada (Spurr, 1952) e utilizando um função de afilamento (Kozak(c) *et al.* (1969)) para *Eucalyptus grandis*, concluiu que os resultados das estimativas encontradas para o afilamento foram os menos acurados. Como visto no parágrafo anterior, os resultados de volume total, se estimados por Schumacher e Hall, seriam mais próximos aos verdadeiros valores. Porém, ressalvas devem ser feitas aos modelos de *FV*, os quais conseguem estimativas muito próximas e nesse caso, novos estudos deveriam ser realizados com esses modelos.

As estatísticas das estimativas de volume total tiveram bons resultados, valores de $Syx(\%)$ ficaram abaixo de 10% em algumas equações *NS* e de *FV*. Valores de *PVE* foram superiores a 0,9700 para boa parte das equações. Em relação a estatística *V*, no grupo *NS*, a maioria das equações teve tendência em subestimar enquanto no grupo de *FV*, todas as equações superestimaram os volumes.

TABELA 20 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES TOTAIS PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	13,84	0,00997	0,01414	0,00081	0,00091	0,9847	-2989,6	15
Jonson	14,40	0,01106	0,01475	0,00087	0,00099	0,9835	-2931,9	16
Behre	13,63	0,00956	0,01392	0,00080	0,00089	0,9852	-3011,7	14
Polinômio do 5º Grau	10,03	0,00034	0,01130	0,00048	0,00048	0,9920	-3445,4	5
Kozak.69.a	11,75	0,00552	0,01228	0,00063	0,00066	0,9890	-3224,6	9
Kozak.69.b	11,21	-0,01332	0,01590	0,00042	0,00060	0,9900	-3294,1	10
Kozak.69.c	12,13	0,00638	0,01255	0,00066	0,00070	0,9883	-3178,5	11
Demaerschalk.72	9,43	0,00638	0,01108	0,00038	0,00042	0,9929	-3539,2	2
Demaerschalk.73.a	13,01	0,00832	0,01332	0,00074	0,00081	0,9865	-3077,9	13
Demaerschalk.73.c	11,54	0,00509	0,01210	0,00061	0,00063	0,9894	-3249,1	8
Demaerschalk.73.d	12,56	-0,00168	0,01323	0,00075	0,00075	0,9875	-3124,5	12
Demaerschalk.73.e	9,69	-0,00007	0,01102	0,00045	0,00045	0,9925	-3500,5	2
Ormerod	9,12	-0,00146	0,01087	0,00040	0,00040	0,9934	-3469,1	1
Forslund.82	9,92	0,00004	0,01124	0,00047	0,00047	0,9922	-3590,3	3
Amidon	16,09	-0,01163	0,01902	0,00110	0,00123	0,9794	-2772,4	17
Biging	17,53	0,01661	0,01855	0,00119	0,00147	0,9755	-2648,6	20
Newberry.a	69,40	0,04327	0,06646	0,02113	0,02297	0,6159	-667,6	21
Newberry.b	10,72	0,00643	0,01189	0,00051	0,00055	0,9908	-3357,5	7
Forslund.91	9,46	-0,00616	0,01223	0,00039	0,00043	0,9929	-3538,4	4
Thomas	17,15	0,01583	0,01799	0,00115	0,00140	0,9766	-2679,7	19
Baldwin	10,37	0,00163	0,01142	0,00051	0,00051	0,9914	-3405,1	6
Sharma	9,91	-0,00365	0,01210	0,00046	0,00047	0,9921	-3470,6	5
Benbrahim	18,02	-0,00214	0,01810	0,00154	0,00155	0,9741	-2608,3	18
Segmentadas								
Max	10,34	0,00141	0,01140	0,00051	0,00051	0,9915	-3404,8	2
Cao	10,34	0,00141	0,01140	0,00051	0,00051	0,9915	-3404,9	2
Clark	10,04	-0,00515	0,01197	0,00045	0,00048	0,9920	-3447,7	1
Forma variável								
Perez	10,12	-0,00166	0,01122	0,00048	0,00049	0,9919	-3437,3	8
Newnham.92	9,94	-0,00473	0,01115	0,00045	0,00047	0,9922	-3461,7	8
Kozak.94	8,31	-0,00113	0,00955	0,00033	0,00033	0,9945	-3718,0	2
Kozak.95	8,93	-0,00336	0,01007	0,00037	0,00038	0,9937	-3614,1	7
Muhairwe.a	8,76	-0,00079	0,01016	0,00036	0,00036	0,9939	-3641,6	6
Muhairwe.b	8,28	-0,00072	0,00958	0,00032	0,00032	0,9946	-3722,8	1
Zakrewski	10,28	-0,00401	0,01213	0,00049	0,00050	0,9916	-3417,7	9
Bi	8,30	-0,00233	0,00972	0,00032	0,00033	0,9945	-3721,3	3
Lee	8,63	-0,00236	0,01012	0,00035	0,00035	0,9941	-3667,0	5
Kozak.04.b	8,51	-0,00227	0,00973	0,00034	0,00034	0,9943	-3681,9	4
Valores médios								
Não segmentadas	14,82	0,00462	0,01589	0,00158	0,00173	0,9711	-3077,2	3
Segmentadas	10,24	-0,00078	0,01159	0,00049	0,00050	0,9917	-3419,1	2
Forma variável	9,01	-0,00234	0,01034	0,00038	0,00039	0,9935	-3608,3	1

Môra *et al.* (2014), testando os modelos não segmentados de Baldwin e Feduccia (1991), Demaerschalk (1972), Kozak(c) *et al.* (1969) e Ormerod (1973) encontraram resultados menos acurados para estimativas de volume total de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em relação aos valores de Syx(%) obtidos no presente estudo.

Paixão (2004), utilizando o modelo de Kozak(c) *et al.* (1969) para estimativas de volume total de *Eucalyptus grandis*, encontrou valores de Syx(%) = 16,57%. Obteve-se desse modo valores menos acurados aos obtidos para *Eucalyptus saligna* nesse estudo (Syx(%) = 12,13).

As Estatísticas MD, DPD e MSE tiveram resultados baixos e acurados, excetuando apenas a equação de Newberry.a que teve resultados piores em todas as estatísticas utilizadas. Esse fato pode ser corroborado com o gráfico de resíduos dessa equação (FIGURA 28) que apresentou alta tendência em superestimar todos os volumes para o DAP < 20 cm e subestimar acima desse DAP.

As primeiras quatro equações NS tiveram valores de Syx(%) inferiores a 10%, enquanto no grupo de FV apenas as equações de Perez e Zakrewski tiveram resultados maiores que 10%. No grupo S o valor para essa estatística também foi superior aos 10% mas não ultrapassou os 11% em nenhuma das três equações.

No grupo de FV, todos os valores de PVE foram superiores a 0,9900, inclusive nas equações de Zakrewski e Perez. Nesse grupo, pela classificação das estatísticas, as três melhores equações foram Muhairwe.b, seguido de Kozak.04.b e Bi (TABELA 20).

Os resíduos das equações NS (FIGURA 28), S (FIGURA 29) e FV (FIGURA 30) foram mais acurados e próximos ao eixo das abscissas. Esse resultado mostra que os volumes obtidos para Eucalipto pelo processo de integração numérica foram próximos aos calculados com Smalian para essa espécie (considerado como o real nesse estudo).

Os resíduos das equações NS mais apropriadas para estimar os volumes totais pelas estatísticas, também foram melhores distribuídos, tendo valores de resíduos entre -50 e 50%. Entre as equações menos acuradas, que apresentam grande tendência, para algumas ou todas as classes de DAP, têm-se Demaerschalk.d, Amidon, Biging, Newberry.a e Benbrahim.

No grupo S, a equação mais acurada foi Clark (TABELA 20). Esse resultado foi confirmado na análise de resíduos (FIGURA 29), onde o modelo de Max e de Cao tem uma pequena tendência em subestimar os volumes totais nos fustes com $DAP < 10$ cm.

As três equações de *FV* melhores para estimar o volume, Muhairwe.b, Kozak.04.b e Bi têm distribuição de resíduos (FIGURA 30) parecidas e com valores de resíduos baixos para todas as classes de *DAP*.

As equações de Zakrewski e Perez, menos apropriadas para estimar o volume entre as equações de *FV*, têm uma leve tendência em subestimar os volumes de árvores com $DAP < 10$ cm (FIGURA 30).

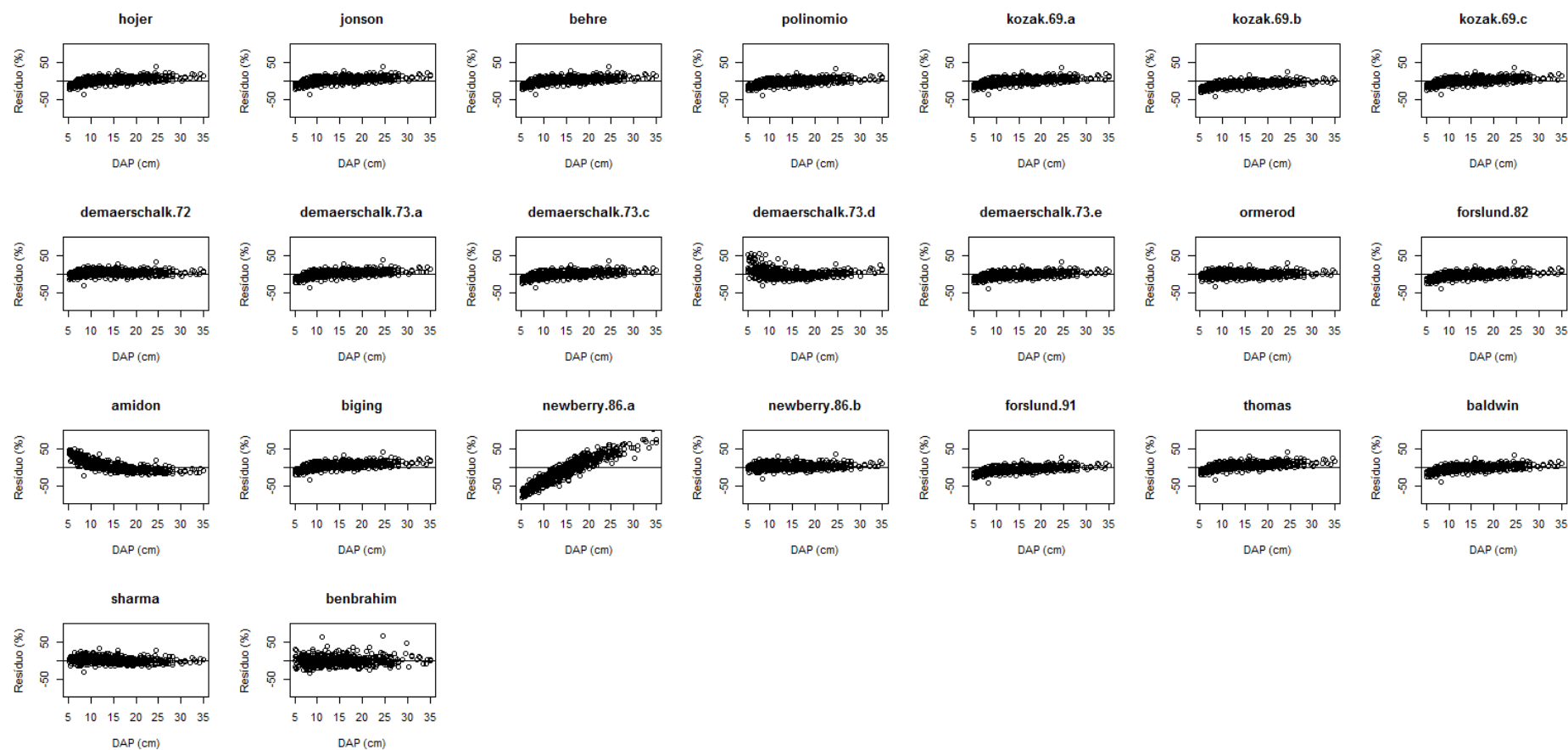


FIGURA 28 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

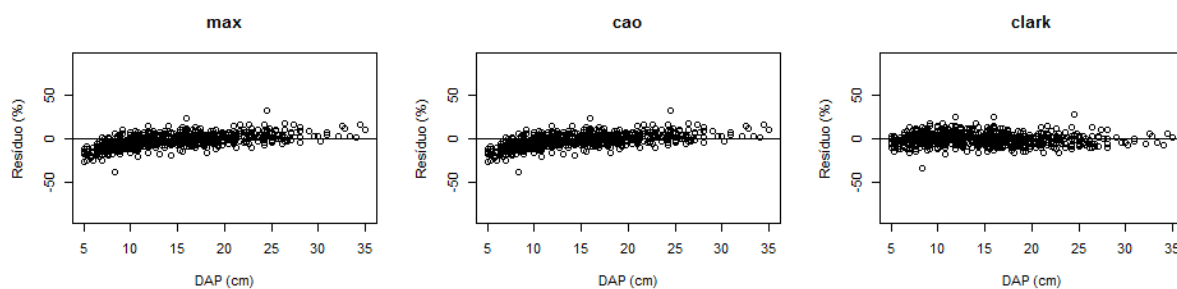


FIGURA 29 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

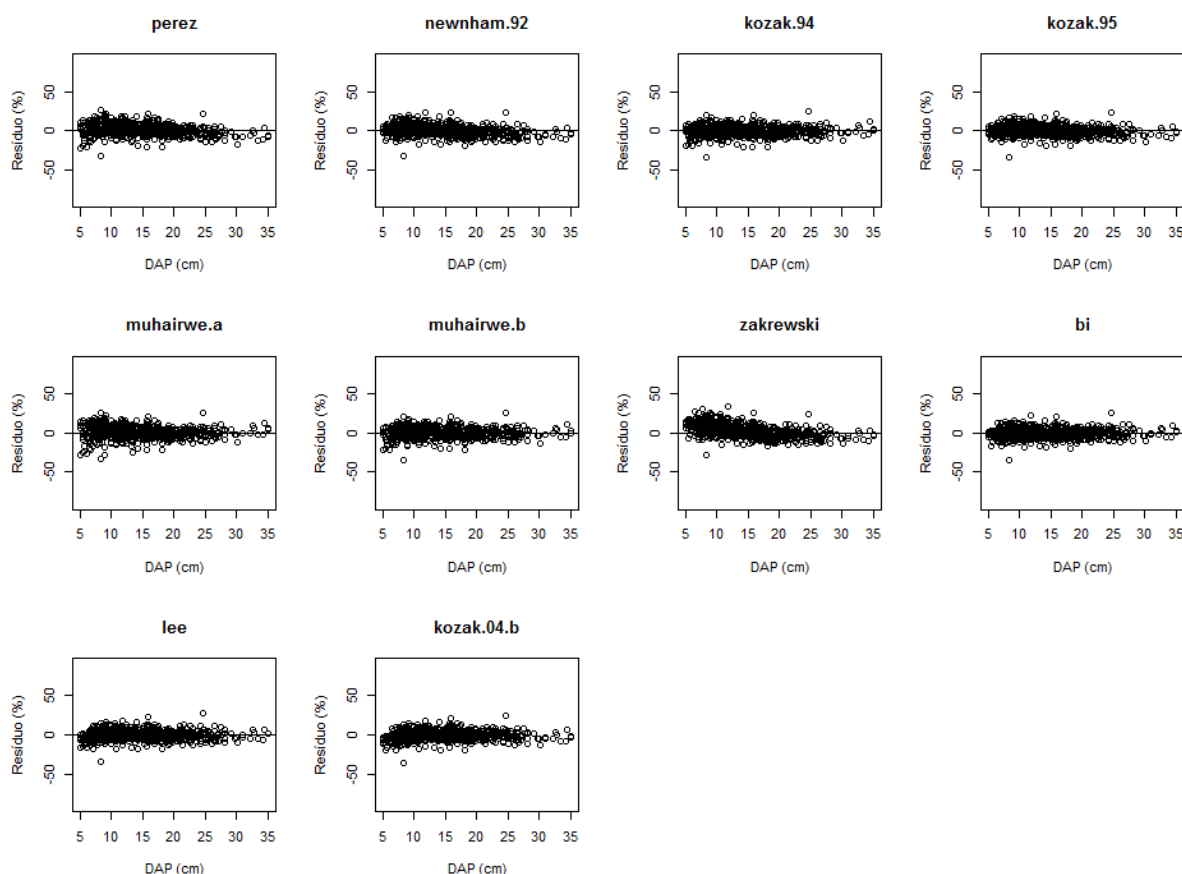


FIGURA 30 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm).

4.3.2 Avaliação das estimativas de volume de 0,1 m a 25% *H*

a) Para *Pinus taeda*

As estimativas do volume da porção basal dos fustes, nos três grupos de equações analisadas, apresentam $S_{yx}(\%)$ inferiores a 7% (TABELA 21) nas melhores equações que foram as de Bruce (NS), Clark (S) e Newnham.92 (FV). O resultado

dessa estatística foi bem inferior aos resultados de volume total (todos superiores a 10%). O pior resultado de $Syx(\%)$ foi de 22,15% (Kozak.69.b).

O $Syx(\%)$ médio das equações de *FV* foi mais baixo que das equações *S* e *NS*, enquanto a estatística média no grupo de *FV*, foi 7,86%, a do grupo *NS* chegou aos 14,00%, representando um aumento de quase 50% (TABELA 21).

Dentre as equações mais acuradas, que utilizam as variáveis tradicionais de ajuste, Bruce (*NS*), Clark (*S*) e Newnham.92 (*FV*), apenas a equação de Clark foi também a melhor do seu grupo nas estimativas de volume total.

Dentre as equações que não utilizam as variáveis tradicionais de ajuste, as equações mais apropriadas para estimar o volume da base foram Thomas (sexta mais acurada no grupo *NS*) e Bi (terceira mais acurada no grupo de *FV*). O grupo segmentado apenas apresenta equações que utilizam as variáveis tradicionais no ajuste.

Pela estatística *V*, praticamente todos os modelos tendem a subestimar os volumes da base para o fuste em todos os grupos de equações.

Nos grupos *S* e de *FV*, os valores da estatística *PVE* foram superiores a 0,9800. Resultados da estatística *AIC* também não foram superiores aos -6000 e os valores de *MSE* foram inferiores a 0,0001, com valores para Newnham.92 e Kozak.04.b de 0,00009.

O modelo de Hojer, a equação de afilamento mais antiga, foi apenas a 20ª em classificação na estimativa do volume na base. Pelo seu gráfico de resíduo (FIGURA 31), verifica-se tendência em superestimar o volume quando o DAP < 10 cm e subestimar os volumes quando o DAP > 40 cm. Resultados semelhantes podem ser vistos nos modelos de Jonson, Behre, Polinômio do 5º grau e Kozak.69.a.

No grupo de *FV*, a equação de Muhairwe b, mais acurada para estimar o volume total, foi totalmente sem acurácia para estimar o volume da base. Sua acurácia só foi maior que a equação de Zakrewski.

TABELA 21 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 0,1 m A 25% H PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hoyer	20,13	0,01327	0,01500	0,00075	0,00092	0,9623	-6526,9	20
Jonson	20,24	0,01340	0,01510	0,00076	0,00094	0,9619	-6509,8	21
Behre	20,29	0,01345	0,01514	0,00076	0,00094	0,9617	-6501,9	22
Polinômio do 5º Grau	10,86	0,00117	0,00840	0,00027	0,00027	0,9891	-8468,5	5
Bruce	6,51	0,00192	0,00539	0,00009	0,00010	0,9961	-10079,4	1
Kozak.69.a	19,37	0,01239	0,01429	0,00070	0,00086	0,9651	-6648,2	18
Kozak.69.b	22,15	0,01546	0,01689	0,00088	0,00112	0,9543	-6227,6	23
Kozak.69.c	19,27	0,01227	0,01419	0,00070	0,00085	0,9655	-6664,3	17
Demaerschalk.72	13,65	0,01103	0,01180	0,00030	0,00042	0,9827	-7749,2	11
Demaerschalk.73.a	19,57	0,01263	0,01448	0,00072	0,00087	0,9644	-6616,0	19
Demaerschalk.73.c	15,11	0,00781	0,01081	0,00046	0,00052	0,9788	-7429,4	15
Demaerschalk.73.d	14,67	0,00276	0,00869	0,00048	0,00049	0,9800	-7519,7	10
Demaerschalk.73.e	11,17	0,00366	0,00802	0,00027	0,00028	0,9884	-8379,5	7
Ormerod	7,09	-0,00323	0,00627	0,00010	0,00011	0,9953	-9213,7	2
Forslund.82	8,58	-0,00421	0,00844	0,00015	0,00017	0,9932	-9813,8	4
Amidon	10,40	0,00988	0,01048	0,00015	0,00025	0,9899	-8609,2	7
Biging	11,97	0,00316	0,00876	0,00032	0,00033	0,9867	-8166,0	8
Newberry.b	13,71	0,01021	0,01071	0,00032	0,00043	0,9825	-7737,7	12
Forslund.91	13,12	-0,01528	0,01565	0,00016	0,00039	0,9840	-7877,6	14
Thomas	8,83	-0,00551	0,00917	0,00015	0,00018	0,9928	-9122,0	6
Baldwin	14,57	0,00654	0,01036	0,00044	0,00048	0,9802	-7545,5	13
Sharma	8,35	-0,00491	0,00691	0,00014	0,00016	0,9935	-9301,9	3
Benbrahim	18,66	0,00387	0,01443	0,00078	0,00079	0,9676	-6764,9	16
Segmentadas								
Max	12,81	0,00409	0,00925	0,00036	0,00037	0,9848	-7946,0	2
Cao	12,81	0,00409	0,00925	0,00036	0,00037	0,9848	-7946,0	2
Clark	6,93	0,00077	0,00543	0,00011	0,00011	0,9955	-9881,4	1
Forma variável								
Kozak.88	7,46	0,00083	0,00655	0,00013	0,00013	0,9948	-9648,6	6
Perez	7,17	0,00016	0,00657	0,00012	0,00012	0,9952	-9775,5	5
Newnham.92	6,41	-0,00165	0,00529	0,00009	0,00009	0,9962	-10125,9	1
Kozak.95	6,95	-0,00023	0,00572	0,00011	0,00011	0,9955	-9872,7	4
Muhairwe.a	8,29	0,00224	0,00780	0,00015	0,00016	0,9936	-9317,7	9
Muhairwe.b	8,78	0,00284	0,00808	0,00017	0,00018	0,9929	-9136,0	10
Zakrewski	12,60	-0,00926	0,01042	0,00028	0,00036	0,9852	-8003,3	11
Bi	6,69	-0,00153	0,00545	0,00010	0,00010	0,9959	-9994,3	3
Lee	7,59	0,00274	0,00655	0,00012	0,00013	0,9946	-9595,5	7
Kozak.04.a	8,10	0,00350	0,00729	0,00014	0,00015	0,9939	-9390,5	8
Kozak.04.b	6,43	-0,00080	0,00522	0,00009	0,00009	0,9962	-10114,8	2
Valores médios								
Não segmentadas	14,27	0,00529	0,01128	0,00043	0,00052	0,9790	-7803,2	3
Segmentadas	10,85	0,00299	0,00798	0,00027	0,00029	0,9884	-8591,1	2
Forma variável	7,86	-0,00011	0,00681	0,00014	0,00015	0,9940	-9543,2	1

Na análise de resíduos das estimativas de volume da base do grupo *NS* (FIGURA 31) nota-se que para as árvores com $DAP < 20$ cm os volumes foram superestimados em praticamente todos os modelos (FIGURA 31). Os gráficos com melhores distribuições de resíduos foram das equações de Bruce, Ormerod e Sharma, apresentando distribuições menos tendenciosas. Pelas estatísticas, essas equações também foram, respectivamente, a primeira, segunda e terceira melhores conforme classificação.

No grupo *S*, há a existência de maior acurácia dos resíduos na equação de Clark (FIGURA 32) é notada de forma mais efetiva em relação ao modelo de Max e de Cao. Essas duas equações superestimam os volumes para $DAP < 20$ cm e superestimam para $DAP > 40$ cm.

Pelas estimativas de volume das equações de *FV* (FIGURA 33), nota-se uma melhor acurácia das estimativas, principalmente para $DAP < 20$ cm, em relação as equações *NS* e *S*. As estimativas de volume nas maiores classes de *DAP*, ou seja, os maiores volumes, são estimados de forma mais apropriada no grupo de *FV* em relação aos outros dois analisados, pois tem uma distribuição mais homogênea e próxima ao eixo das abscissas.

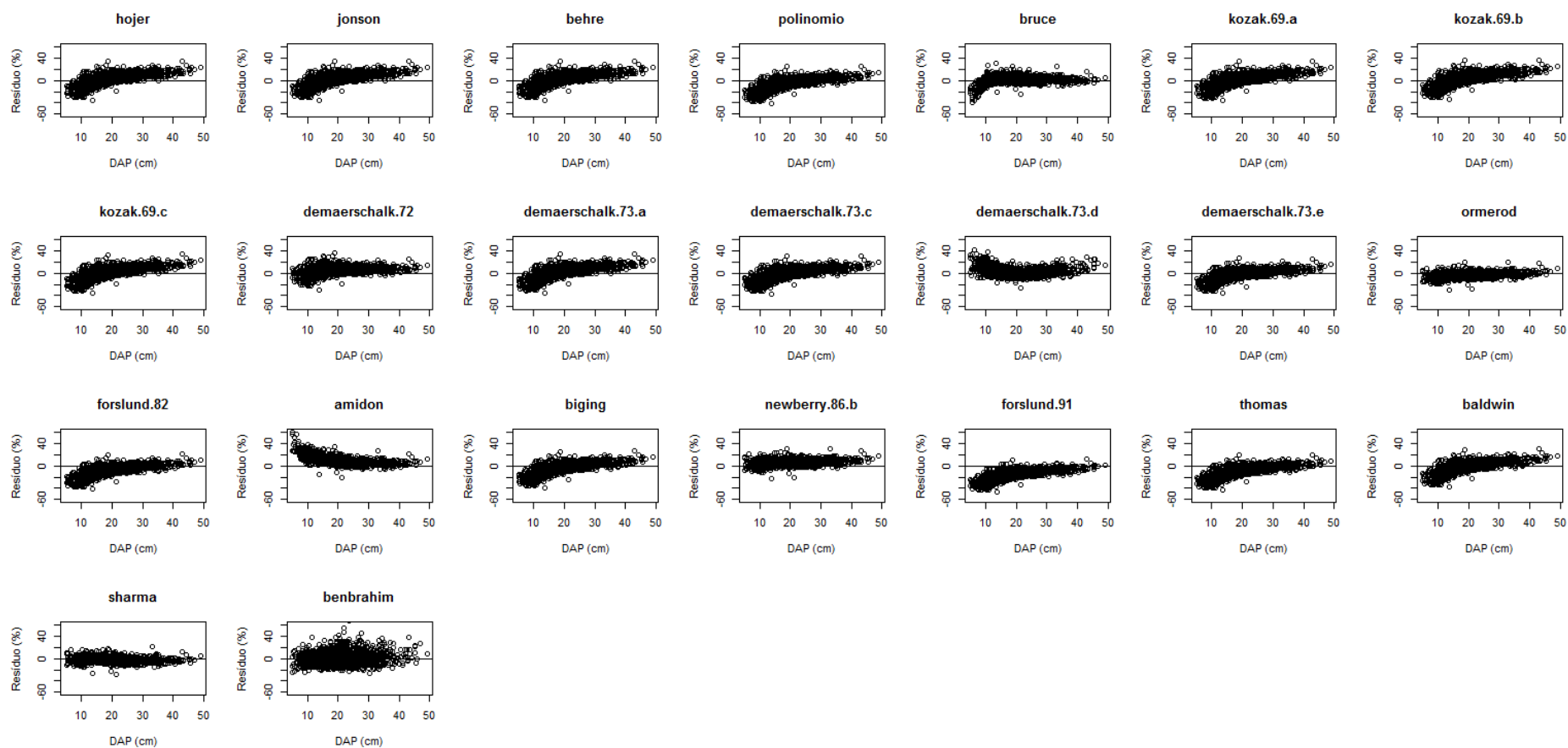


FIGURA 31 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% *H* DAS EQUAÇÕES *NS* PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

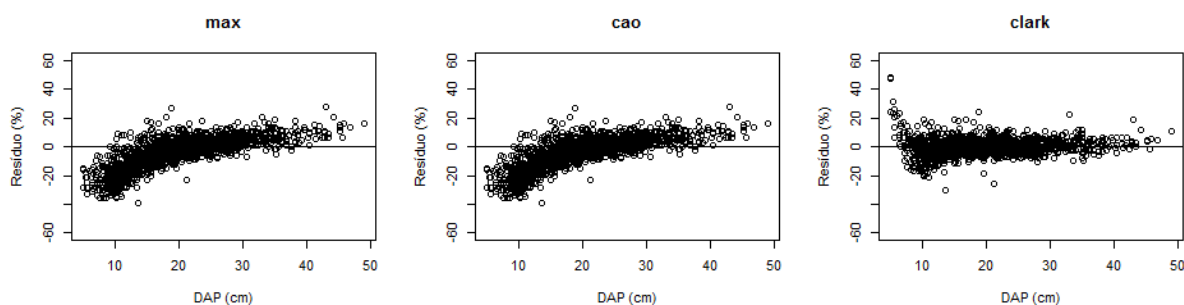


FIGURA 32 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

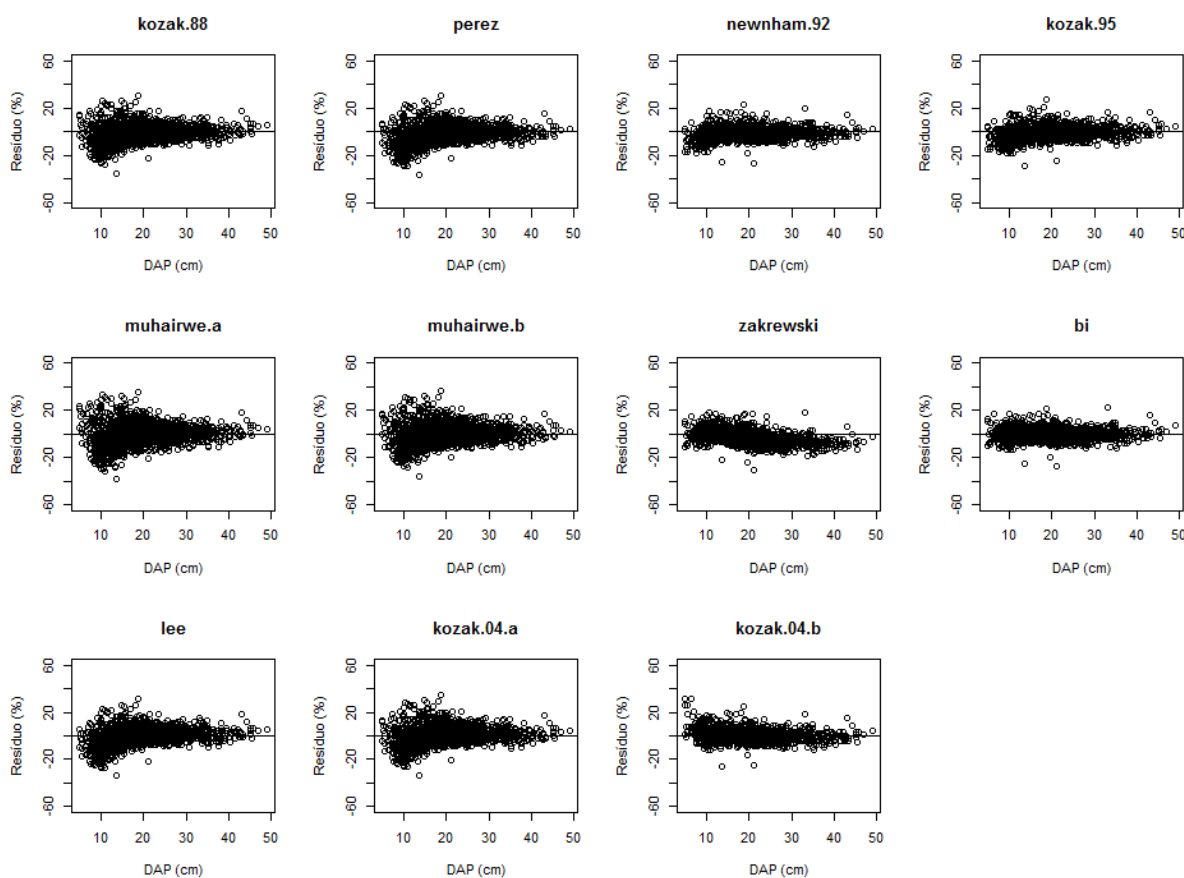


FIGURA 33 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b) para *Eucalyptus saligna*

Os resultados médios da estatística $Syx(\%)$ foram satisfatórios para estimativas do volume da base para Eucalipto. Os grupos S e de FV tiveram erros médios inferiores a 10%, enquanto o grupo NS teve erros próximos a 15% (TABELA 22).

TABELA 22 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 0,1 m A 25% H PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	18,02	0,00825	0,00914	0,00031	0,00037	0,9734	-3634,6	19
Jonson	18,04	0,00826	0,00915	0,00031	0,00037	0,9734	-3633,3	20
Behre	18,37	0,00852	0,00936	0,00032	0,00039	0,9724	-3606,9	21
Polinômio do 5º Grau	9,34	0,00026	0,00492	0,00010	0,00010	0,9929	-4572,3	6
Kozak.69.a	16,99	0,00742	0,00849	0,00028	0,00033	0,9764	-3719,6	16
Kozak.69.b	20,89	0,01043	0,01104	0,00039	0,00050	0,9642	-3422,4	23
Kozak.69.c	16,99	0,00742	0,00848	0,00028	0,00033	0,9764	-3718,4	15
Demaerschalk.72	12,34	0,00676	0,00715	0,00013	0,00017	0,9876	-4177,9	12
Demaerschalk.73.a	17,32	0,00769	0,00869	0,00029	0,00034	0,9754	-3691,9	18
Demaerschalk.73.c	13,57	0,00470	0,00652	0,00019	0,00021	0,9850	-4040,5	13
Demaerschalk.73.d	11,23	0,00015	0,00515	0,00014	0,00014	0,9897	-4311,7	10
Demaerschalk.73.e	9,04	0,00108	0,00440	0,00009	0,00009	0,9933	-4626,5	5
Ormerod	7,88	0,00066	0,00378	0,00007	0,00007	0,9949	-4780,9	1
Forslund.82	8,13	-0,00171	0,00495	0,00007	0,00008	0,9946	-4825,8	3
Amidon	8,88	0,00618	0,00675	0,00005	0,00009	0,9935	-4653,4	8
Biging	10,06	0,00122	0,00502	0,00011	0,00012	0,9917	-4473,9	9
Newberry.a	48,05	0,00540	0,02502	0,00263	0,00265	0,8110	-2222,3	22
Newberry.b	13,93	0,00681	0,00721	0,00018	0,00022	0,9841	-4005,3	14
Forslund.91	8,58	-0,00545	0,00674	0,00006	0,00008	0,9940	-4703,6	7
Thomas	8,02	-0,00318	0,00552	0,00006	0,00007	0,9947	-4799,9	4
Baldwin	11,89	0,00304	0,00571	0,00015	0,00016	0,9884	-4233,5	11
Sharma	7,90	-0,00326	0,00469	0,00006	0,00007	0,9949	-4822,5	2
Benbrahim	17,71	0,00134	0,00814	0,00036	0,00036	0,9744	-3658,7	17
Segmentadas								
Max	10,93	0,00204	0,00532	0,00013	0,00014	0,9903	-4350,1	2
Cao	10,93	0,00204	0,00532	0,00013	0,00014	0,9903	-4350,2	2
Clark	6,95	-0,00152	0,00390	0,00005	0,00006	0,9961	-5002,7	1
Forma variável								
Perez	6,29	-0,00149	0,00364	0,00004	0,00005	0,9968	-5147,3	4
Newnham.92	6,37	-0,00153	0,00360	0,00004	0,00005	0,9967	-5127,2	6
Kozak.94	6,26	-0,00054	0,00348	0,00004	0,00004	0,9968	-5150,9	2
Kozak.95	6,13	-0,00102	0,00338	0,00004	0,00004	0,9969	-5181,4	1
Muhairwe.a	6,42	0,00013	0,00368	0,00005	0,00005	0,9966	-5113,8	7
Muhairwe.b	6,41	0,00086	0,00364	0,00005	0,00005	0,9967	-5117,1	5
Zakrewski	12,20	-0,00716	0,00756	0,00012	0,00017	0,9878	-4196,5	10
Bi	6,92	-0,00188	0,00398	0,00005	0,00005	0,9961	-5008,3	9
Lee	6,67	0,00128	0,00349	0,00005	0,00005	0,9964	-5061,8	8
Kozak.04.b	6,27	-0,00114	0,00344	0,00004	0,00004	0,9968	-5147,1	3
Valores médios								
Não segmentadas	14,49	0,00356	0,00765	0,00029	0,00032	0,9772	-4101,6	3
Segmentadas	9,60	0,00085	0,00485	0,00011	0,00011	0,9922	-4567,7	2
Forma variável	6,99	-0,00125	0,00399	0,00005	0,00006	0,9958	-5025,1	1

Os modelos de *FV* foram desenvolvidos para serem mais acurados que os *NS* e *S*. E pelas estatísticas das estimativas de diâmetro e volume apresentadas até essa parte do estudo, as equações do grupo de *FV* em cada estudo, tiveram sempre melhor desempenho em relação as equações dos demais grupos.

As melhores equações para estimar o volume de 0,1 m a 25% *H* para Eucalipto foram Ormerod (*NS*), Clark (*S*) e Kozak.95 (*FV*) (TABELA 22).

Para os modelos ajustados sem as variáveis tradicionais, a equação de Thomas teve melhor performance. Fato interessante que nas estimativas de diâmetro essa equação teve resultados ruins. A equação de Benbrahim que estimou de forma mais acurada os diâmetros em relação a Thomas, não teve bons resultados nas estimativas de volume para essa parte do fuste (TABELA 22).

A equação de Sharma, melhor para estimar o diâmetro da base no grupo *NS*, foi a segunda mais acurada para estimar o volume nessa parte. As equações de Demaerschalk não tiveram resultados bons, no entanto a equação de Demaerschalk.73.e foi a melhor dentre os modelos desenvolvidos por esse autor (quinta equação pelos resultados médios das estatísticas).

Pela estatística *V*, a maioria das equações subestima o volume. Valores de *MSE* também foram próximos a zero para as equações analisadas (TABELA 22).

Muitas das equações para Eucalipto tiveram valores da estatística *PVE* superiores a 0,9900. Assim, a previsão do valor esperado pela equação nas estimativas de volume é satisfatória. Nas equações de *FV* e *S*, apenas a equação de Zakrewski teve resultado inferior a 0,9900.

As equações *S* de Max e de Cao apresentam tendência nas estimativas de volumes em relação a Clark. Como exemplos de discrepância entre as estatísticas, o valor de *Syx*(%) para Max e para Cao foi 10,93%, enquanto para Clark foi 6,95%.

Pela análise dos resíduos das estimativas de volume da base para Eucalipto no grupo *NS* (FIGURA 34), nota-se de forma clara que os modelos que não apresentam nenhuma tendência foram Ormerod, Sharma, Newberry.a e Newberry.b. Os demais modelos têm uma tendência em superestimar os volumes para árvores com *DAP* < 10 cm. As equações de Amidon e Demaerschalk.73.d subestimam os valores para *DAP* < 10 cm. Benbrahim apresenta valores de resíduos bem altos para todos os fustes estudados em todas as classes de *DAP*. Esse resultado talvez sofra alguma influência, pois nessa equação não se utiliza o *DAP* e sim o *db*.

Os resíduos das estimativas dos volumes parciais da base (FIGURA 35) entre as três equações *S*, assim como para *Pinus*, mostram que as equações de Max e de Cao superestimam os valores de volume na base para fuste com *DAP* < 10 cm. A equação de Clark estima com acurácia os volumes da base em todos os fustes utilizados de *Eucalyptus saligna*.

Na distribuição dos resíduos das equações de *FV* (FIGURA 36), têm-se uma distribuição mais homogênea em todas as equações analisadas. Valores de estimativas de volume da base mais próximos ao real e mais próximos de zero foram observados em Kozak.95 e Bi. A equação de Zakrewski superestima todas as estimativas de volume de todos os fustes de Eucalipto estudados.

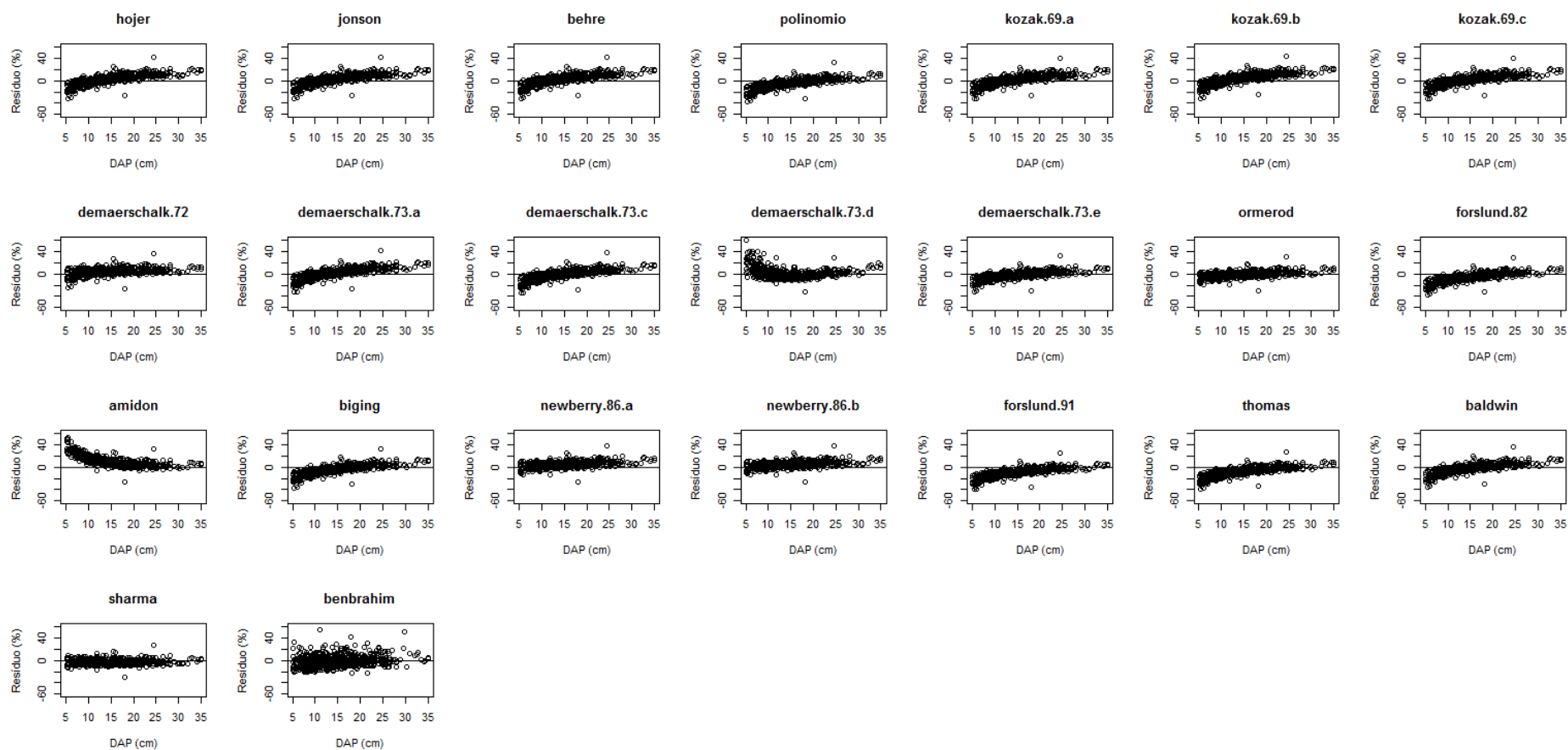


FIGURA 34 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% *H* DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

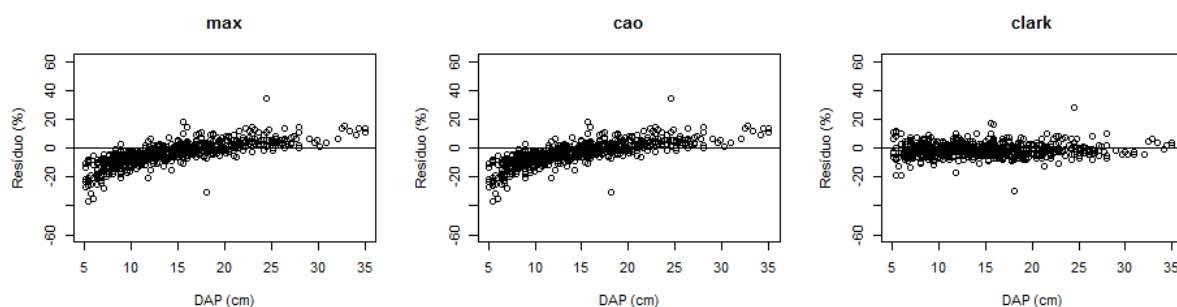


FIGURA 35 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% *H* DAS EQUAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

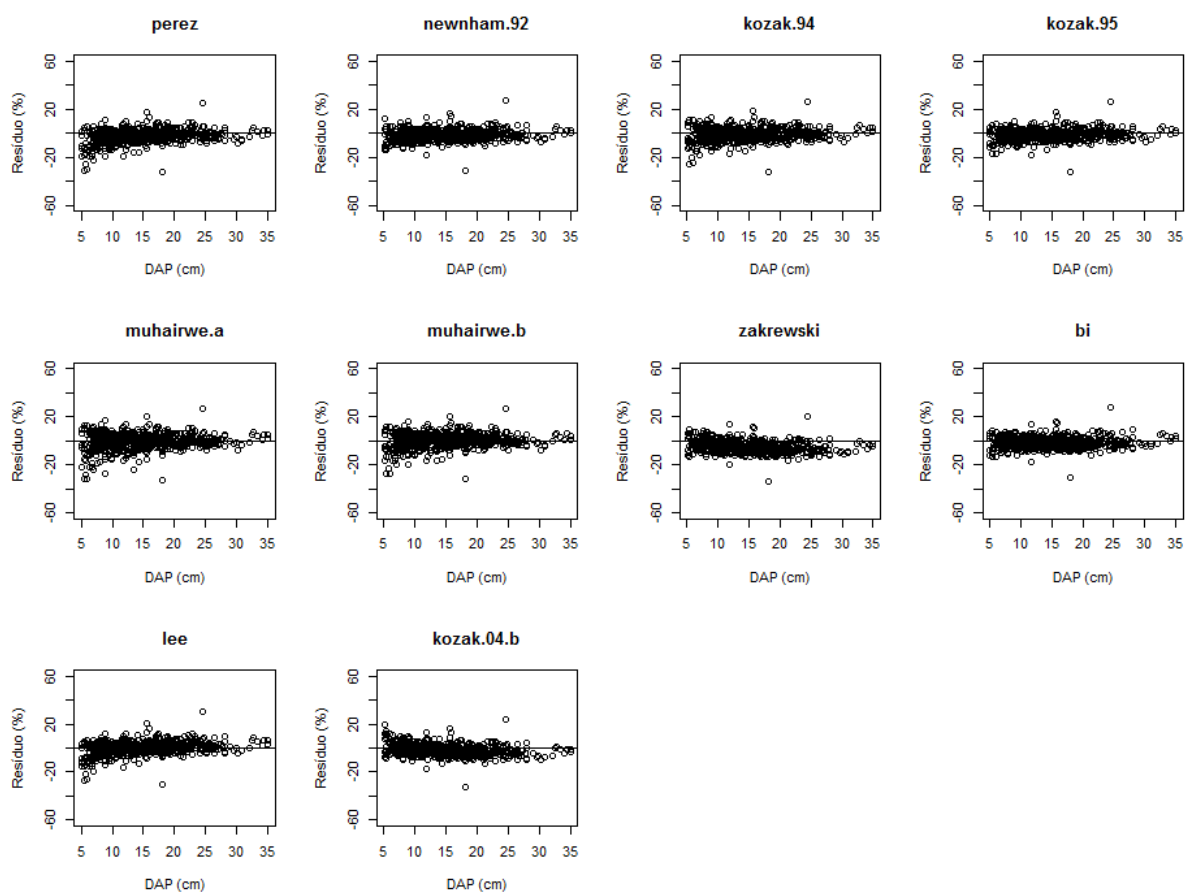


FIGURA 36 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% *H* DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

4.3.3 Avaliação das estimativas de volume de 25 a 75% *H*

a) para *Pinus taeda*

As estimativas de volume da parte central dos fustes de *Pinus*, utilizando o procedimento de integração numérica para todos os modelos, não foram muito acuradas para os três grupos de equações avaliadas (TABELA 23).

Valores de $Syx(\%)$ foram pouco acurados e superiores a 20% para a maioria das equações ajustadas nos três grupos. Valores inferiores a 20% foram obtidos apenas no grupo de *FV* (equações de Muhairwe.a, Muhairwe.b, Bi e Kozak.04.b).

Pode-se notar também que valores de *PVE* também foram relativamente baixos. Valores superiores a 0,9700 foram obtidos apenas para o grupo de *FV*.

Pelas médias das notas atribuídas às estatísticas de avaliação para as estimativas de volume de 25 a 75% *H* em cada equação, no grupo *NS*, Jonson foi mais acurada, seguida do Polinômio do 5º grau (TABELA 23). Resultado inesperado nesse estudo, foi a equação de Jonson ter tido o melhor desempenho, pois ela não foi mais acurada em nenhuma outra estimativa até o momento. A equação mais acurada para a estimativa total de volume (Demaerschalk.72) foi apenas a 11ª mais para estimar essa porção do fuste.

Dentre todas as equações avaliadas para o volume na porção central, as três equações mais apropriadas para estimativas de volume foram Kozak.04.b, Bi e Muhairwe.b, todas equações de *FV*, com erro inferiores a 19% e *PVE* maiores que 0,9700. Esses resultados foram menores em relação ao valor médio do grupo (21,3%) para $Syx(\%)$ e 0,9614 (*PVE*). Mesmo com as melhores equações sendo no grupo de *FV*, pelo resultado médio o grupo *S* foi melhor. Isso indica que as equações desse grupo geram estimativas de volumes parecidas.

No grupo segmentado, os modelos de Max e de Cao tiveram melhor performance nas estimativas de volume da porção central que o modelo de Clark.

Dos modelos que não utilizam as variáveis tradicionais para ajuste, a equação de Bi (*FV*) foi a melhor dentre as desse tipo estudadas. Essa equação utiliza princípios trigonométricos em sua construção e sempre está associado aos resultados mais acurados para todas as avaliações até essa parte do estudo.

TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 25 A 75% *H* PARA *Pinus taeda*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	20,36	-0,00344	0,01659	0,00086	0,00087	0,9655	-6620,7	3
Jonson	20,24	-0,00133	0,01642	0,00086	0,00086	0,9659	-6639,4	1
Behre	20,40	-0,00376	0,01663	0,00086	0,00087	0,9653	-6614,9	4
Polinômio do 5º Grau	20,28	-0,00199	0,01645	0,00086	0,00086	0,9658	-6629,6	2
Bruce	22,29	-0,00582	0,01742	0,00101	0,00104	0,9587	-6330,8	12
Kozak.69.a	21,95	-0,00959	0,01803	0,00092	0,00101	0,9599	-6383,9	13
Kozak.69.b	31,33	-0,02469	0,02677	0,00146	0,00207	0,9181	-5263,5	21
Kozak.69.c	21,21	-0,00746	0,01739	0,00089	0,00095	0,9625	-6490,9	8
Demaerschalk.72	21,95	-0,00707	0,01782	0,00096	0,00101	0,9599	-6381,3	11
Demaerschalk.73.a	20,68	-0,00546	0,01692	0,00087	0,00090	0,9644	-6570,9	6
Demaerschalk.73.c	20,87	-0,00622	0,01709	0,00088	0,00091	0,9637	-6540,3	7
Demaerschalk.73.d	22,71	-0,01007	0,01941	0,00098	0,00108	0,9571	-6273,0	15
Demaerschalk.73.e	21,63	-0,00872	0,01775	0,00091	0,00098	0,9611	-6427,8	9
Ormerod	25,38	-0,01288	0,02084	0,00119	0,00135	0,9463	-6631,6	15
Forslund.82	20,29	0,00013	0,01646	0,00087	0,00087	0,9657	-5927,6	5
Amidon	35,04	-0,02241	0,02793	0,00208	0,00258	0,8977	-4910,8	22
Biging	26,96	0,01614	0,02189	0,00127	0,00153	0,9395	-5736,6	18
Newberry.b	22,92	-0,00758	0,01924	0,00105	0,00110	0,9562	-6247,7	16
Forslund.91	22,41	-0,01072	0,01842	0,00094	0,00106	0,9581	-6319,3	14
Thomas	29,68	0,01995	0,02419	0,00145	0,00185	0,9266	-5432,1	20
Baldwin	21,86	-0,00936	0,01795	0,00092	0,00100	0,9602	-6396,9	10
Sharma	26,53	-0,01095	0,02205	0,00136	0,00148	0,9413	-5787,7	17
Benbrahim	28,98	-0,01295	0,02332	0,00160	0,00176	0,9301	-5507,6	19
Segmentadas								
Max	20,35	-0,00308	0,01655	0,00086	0,00087	0,9656	-6618,7	1
Cao	20,35	-0,00308	0,01655	0,00086	0,00087	0,9656	-6618,7	1
Clark	21,45	-0,00470	0,01746	0,00094	0,00097	0,9617	-6451,8	2
Forma variável								
Kozak.88	20,54	-0,00419	0,01649	0,00087	0,00088	0,9650	-6586,7	6
Perez	20,61	-0,00260	0,01662	0,00088	0,00089	0,9647	-6579,9	7
Newnham.92	24,15	-0,00864	0,01870	0,00115	0,00122	0,9515	-6078,7	10
Kozak.95	20,62	-0,00563	0,01632	0,00086	0,00089	0,9647	-6573,9	8
Muhairwe.a	19,37	-0,00289	0,01566	0,00078	0,00079	0,9689	-6771,5	4
Muhairwe.b	18,80	-0,00373	0,01516	0,00073	0,00074	0,9707	-6866,1	3
Zakrewski	20,24	0,00515	0,01976	0,00084	0,00086	0,9659	-6639,7	5
Bi	18,75	-0,00167	0,01532	0,00073	0,00074	0,9708	-6875,9	2
Lee	22,44	-0,00803	0,01800	0,00099	0,00106	0,9581	-6310,9	9
Kozak.04.a	30,22	-0,01813	0,02251	0,00159	0,00191	0,9241	-5372,8	11
Kozak.04.b	18,69	-0,00280	0,01497	0,00072	0,00073	0,9710	-6883,7	1
Valores médios								
Não segmentadas	23,74	-0,00636	0,01944	0,00109	0,00122	0,9517	-6176,7	3
Segmentadas	20,72	-0,00362	0,01685	0,00089	0,00090	0,9643	-6563,1	1
Forma variável	21,31	-0,00483	0,01723	0,00092	0,00097	0,9614	-6503,6	2

Os resultados da análise gráfica de resíduos para o volume da porção mediana do fuste para *Pinus taeda* nos grupos *NS* (FIGURA 37), têm distribuição parecidos. Algumas subestimativas ou superestimativas podem ser observadas nos volumes em árvores com $DAP < 15$ cm, como Bruce, Demaeschalk.72, Demaeschalk.73.d e Amidon. Tendências de subestimar o volume nessa porção para todos os fustes estudados podem ser vistas para a equação de Biging.

No grupo *NS*, resíduos percentuais mais próximos a zero foram encontrados nas melhores equações, conforme resultados das estatísticas dos ajustes, como Jonson e o Polinômio do 5º Grau (FIGURA 37).

No grupo *S*, as distribuições dos resíduos foram próximas para os três modelos estudados (FIGURA 38). Isso pode ser corroborado pelos resultados das estatísticas $Syx(\%)$, V , MD , DPD , MSE , PVE e AIC que também foram bem próximas (TABELA 23).

No grupo de *FV*, as equações mais acuradas, Muhairwe.b, Bi e Kozak.b apresentam valores de resíduos menores e conseqüentemente menor subestimação nos volumes da parte central dos fustes de *Pinus taeda* para $DAP < 20$ cm.

Esse melhor desempenho nos valores das estimativas de volume para a parte central podem estar relacionados ao fato dos dados serem de idades, tratamentos silviculturais e espaçamentos diferentes. Estratificando-se os dados, em conjuntos mais homogêneos, esses resultados teriam uma maior acurácia. Isso pode ser destacado ao comparar as estimativas de volume total caso tivesse sido utilizado Schumacher e Hall, o qual apresenta estimativas muito próximas em relação aos modelos de *FV*.

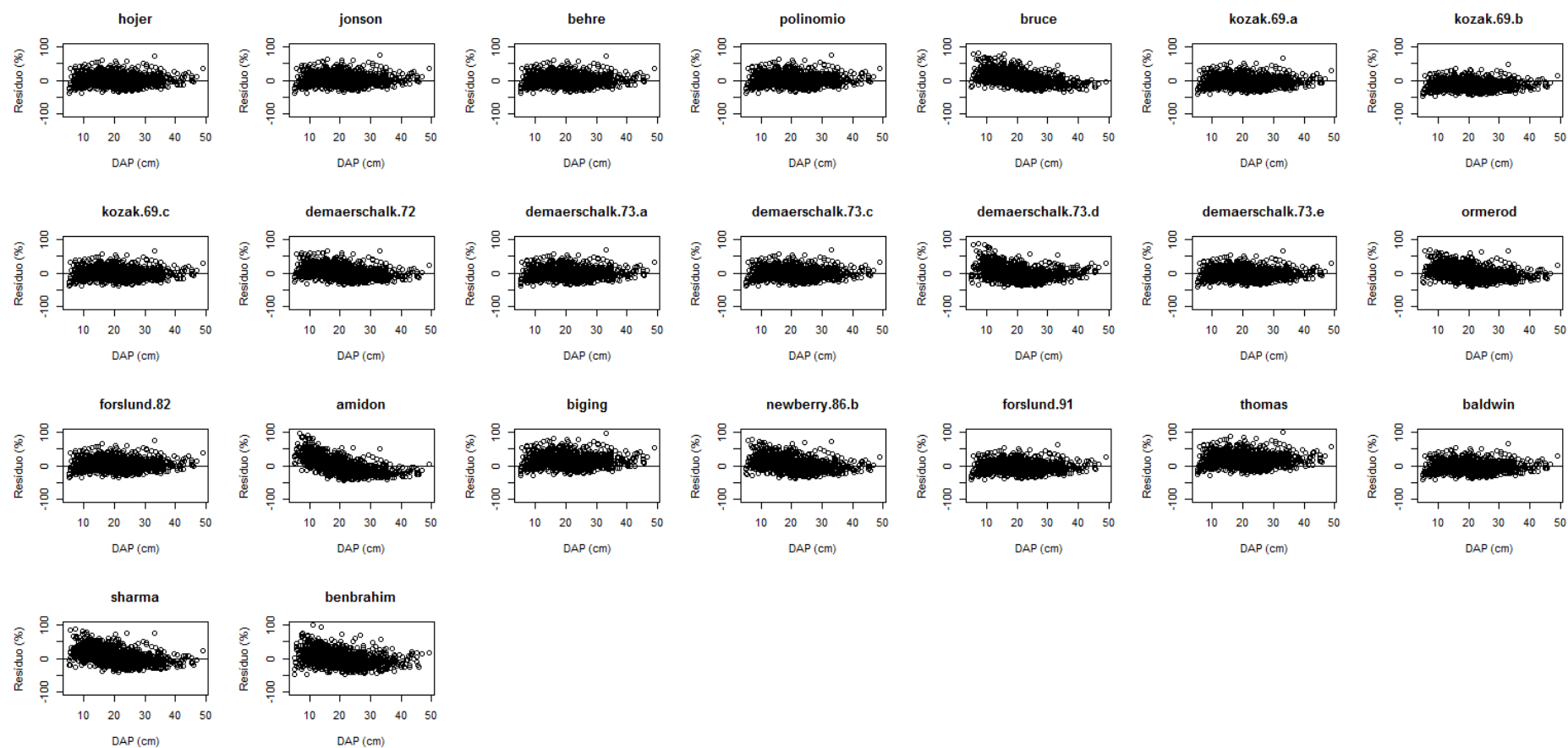


FIGURA 37 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% *H* DAS EQUAÇÕES NS PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

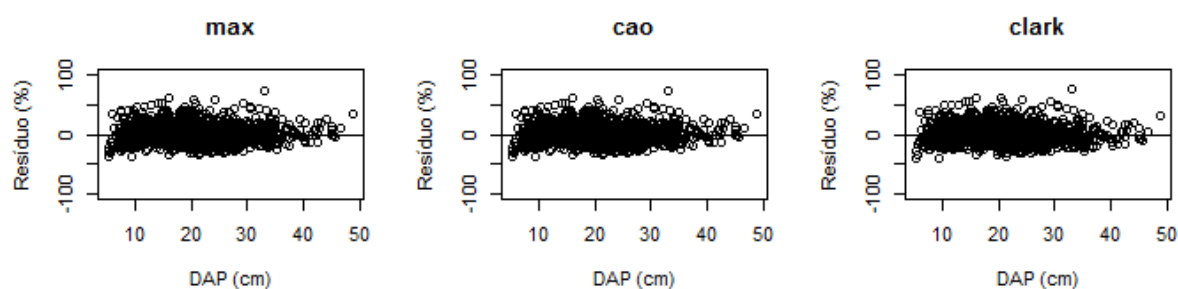


FIGURA 38 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

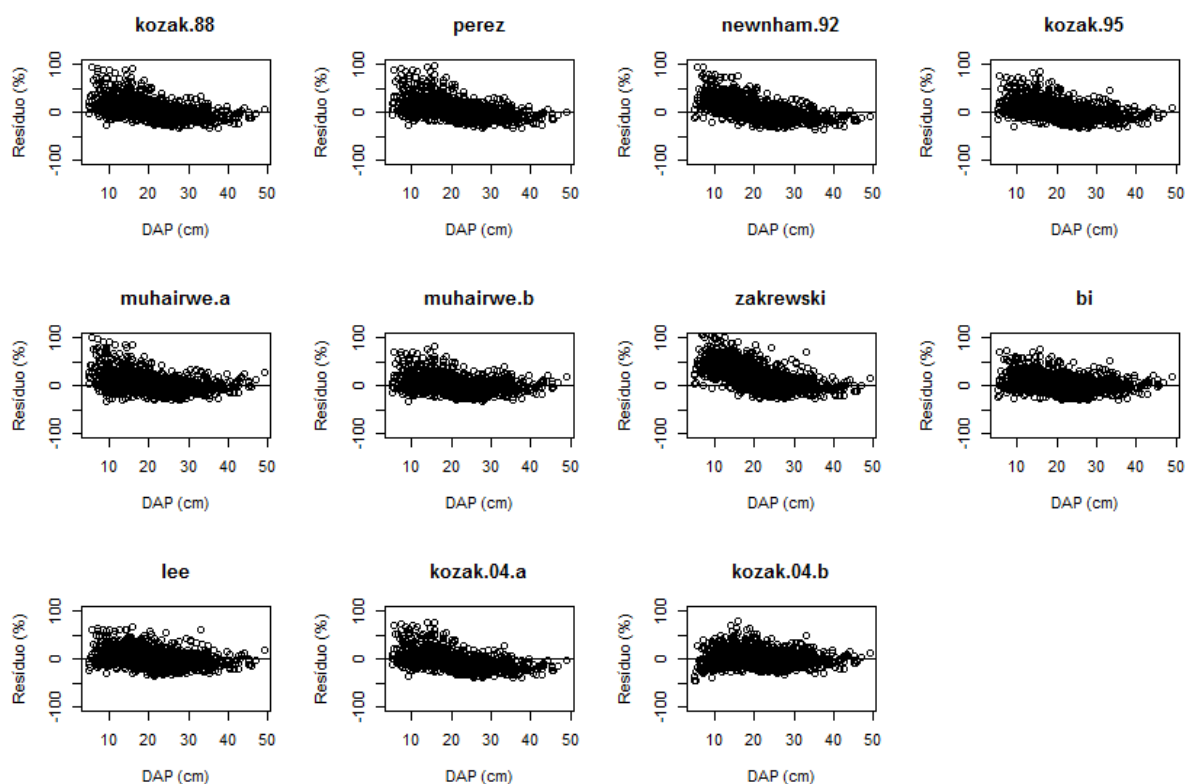


FIGURA 39 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b) para *Eucalyptus saligna*

Para o *Eucalyptus saligna*, os resultados das estimativas de volume da porção de 25 a 75% H estão na TABELA 24 e FIGURAS 40, 41 e 42.

TABELA 24 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 25 A 75% *H* PARA *Eucalyptus saligna*

Equações	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	15,05	0,00434	0,00790	0,00022	0,00024	0,9825	-3956,7	15
Jonson	16,54	0,00599	0,00862	0,00025	0,00029	0,9788	-3820,6	17
Behre	14,71	0,00392	0,00775	0,00021	0,00023	0,9832	-3989,6	13
Polinômio do 5º Grau	12,71	0,00028	0,00700	0,00017	0,00017	0,9875	-4191,7	7
Kozak.69.a	12,49	-0,00123	0,00702	0,00016	0,00016	0,9879	-4224,6	2
Kozak.69.b	28,22	-0,01832	0,01841	0,00050	0,00084	0,9382	-3052,3	20
Kozak.69.c	12,61	-0,00021	0,00699	0,00017	0,00017	0,9877	-4210,6	4
Demaerschalk.72	12,11	0,00118	0,00687	0,00015	0,00015	0,9887	-4267,8	1
Demaerschalk.73.a	13,48	0,00211	0,00725	0,00019	0,00019	0,9859	-4114,9	11
Demaerschalk.73.c	13,19	0,00152	0,00714	0,00018	0,00018	0,9865	-4143,9	10
Demaerschalk.73.d	14,84	-0,00165	0,00786	0,00023	0,00023	0,9830	-3972,7	14
Demaerschalk.73.e	12,53	-0,00077	0,00699	0,00016	0,00016	0,9879	-4218,0	3
Ormerod	12,60	-0,00099	0,00714	0,00017	0,00017	0,9877	-4075,9	8
Forslund.82	13,85	0,00272	0,00740	0,00019	0,00020	0,9851	-4212,8	12
Amidon	30,60	-0,01429	0,01631	0,00078	0,00099	0,9274	-2934,4	21
Biging	26,49	0,01440	0,01486	0,00053	0,00074	0,9456	-3142,4	19
Newberry.a	83,80	0,03007	0,03757	0,00650	0,00739	0,4559	-1483,8	23
Newberry.b	12,66	0,00119	0,00722	0,00017	0,00017	0,9876	-4205,5	9
Forslund.91	12,51	-0,00075	0,00699	0,00016	0,00016	0,9879	-4223,8	5
Thomas	29,10	0,01635	0,01664	0,00062	0,00089	0,9345	-3006,0	22
Baldwin	12,52	-0,00068	0,00699	0,00016	0,00017	0,9878	-4220,9	6
Sharma	14,45	-0,00284	0,00803	0,00021	0,00022	0,9838	-4016,4	16
Benbrahim	20,57	-0,00347	0,01030	0,00043	0,00044	0,9673	-3505,3	18
Segmentadas								
Max	12,64	-0,00019	0,00699	0,00017	0,00017	0,9877	-4204,3	1
Cao	12,64	-0,00019	0,00699	0,00017	0,00017	0,9877	-4204,3	1
Clark	14,31	-0,00361	0,00783	0,00020	0,00021	0,9842	-4025,3	2
Forma variável								
Perez	15,35	0,00085	0,00822	0,00025	0,00025	0,9818	-3925,4	9
Newnham.92	14,89	-0,00261	0,00752	0,00023	0,00023	0,9829	-3967,4	8
Kozak.94	11,95	-0,00010	0,00624	0,00015	0,00015	0,9890	-4282,1	2
Kozak.95	13,14	-0,00167	0,00682	0,00018	0,00018	0,9867	-4146,2	5
Muhairwe.a	12,38	-0,00034	0,00675	0,00016	0,00016	0,9882	-4231,8	4
Muhairwe.b	12,09	-0,00120	0,00634	0,00015	0,00015	0,9888	-4266,1	3
Zakrewski	12,79	0,00317	0,00810	0,00016	0,00017	0,9873	-4190,4	6
Bi	11,77	0,00000	0,00628	0,00015	0,00014	0,9893	-4305,2	1
Lee	13,63	-0,00307	0,00724	0,00019	0,00019	0,9857	-4096,4	7
Kozak.04.b	17,42	-0,00743	0,00881	0,00026	0,00032	0,9767	-3739,2	10
Valores médios								
Não segmentadas	19,46	0,00169	0,01040	0,00055	0,00063	0,9534	-3790,9	3
Segmentadas	13,19	-0,00133	0,00727	0,00018	0,00018	0,9865	-4144,6	2
Forma variável	13,54	-0,00124	0,00723	0,00019	0,00019	0,9857	-4115,0	1

Resultados da estatística $Syx(\%)$ para Eucalipto tiveram valores na casa dos 11% para os modelos de forma variável (TABELA 24). Já a estatística PVE resultou em valores próximos de 0,9900 nos ajustes mais acurados dos grupos NS , S e FV

Considerando todas as estimativas de volume da porção mediana, as equações com melhor performance tiveram erros maiores que 11% e menores que 13%. As melhores equações foram Bi ($Syx(\%)=11,77$ - FV), $Demaerschalk.72$ ($Syx(\%)=12,11$ - NS), e Max e de Cao ($Syx(\%)=12,64$ - S). Para as estimativas dessas três equações, a estatística PVE foi muita próxima a um percentual de valor esperado de 0,9900.

$Demaerschalk.72$ é um dos modelos mais utilizados no Brasil para uso em afilamento, principalmente para o gênero *Eucalyptus*. Comparada às equações S , $Demaerschalk.72$ possui uma acurácia maior que as equações de Max e de Cao , além de sua facilidade de ajuste.

No grupo S , as equações de Max e de Cao tiveram melhor performance em relação as estimativas obtidas por $Clark$. Os resíduos das estimativas dessas equações (FIGURA 41) não apresentam tendência ($V= - 0,00019$) nas estimativas para os fustes de *Eucalyptus saligna*.

No grupo de FV , a equação mais acurada foi Bi , com valores de MSE e DPD próximos a zero e idênticos. Sua estatística $Syx(\%)$ foi a mais baixa entre as equações (11,77%), além de um PVE de 0,9893 (TABELA 24).

Observando os resíduos, as estimativas de volumes para a porção central para Eucalipto tiveram estimativas razoáveis, exceto algumas equações NS e $Kozak.04.b$ (FV) (FIGURAS 40, 41 e 42).

Souza *et al.* (2008c), estudando os resíduos de volumes parciais de 0,1m a 10%, de 10 a 15%, de 15 a 25%, de 25 a 35% e de 35 a 45% H , para *Eucalyptus* sp. em modelos não segmentados perceberam que as estimativas dos volumes são piores entre as partes de 10 e 35% H . Resultados mais acurados são encontrados para os volumes entre 0,1 m e 10% e entre 35% e 45% H . Pode-se então perceber também neste estudo, para *Eucalyptus saligna*, que esse resultado menos acurado para a parte central, pode ser característico de equações de afilamento, porém mais estudos devem ser realizados.

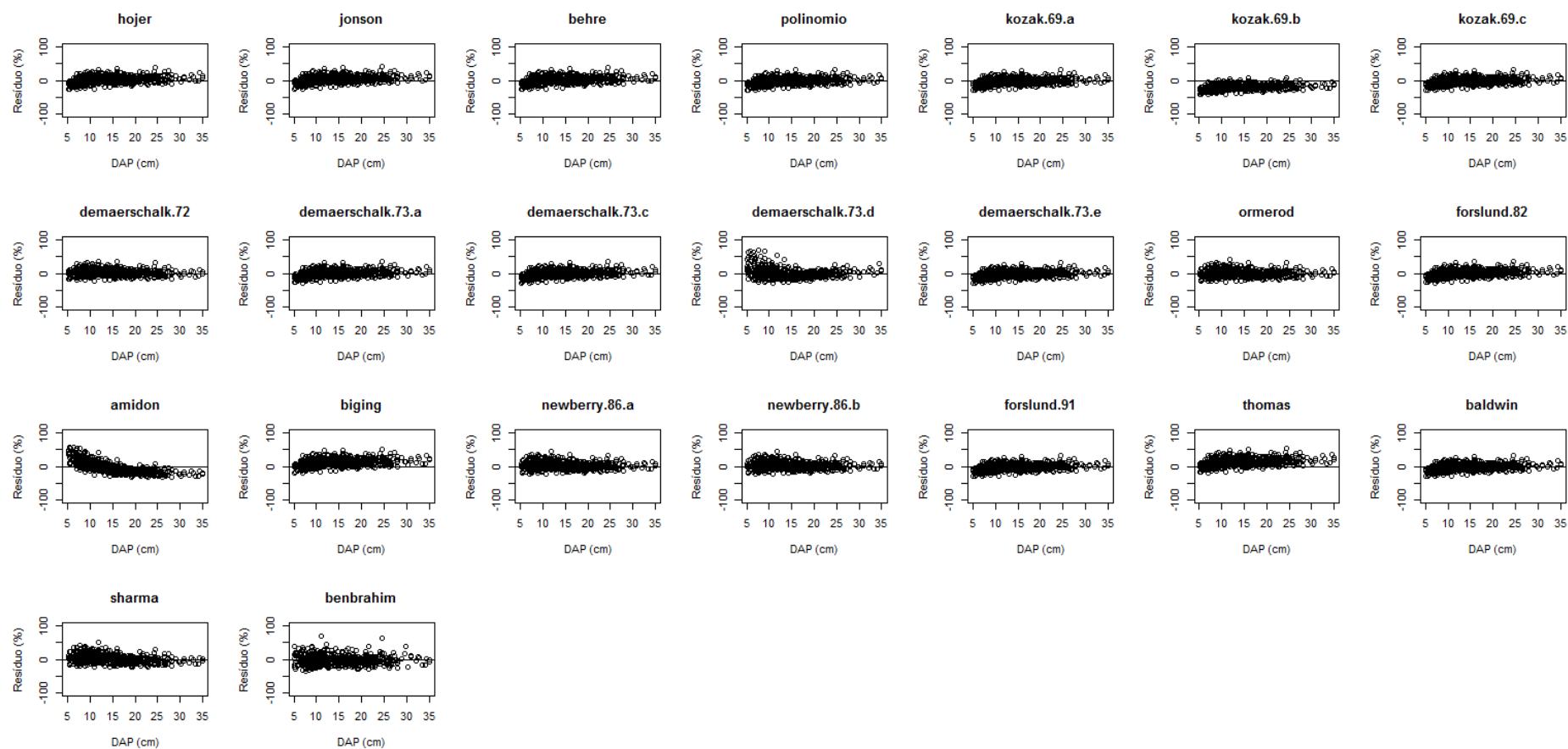


FIGURA 40 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% H DAS EQUAÇÕES NS PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

Na análise de resíduos do grupo NS, a equação de Amidon possui uma grande tendência em subestimar os valores de volume para os fuste com DAP < 10 cm. Biging tem tendência de subestimar os volumes da parte média em todas as classes de DAP (FIGURA 40).

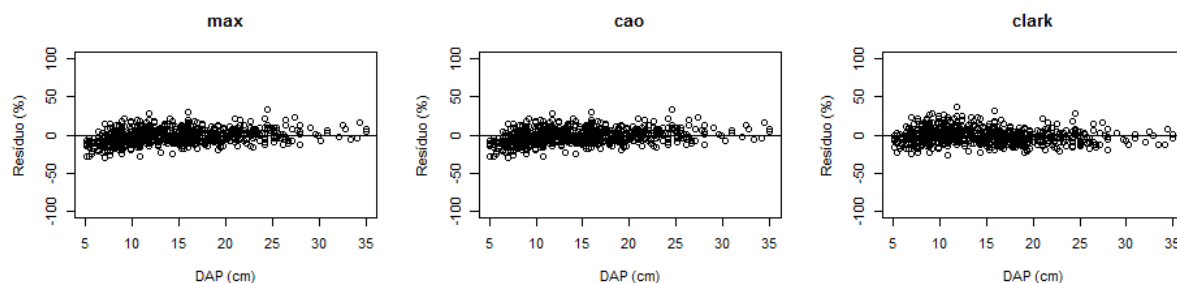


FIGURA 41 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% *H* DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

Os resíduos das equações de *FV* têm distribuição mais homogênea. As únicas equações que superestimaram os valores de volumes para DAP < 10 cm foram Perez, Newnham.92 e Zakrewski (FIGURA 42).

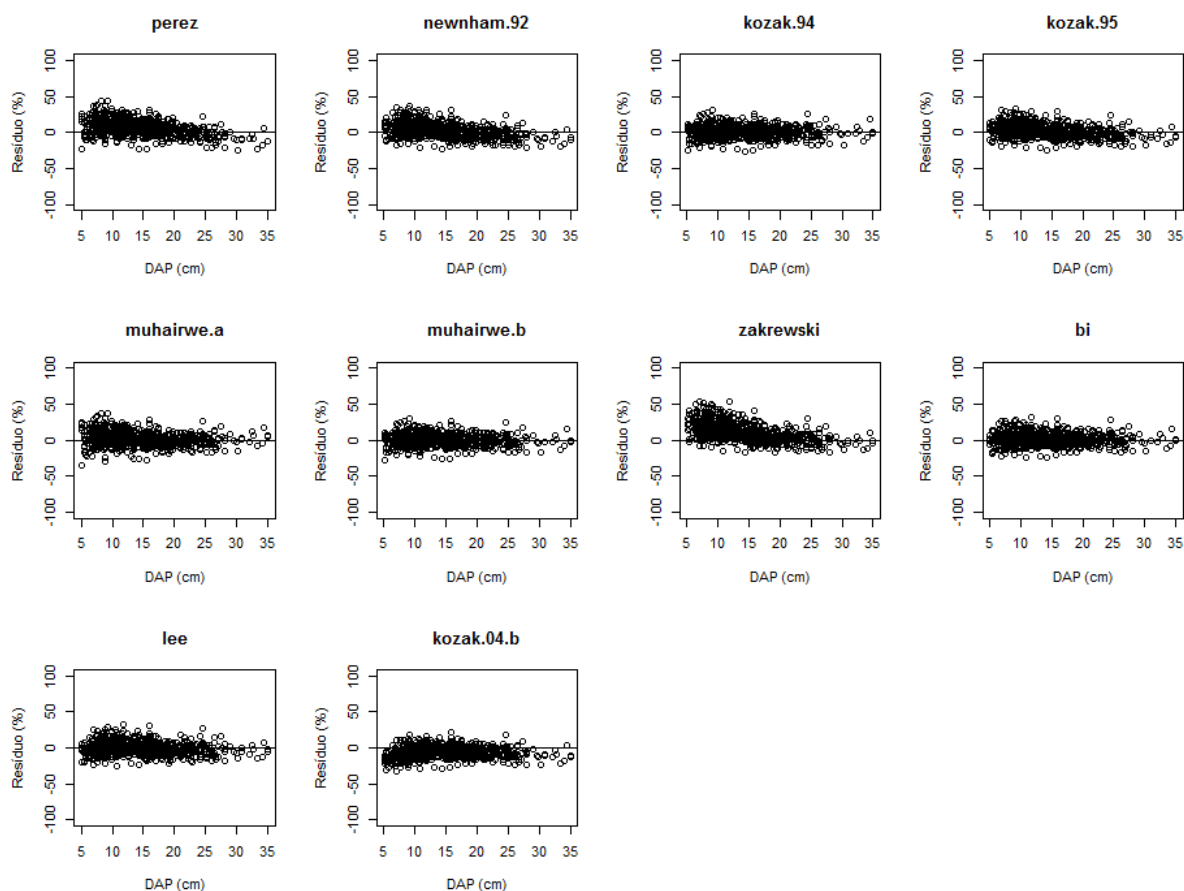


FIGURA 42 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 25 A 75% *H* DAS EQUAÇÕES DE *FV* PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

4.3.4 Avaliação das estimativas de volume de 75 a 95% H

a) para *Pinus taeda*

As estimativas de volume do ápice para *Pinus*, de 75 a 95% H , foram sem acurácia. Nem mesmo, os modelos de FV tiveram boa performance. O valor de $Syx(\%)$ mínimo encontrado foi 40,87 para a equação de Kozak.04.b do grupo de FV (TABELA 25). Valores dessa estatística chegaram a serem superiores a 100% para as equações de Thomas e de Sharma, equações do grupo NS .

Pelos valores obtidos pela estatística PVE , nenhum modelo teve valores superiores a 0,9000 para estimativas do volume do ápice (TABELA 25). As estimativas com funções de afilamento nessa porção do fuste em geral, são sempre piores do que em outras partes do tronco. Comparando com os resultados da base para essa espécie, onde os valores de PVE foram próximos a 0,9900 pode-se confirmar a menor acurácia das estimativas do volume no ápice.

Resultados da estatística AIC foram bem altos nessas estimativas de volume, assim como os resíduos (FIGURAS 43, 44 e 45).

No grupo NS e de FV , as equações mais acuradas foram Bruce ($Syx(\%)=43,43\%$ e $PVE=0,8557$) e Kozak.04.b ($Syx(\%)=40,37\%$ e $PVE=0,8724$). No grupo S , os resultados das estatísticas das três equações foram próximas, sendo as equações de Max e de Cao melhores nesse grupo ($Syx(\%)=51,38\%$ e $PVE=0,7988$), porém piores quando comparadas as melhores equações dos outros grupos.

Resultados menos acurados para a porção central e apical do fuste foram encontrados em outros trabalhos para *Pinus taeda*. Figueiredo Filho *et al.* (1996b) testando funções *splines* cúbicas encontraram resultados semelhantes a esse trabalho, com estimativas de volume mais exatas na porção de 0,1 m a 25% H e menos exatas na porção mediana e apical do fuste. Assis *et al.* (2002), avaliando as estimativas de volume em diferentes alturas para o Polinômio de 5º grau, assim como neste estudo teve resultados mais acurados para volumes até 25% H , a partir de dessa parte os volumes foram menos acurados para *Pinus taeda*.

TABELA 25 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 75 A 95% *H* PARA *Pinus taeda*

Equações	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	56,36	-0,00176	0,00269	0,00002	0,00002	0,7563	-12266,0	13
Jonson	62,97	-0,00250	0,00305	0,00002	0,00003	0,6958	-11916,9	15
Behre	57,50	-0,00191	0,00275	0,00002	0,00003	0,7463	-12202,9	14
Polinômio do 5º Grau	51,31	-0,00077	0,00245	0,00002	0,00002	0,7986	-12558,1	5
Bruce	43,43	0,00097	0,00232	0,00001	0,00001	0,8557	-13083,2	1
Kozak.69.a	51,19	0,00015	0,00251	0,00002	0,00002	0,7989	-12569,0	4
Kozak.69.b	82,36	-0,00413	0,00422	0,00003	0,00005	0,4793	-11072,2	20
Kozak.69.c	50,87	-0,00001	0,00248	0,00002	0,00002	0,8016	-12588,1	3
Demaerschalk.72	51,49	-0,00086	0,00246	0,00002	0,00002	0,7968	-12548,5	6
Demaerschalk.73.a	51,13	-0,00073	0,00245	0,00002	0,00002	0,7994	-12572,7	3
Demaerschalk.73.c	50,68	-0,00018	0,00246	0,00002	0,00002	0,8032	-12598,5	2
Demaerschalk.73.d	63,91	0,00113	0,00276	0,00003	0,00003	0,6875	-11866,2	16
Demaerschalk.73.e	53,25	0,00067	0,00264	0,00002	0,00002	0,7828	-12443,1	11
Ormerod	51,34	-0,00025	0,00255	0,00002	0,00002	0,7976	-12539,7	7
Forslund.82	51,67	-0,00091	0,00247	0,00002	0,00002	0,7952	-12560,7	8
Amidon	69,39	-0,00256	0,00325	0,00003	0,00004	0,6306	-11610,8	18
Biging	70,17	0,00257	0,00351	0,00003	0,00004	0,6223	-11575,9	19
Newberry.b	52,80	-0,00086	0,00257	0,00002	0,00002	0,7861	-12471,5	10
Forslund.91	66,21	0,00222	0,00330	0,00003	0,00003	0,6635	-11759,7	17
Thomas	119,42	0,00607	0,00625	0,00007	0,00011	-0,0935	-9899,7	22
Baldwin	51,78	0,00035	0,00255	0,00002	0,00002	0,7943	-12533,1	9
Sharma	109,31	0,00586	0,00610	0,00006	0,00009	0,0826	-10180,3	21
Benbrahim	54,11	0,00073	0,00274	0,00002	0,00002	0,7755	-12393,5	12
Segmentadas								
Max	51,28	-0,00076	0,00245	0,00002	0,00002	0,7988	-12559,9	1
Cao	51,28	-0,00076	0,00245	0,00002	0,00002	0,7988	-12559,9	1
Clark	55,91	-0,00085	0,00276	0,00002	0,00002	0,7608	-12287,1	2
Forma variável								
Kozak.88	43,27	-0,00060	0,00193	0,00001	0,00001	0,8569	-13092,7	2
Perez	44,19	-0,00078	0,00191	0,00001	0,00001	0,8505	-13029,6	5
Newnham	43,95	-0,00014	0,00212	0,00001	0,00001	0,8522	-13045,6	4
Kozak.95	43,40	-0,00056	0,00196	0,00001	0,00001	0,8561	-13083,4	3
Muhairwe.a	48,55	-0,00040	0,00216	0,00002	0,00002	0,8199	-12730,3	8
Muhairwe.b	45,04	-0,00032	0,00205	0,00002	0,00002	0,8450	-12966,4	6
Zakrewski	67,36	0,00347	0,00399	0,00002	0,00003	0,6519	-11704,7	11
Bi	45,34	-0,00017	0,00199	0,00002	0,00002	0,8428	-12946,5	7
Lee	52,15	-0,00105	0,00247	0,00002	0,00002	0,7917	-12507,4	9
Kozak.04.a	53,14	0,00238	0,00305	0,00002	0,00002	0,7839	-12447,4	10
Kozak.04.b	40,87	-0,00025	0,00190	0,00001	0,00001	0,8724	-13271,5	1
Valores médios								
Não segmentadas	61,85	0,00014	0,00307	0,00003	0,00003	0,6807	-12078,7	3
Segmentadas	52,82	-0,00079	0,00255	0,00002	0,00002	0,7861	-12469,0	2
Forma variável	47,93	0,00014	0,00232	0,00002	0,00002	0,8203	-12802,3	1

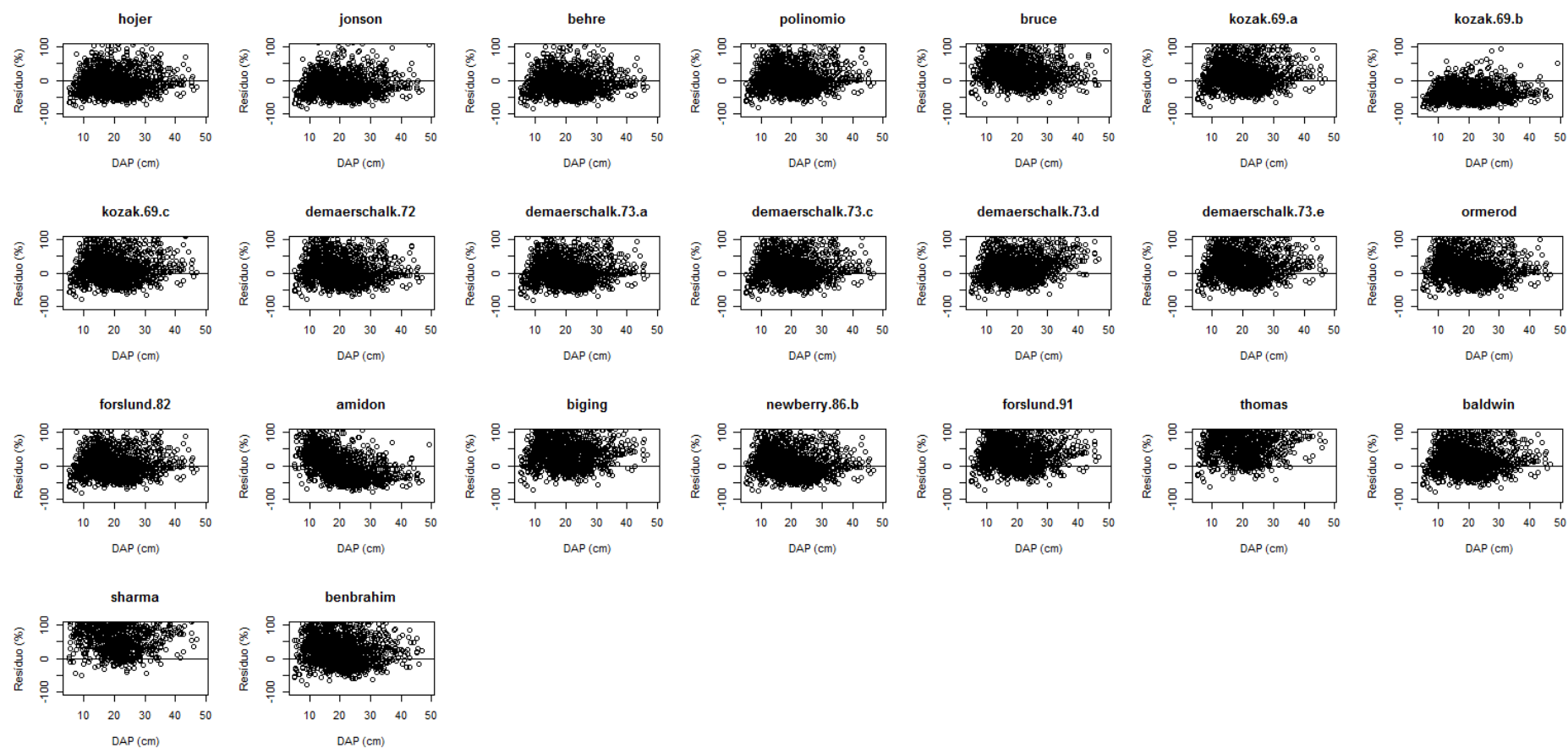


FIGURA 43 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% *H* DAS EQUAÇÕES *NS* PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

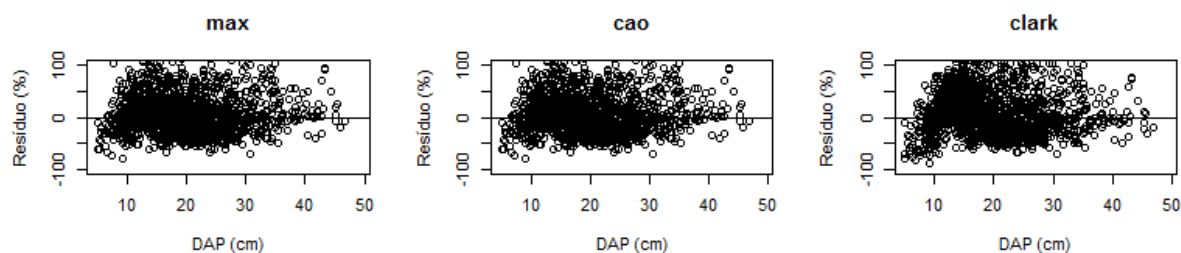


FIGURA 44 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

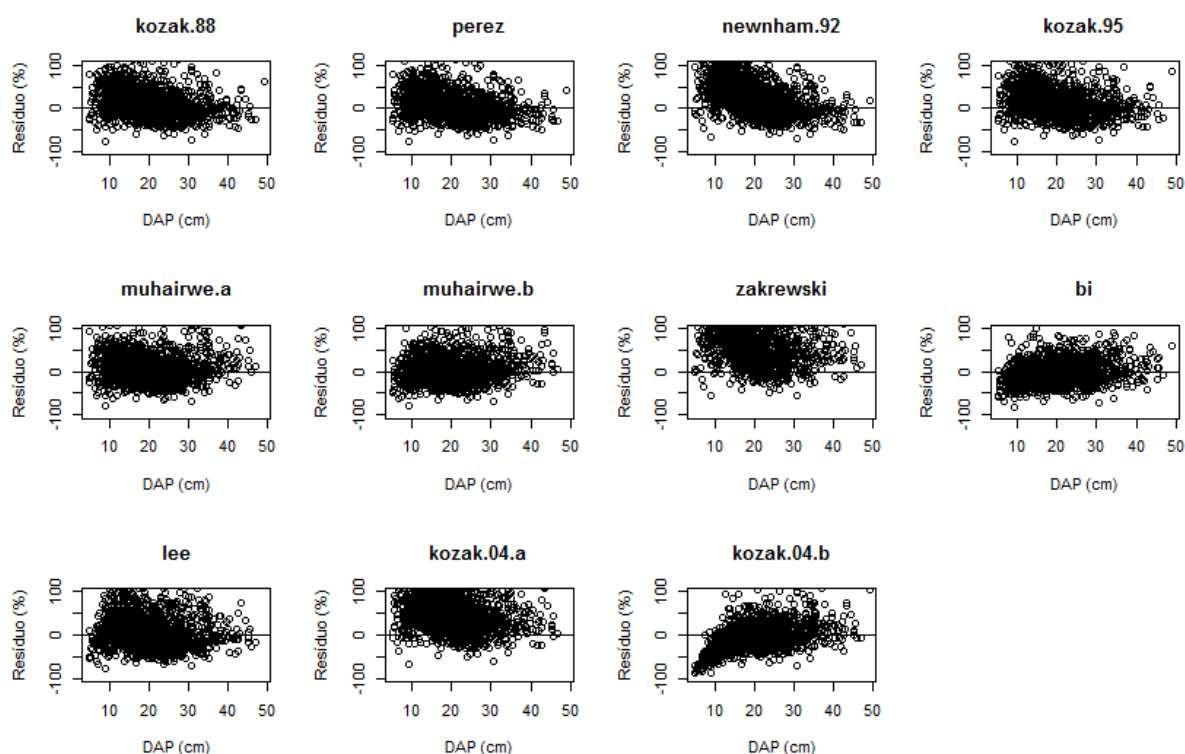


FIGURA 45 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS VOLUME DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b) para *Eucalyptus saligna*

Para *Eucalyptus saligna*, resultados melhores das estimativas de volume do ápice foram obtidos nas equações de FV . Dentre essas, a que teve melhor performance foi Kozak.94 ($Syx(\%)=28,79\%$ e $PVE=0,9393$). Os valores de $Syx(\%)$ foram altos (TABELA 26), chegando a quase 200% (Newberry.a).

TABELA 26 – ESTATÍSTICAS DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA AVALIAR AS ESTIMATIVAS DOS VOLUMES DE 75 A 95% *H* PARA *Eucalyptus saligna*

Equação	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Não segmentadas								
Hojer	53,72	-0,00261	0,00275	0,00001	0,00002	0,7868	-5686,8	17
Jonson	62,26	-0,00319	0,00325	0,00002	0,00003	0,7136	-5474,5	20
Behre	57,60	-0,00288	0,00298	0,00002	0,00002	0,7549	-5586,6	18
Polinômio do 5º Grau	31,33	-0,00020	0,00154	0,00001	0,00001	0,9275	-6455,3	1
Kozak.69.a	32,65	-0,00067	0,00165	0,00001	0,00001	0,9212	-6403,8	4
Kozak.69.b	98,39	-0,00543	0,00543	0,00004	0,00007	0,2838	-4816,5	22
Kozak.69.c	33,61	-0,00083	0,00170	0,00001	0,00001	0,9166	-6361,1	6
Demaerschalk.72	41,37	-0,00156	0,00204	0,00001	0,00001	0,8739	-6061,2	15
Demaerschalk.73.a	39,24	-0,00148	0,00199	0,00001	0,00001	0,8862	-6139,2	13
Demaerschalk.73.c	35,89	-0,00113	0,00182	0,00001	0,00001	0,9051	-6265,8	10
Demaerschalk.73.d	34,69	-0,00018	0,00159	0,00001	0,00001	0,9116	-6312,9	7
Demaerschalk.73.e	31,62	-0,00037	0,00157	0,00001	0,00001	0,9263	-6448,1	3
Ormerod	36,76	-0,00113	0,00186	0,00001	0,00001	0,9000	-6320,1	11
Forslund.82	34,61	-0,00098	0,00175	0,00001	0,00001	0,9115	-6234,1	9
Amidon	78,07	-0,00352	0,00376	0,00003	0,00005	0,5497	-5148,6	21
Biging	37,19	0,00099	0,00180	0,00001	0,00001	0,8978	-6216,5	12
Newberry.a	191,22	0,00780	0,00798	0,00021	0,00027	-1,7013	-3858,7	23
Newberry.b	41,28	-0,00156	0,00207	0,00001	0,00001	0,8741	-6066,2	14
Forslund.91	31,44	0,00003	0,00154	0,00001	0,00001	0,9269	-6459,1	2
Thomas	58,65	0,00266	0,00290	0,00002	0,00003	0,7462	-5559,5	19
Baldwin	32,99	-0,00073	0,00167	0,00001	0,00001	0,9196	-6389,2	5
Sharma	51,54	0,00245	0,00274	0,00001	0,00002	0,8035	-5747,5	16
Benbrahim	34,97	-0,00001	0,00169	0,00001	0,00001	0,9098	-6304,2	8
Segmentadas								
Max	31,85	-0,00044	0,00159	0,00001	0,00001	0,9255	-6435,8	1
Cao	31,85	-0,00044	0,00159	0,00001	0,00001	0,9255	-6435,8	1
Clark	31,90	-0,00002	0,00162	0,00001	0,00001	0,9252	-6433,5	2
Forma variável								
Perez	40,74	-0,00103	0,00173	0,00001	0,00001	0,8779	-6082,2	10
Newnham.92	34,36	-0,00058	0,00169	0,00001	0,00001	0,9133	-6326,5	9
Kozak.94	28,79	-0,00049	0,00135	0,00001	0,00001	0,9393	-6579,4	1
Kozak.95	32,55	-0,00068	0,00156	0,00001	0,00001	0,9224	-6402,4	8
Muhairwe.a	32,43	-0,00058	0,00151	0,00001	0,00001	0,9230	-6407,8	6
Muhairwe.b	29,00	-0,00038	0,00137	0,00001	0,00001	0,9384	-6568,7	2
Zakrewski	30,09	-0,00002	0,00156	0,00001	0,00001	0,9331	-6521,6	7
Bi	29,10	-0,00046	0,00134	0,00001	0,00001	0,9379	-6564,8	4
Lee	32,55	-0,00056	0,00164	0,00001	0,00001	0,9221	-6405,5	7
Kozak.04.b	31,27	-0,00090	0,00148	0,00001	0,00001	0,9285	-6459,2	5
Valores médios								
Não segmentadas	51,35	-0,00063	0,00252	0,00002	0,00003	0,7194	-5926,8	3
Segmentadas	31,87	-0,00030	0,00160	0,00001	0,00001	0,9254	-6435,1	1
Forma variável	32,09	-0,00057	0,00152	0,00001	0,00001	0,9236	-6431,8	2

Resultados maiores que 0,9000 para a estatística *PVE* e resultados mais acurados de *AIC* foram encontrados nas estimativas de volume do ápice para *Eucalyptus saligna*.

Pelas estimativas de volume de 75 a 95% *H* para Eucalipto, têm-se como melhores equações em cada grupo, o Polinômio 5º grau (*NS*), Max e Cao (*S*) e Kozak.94 (*FV*). Apenas no grupo de *FV* o valor de *Syx*(%) foi inferior aos 30%.

Os gráficos de resíduos para todas as estimativas de volume do ápice têm valores residuais altos e heterogêneos para todas as classes de *DAP*. Quanto maior o valor do *DAP* do fuste, melhores foram as estimativas da ponta. Esse fato pode estar relacionado ao comprimento do fustes, pois fustes maiores apresentam maior volume nessa porção, acarretando resultados mais acurados. Isso pode ser verificado nas FIGURAS 46, 47 e 48.

Alguns modelos do grupo não segmentado (como a equação de Amidon), como de costume, subestima os volumes nos fustes avaliados para o $DAP < 15$ cm. (FIGURA 47).

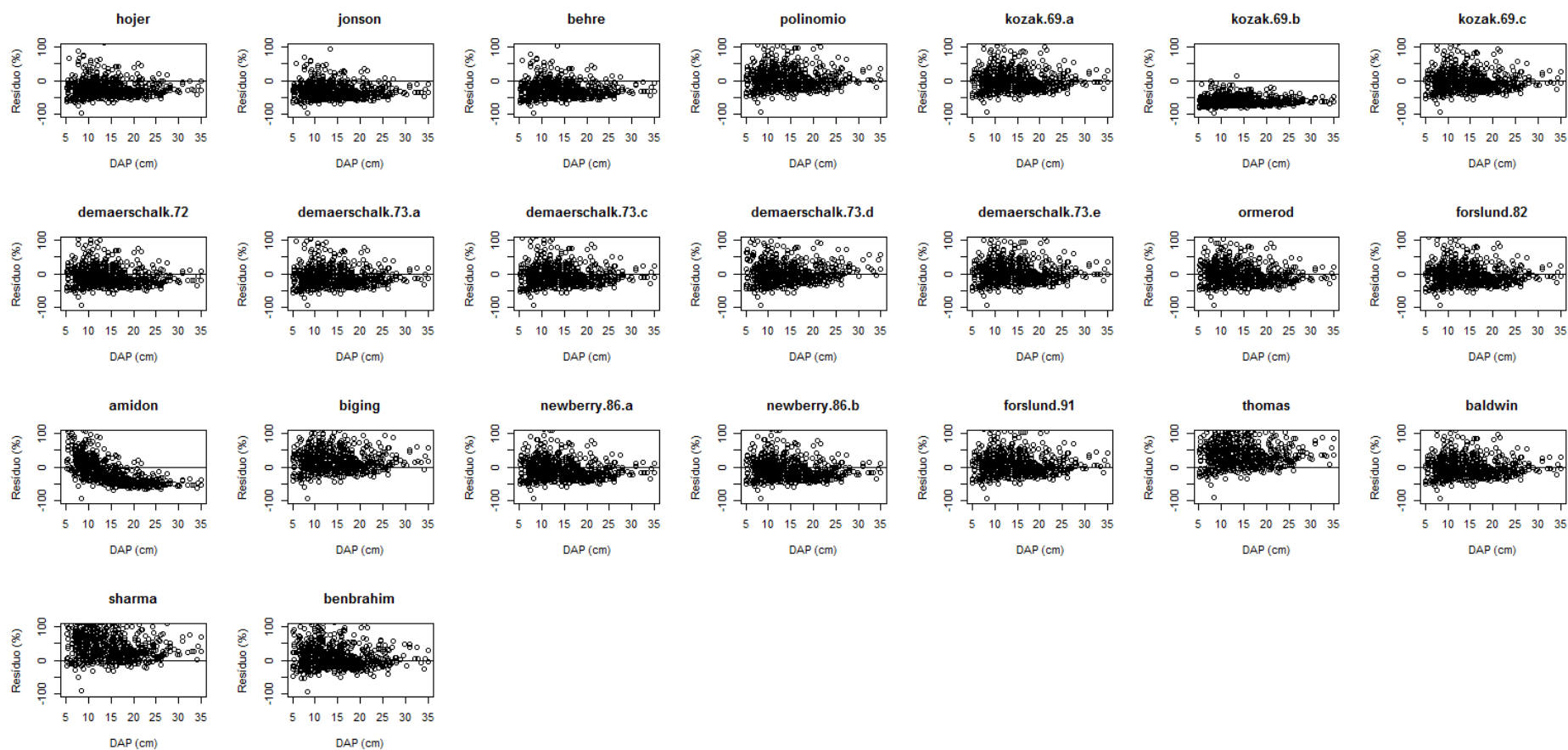


FIGURA 46 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% *H* DAS EQUAÇÕES *NS* PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

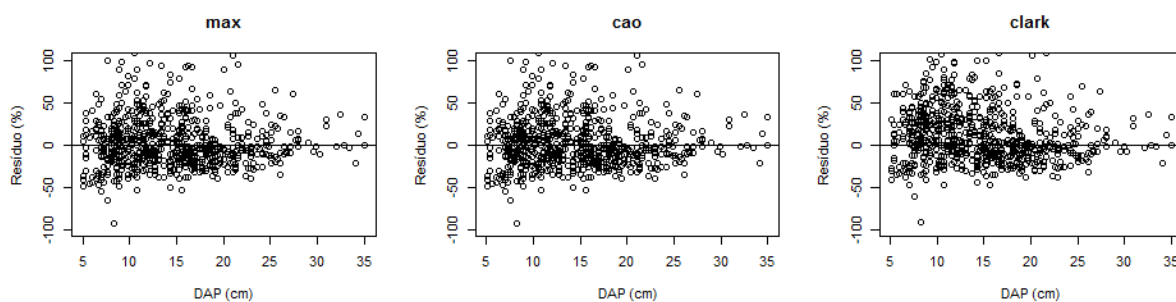


FIGURA 47 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES S PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

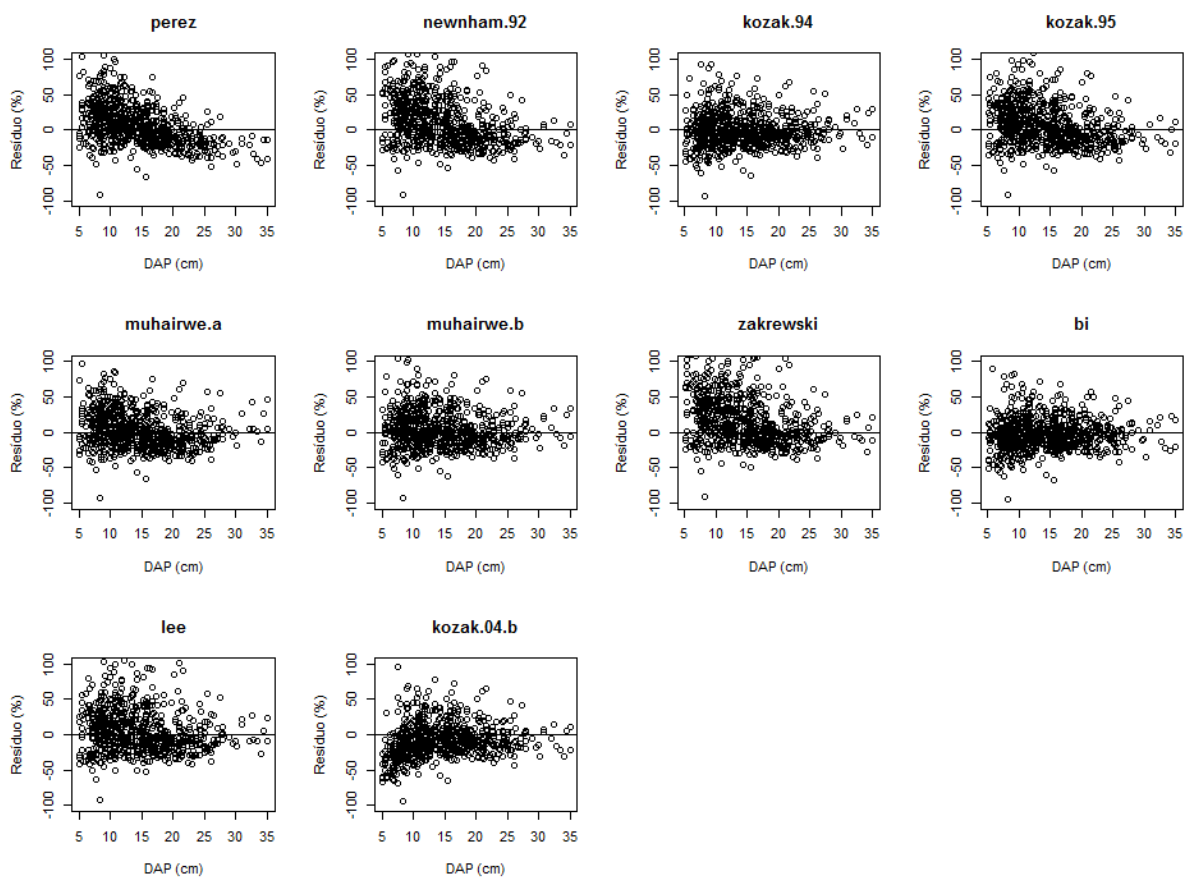


FIGURA 48 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 75 A 95% H DAS EQUAÇÕES DE FV PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

4.4 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA TÉCNICA DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR ESTRATIFICADOS POR ÁRVORE

Para avaliar as estimativas de diâmetro utilizando a técnica de modelagem de efeitos mistos (*nlme*) em relação à modelagem não linear (*nls*), foram utilizadas as funções mais acuradas nas avaliações de diâmetros para os três grupos de modelos, considerando a avaliação dos diâmetros sem estratificação. Optou-se por essa escolha, pois nos estudos realizados para avaliar as estimativas de diâmetro e volume, modelos diferentes foram melhores em cada caso.

Os modelos mais acurados, nos ajustes utilizando a técnica *nls* no estudo de todos os diâmetros sem estratificação das duas espécies estudadas foram, no grupo *NS*, Demaerschalk.73.e, modelo de afilamento desenvolvido a partir do modelo de volume $\frac{V_j}{g_j} = \beta_0 + \beta_1 H_j + \varepsilon_j$ no grupo *S*, Clark, modelo que utiliza o diâmetro mensurado na altura de 5,3 m e no grupo de *FV*, Bi, modelo que é desenvolvido a partir de relações trigonométricas.

4.4.1 Avaliação das estimativas de diâmetro sem estratificação

As análises das estimativas de todos os diâmetros, medidos em todos os fustes, foi feita para todos os cenários propostos para as equações *NS*, *S* e *FV* mais acuradas, que convergiram nos ajustes para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*

a) Função Não segmentada

a1) para *Pinus taeda*

Avaliando todos os cenários da equação de Demaerschalk.73.e para *Pinus taeda* (TABELA 27), verificou-se no cenário 1, com um coeficiente aleatório, que a variável associada ao coeficiente β_3 é a que mais influencia na melhoria dos valores das estimativas. No cenário 2, esse coeficiente associado a β_0 , foi a variação do

modelo de Demerschalk.73.e com maior potencial para estimar os diâmetros. No cenário 3, as estimativas mais acuradas ficaram a cargo da variação da equação de Demerschalk.73.e com os coeficientes β_0 , β_1 e β_3 aleatórios e β_2 fixo.

As estatísticas dos melhores modelos em cada cenário foram excelentes. Resultados de $R^2(\%)$ foram superiores a 99,00% e de Syx(%) chegaram na casa dos 4,00%.

Em relação ao modelo fixo, os valores das estatísticas $R^2(\%)$ aumentaram à medida que aumentou o número de coeficientes aleatórios do modelo. Como esperado os valores de Syx(%) diminuíram.

Os valores das estatísticas V , MD , DPD e MSE , PVE e AIC também tiveram seus resultados melhorados em relação ao ajuste com apenas coeficiente fixos. Nenhuma variação da equação em nenhum cenário piorou os valores das estatísticas em comparação ao modelo ajustado pela técnica *nls*.

Enquanto isso, nota-se que a variação da equação com apenas o coeficiente β_1 aleatório quase não influenciou os resultados das estimativas. Resultado diferente ocorreu com as variações mais acuradas nos cenários 2 e 3 que resultaram em melhorias significativas nas estimativas da variável.

TABELA 27 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Pinus taeda*

	$R^2(\%)$	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Demaerschalk.73.e	98,39	7,60	0,0610	0,8578	0,8578	1,3620	0,9837	74417,5	
Cenário 1									
Demaerschalk.73.e. β_0	98,61	7,06	0,0512	0,7952	0,7952	1,1743	0,9860	73312,2	3
Demaerschalk.73.e. β_1	98,39	7,60	0,0610	0,8578	0,8578	1,3620	0,9837	74419,5	4
Demaerschalk.73.e. β_2	98,70	6,79	0,0009	0,7668	0,7668	1,0897	0,9870	72161,7	2
Demaerschalk.73.e. β_3	98,93	6,19	0,0388	0,7138	0,7138	0,9040	0,9892	68660,0	1
Cenário 2									
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1$	98,61	7,06	0,0512	0,7952	0,7952	1,1743	0,9860	73316,2	5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_2$	98,70	6,79	-0,0014	0,7652	0,7652	1,0899	0,9870	72122,4	4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	99,17	5,42	0,0299	0,6409	0,6409	0,6946	0,9917	66151,6	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2$	98,70	6,79	0,0009	0,7668	0,7668	1,0897	0,9870	72165,7	3
Demaerschalk.73.e. $\beta_2\beta_3$	98,93	6,19	0,0389	0,7138	0,7138	0,9040	0,9892	68664,0	2
Cenário 3									
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	99,43	4,48	-0,0064	0,4996	0,4996	0,4741	0,9943	62905,2	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2\beta_3$	98,70	6,79	0,0009	0,7668	0,7668	1,0897	0,9870	72171,7	2

As estimativas de diâmetros, considerado o ajuste com β_0 , β_1 e β_3 aleatórios foram excelentes chegando a valores de $Syx(\%)$ de 4,48%, melhorando significativamente as estimativas da variável e dessa maneira diminuindo de forma significativa o erro médio. É fato que com mais coeficientes aleatórios, aumenta-se o número de coeficientes específicos por árvore, resultando em estimativas melhores. Interessante notar que o uso de apenas um único coeficiente aleatório já melhora as estatísticas.

Os resultados das estatísticas podem ser corroborados com os resultados dos resíduos das estimativas das variações mais adequadas nos três cenários (FIGURA 49). As estimativas de diâmetro foram mais acuradas, ocasionando assim resíduos mais próximos ao eixo das abscissas para as combinações com β_3 aleatório, β_0 e β_3 aleatórios e β_0 , β_1 e β_3 . Essa melhora fica evidente na altura relativa 0,95 do fuste, onde se percebe que os maiores valores de resíduos encontrados no modelo fixo e Demaerschalk.73.e. β_1 (próximos a -200%) vão ficando mais próximos do eixo das abscissas nas melhores variações em cada cenário.

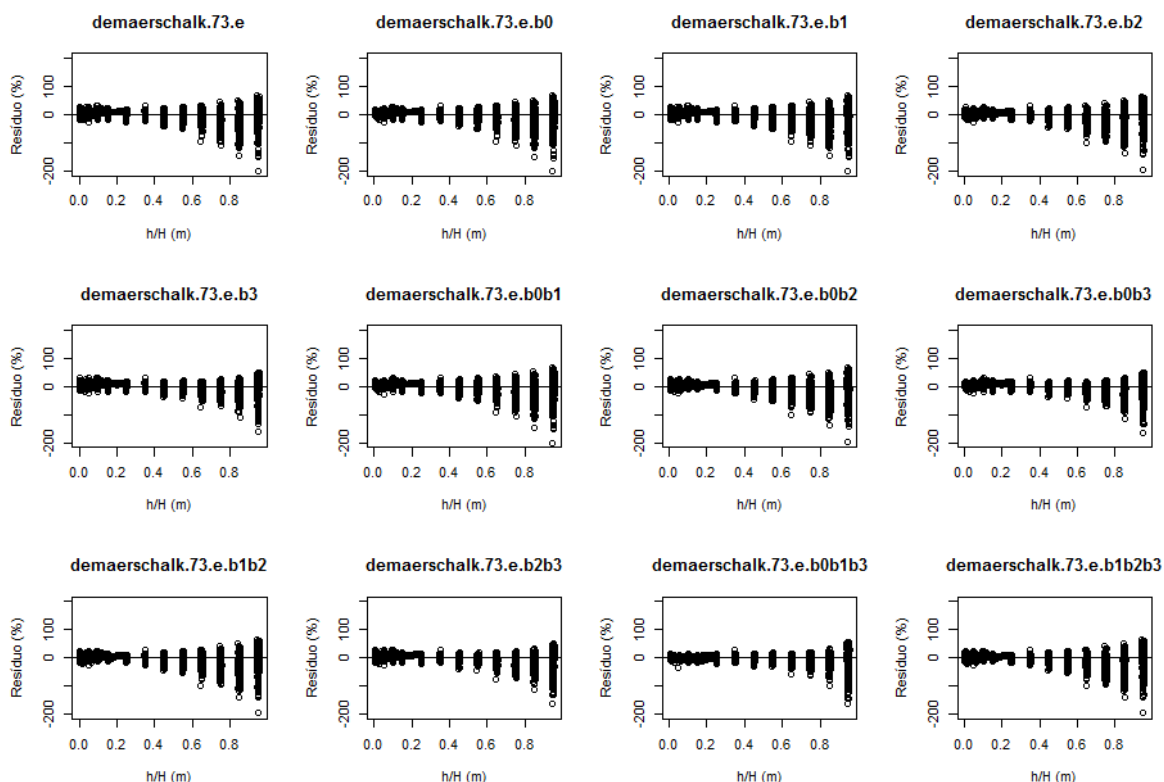


FIGURA 49 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

a2) para *Eucalyptus saligna*

As estimativas dos diâmetros para *Eucalyptus saligna* também melhoraram em relação as estimativas do modelo fixo nos três cenários estudados. No cenário com apenas um coeficiente aleatório, apenas β_2 influenciou os valores das estatísticas (TABELA 28).

As melhores estimativas de diâmetro nos ajustes para cada cenário (Demaerschalk.73.e. β_2 , Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$ e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$) tiveram valores de estatística superiores aos obtidos no ajuste utilizando apenas a modelagem não linear.

Nenhuma variação nos cenários teve resultados de estatísticas piores aos obtidos em relação ao modelo fixo. Resultados iguais ao modelo para a estatística Syx(%) foram obtidos em Demaerschalk.73.e. β_0 , Demaerschalk.73.e. β_1 , Demaerschalk.73.e. β_3 e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1$.

TABELA 28 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Eucalyptus saligna*

	$R^2(\%)$	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Demaerschalk.73.e	99,08	5,74	0,0437	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20839,7	
Cenário 1									
Demaerschalk.73.e. β_0	99,08	5,74	0,0436	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20841,7	2
Demaerschalk.73.e. β_1	99,08	5,74	0,0436	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20841,7	2
Demaerschalk.73.e. β_2	99,29	5,00	0,0071	0,3851	0,3056	0,3057	0,9929	19415,9	1
Demaerschalk.73.e. β_3	99,08	5,74	0,0436	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20841,7	2
Cenário 2									
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1$	99,08	5,74	0,0436	0,4471	0,4010	0,4028	0,9907	20845,7	5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_2$	99,48	4,29	0,0004	0,3283	0,2246	0,2246	0,9948	17962,0	2
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	99,51	4,20	0,0274	0,3234	0,2148	0,2155	0,9950	17637,7	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2$	99,39	4,65	0,0019	0,3477	0,2645	0,2645	0,9939	19058,1	3
Demaerschalk.73.e. $\beta_2\beta_3$	99,33	4,88	0,0112	0,3682	0,2910	0,2911	0,9932	19039,3	4
Cenário 3									
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	99,66	3,46	-0,0009	0,2575	0,1461	0,1461	0,9966	9899,8	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2\beta_3$	99,39	4,65	0,0019	0,3477	0,2645	0,2645	0,9939	19064,1	2

Valores de Syx(%), utilizando a *nlme* para afilamento do fuste de *Eucalyptus saligna*, chegaram a valores de 3,46 (modelo com melhor performance utilizando três coeficientes aleatórios) e PVE próximo a unidade. Como a estratificação foi feita por árvore, é absolutamente normal que os resultados das estimativas utilizando três coeficientes aleatórios apresente também valores de estatísticas mais acurados em

relação ao cenário 1 e 2, uma vez que são obtidos coeficientes para cada árvore e esses são utilizados nas estimativas.

Os resíduos do modelo de Demaerschalk.73.e e suas variações foram bem semelhantes para *Eucalyptus saligna* (FIGURA 50). O único ajuste que teve distribuição diferente foi a combinação dos coeficientes aleatórios β_0 , β_1 e β_3 que nas posições 0,75; 0,85 e 0,95 teve tendência em subestimar ao invés de superestimar como acontece nos demais ajustes.

Como a distribuição de resíduos entre a equação de Demaerschalk.73.e e suas variações são semelhantes, os melhores resultados das estimativas das combinações em cada cenário não são perceptíveis em relação ao modelo fixo. A seleção da melhor variação em cada cenário foi feita então de forma conjunta entre os resíduos e as estatísticas.

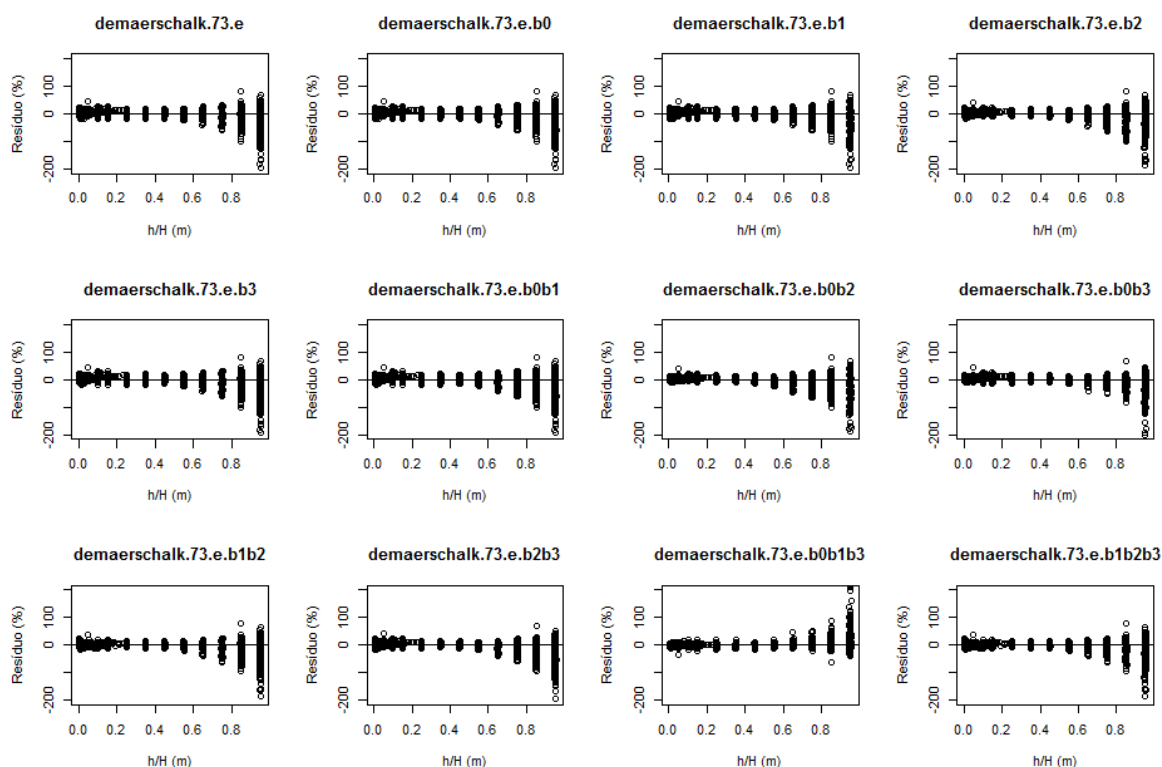


FIGURA 50 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

b) Função segmentada

b1) para *Pinus taeda*

De acordo com os resultados das estatísticas para as estimativas de diâmetro, para *Pinus*, no cenário 1, a equação com melhores resultados utilizou o coeficiente β_5 . Esse coeficiente está associado com o último segmento do modelo de Clark, onde está contido também a restrição (α) do modelo (TABELA 29). Os ajustes mais acurados nos outros dois cenários foram Clark. $\beta_3\beta_5$, usando dois coeficientes aleatórios, e Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$, (três coeficientes aleatórios). As melhores variações em cada cenário contaram com o coeficiente β_5 .

TABELA 29 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE CLARK PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Pinus taeda*

	$R^2(\%)$	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Clark	98,52	7,26	0,0065	0,7716	1,2465	1,2465	0,9851	72264,5	
Cenário 1									
Clark. β_1	98,72	6,74	0,0013	0,6930	1,0746	1,0746	0,9872	71355,1	3
Clark. β_2	98,52	7,25	0,0064	0,7695	1,2430	1,2430	0,9852	72264,4	5
Clark. β_3	98,77	6,60	-0,0023	0,6934	1,0309	1,0308	0,9877	70539,9	2
Clark. β_4	98,71	6,76	-0,0032	0,7007	1,0804	1,0804	0,9871	71543,8	4
Clark. β_5	99,18	5,45	0,0389	0,5756	0,7003	0,7018	0,9916	63179,3	1
Cenário 2									
Clark. $\beta_1\beta_2$	98,73	6,72	0,0010	0,6890	1,0683	1,0682	0,9873	71350,9	9
Clark. $\beta_1\beta_3$	98,74	6,68	0,0013	0,6884	1,0554	1,0554	0,9874	71161,5	8
Clark. $\beta_1\beta_4$	98,82	6,47	-0,0040	0,6684	0,9890	0,9890	0,9882	70277,2	5
Clark. $\beta_1\beta_5$	99,43	4,54	0,0435	0,4788	0,4859	0,4878	0,9942	59498,5	3
Clark. $\beta_2\beta_3$	98,78	6,58	-0,0034	0,6890	1,0243	1,0242	0,9878	70529,3	7
Clark. $\beta_2\beta_5$	99,21	5,37	0,0368	0,5635	0,6801	0,6814	0,9919	62848,9	4
Clark. $\beta_3\beta_4$	98,79	6,56	-0,0046	0,6843	1,0164	1,0164	0,9879	70370,9	6
Clark. $\beta_3\beta_5$	99,48	4,38	0,0319	0,4768	0,4519	0,4529	0,9946	57948,1	1
Clark. $\beta_4\beta_5$	99,47	4,39	0,0321	0,4738	0,4538	0,4548	0,9946	59328,9	2
Cenário 3									
Clark. $\beta_1\beta_2\beta_3$	98,83	6,45	-0,0034	0,6635	0,9816	0,9816	0,9883	70260,3	3
Clark. $\beta_1\beta_2\beta_5$	99,48	4,36	0,0451	0,4565	0,4461	0,4481	0,9947	58806,5	2
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	99,53	4,15	0,0310	0,4491	0,4050	0,4059	0,9952	57237,9	1

Comparando os resultados das estatísticas para as estimativas de diâmetro para as variações mais adequadas em cada cenário, têm-se resultados bem melhores em relação ao ajuste fixo. Enquanto no modelo fixo $Syx(\%)$ foi 7,26%, em Clark. β_5 foi 5,45%, em Clark. $\beta_3\beta_5$ foi 4,38% e em Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$ foi 4,15%. A diferença dessa estatística da combinação mais acurada contra o valor do ajuste fixo foi superior a 3%.

Os valores dessa estatística para o cenário 2 e 3 foram próximos, podendo nesse caso inferir que β_2 não interfere de forma significativa no resultado das estimativas.

Pelos resíduos das estimativas de todos os diâmetros de todos os fustes para *Pinus taeda* (FIGURA 51), notam-se estimativas melhores nos ajustes mais acurados em cada cenário. Nas variações utilizando a técnica de modelagem *nlme* pode-se notar distribuição semelhante dos resíduos.

Assim como ocorreu na equação de Demaerschalk.73.e, para Pinus, os resíduos de todas as variações têm distribuições semelhantes, ou seja, a utilização da nova técnica não altera a imagem da distribuição, e sim estima com maior acurácia os valores dos diâmetros diminuindo os erros.

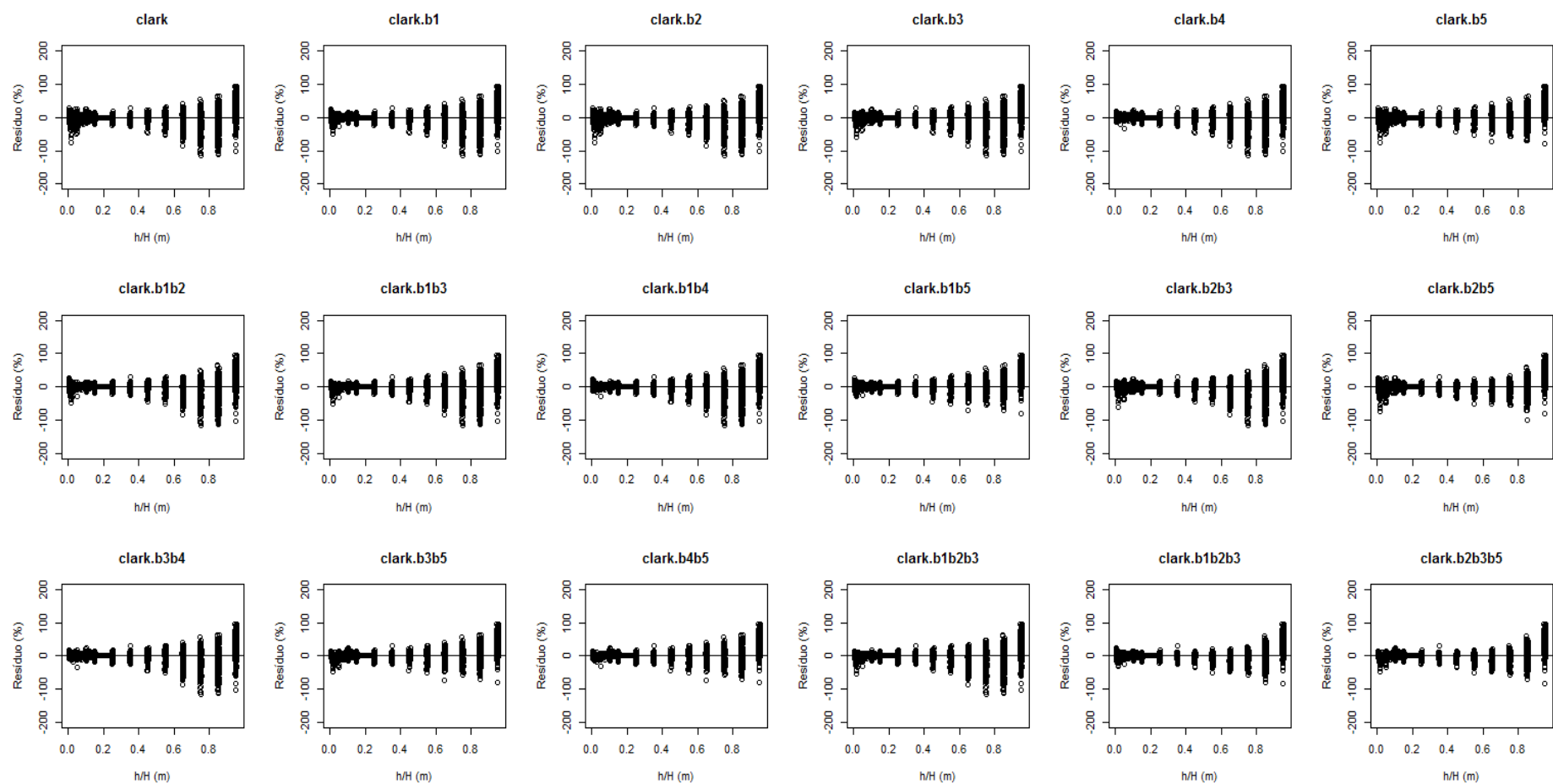


FIGURA 51 – RESÍDUOS(%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

b2) para *Eucalyptus saligna*

Pelas estatísticas das estimativas de diâmetros sem estratificação para *Eucalyptus saligna* (TABELA 30), o coeficiente aleatório que mais influenciou o ajuste foi β_5 . No cenário 2, o melhor ajuste foi para a variação utilizando os coeficientes aleatórios β_3 e β_5 . No cenário 3, apenas um modelo convergiu (Demaerschalk.73.e. $\beta_2\beta_3\beta_4$).

Enquanto o coeficiente β_5 melhora a acurácia dos ajustes no cenário 1, o coeficiente β_2 praticamente não influencia na acurácia das estimativas de diâmetro.

Valores de Syx(%) na casa dos 3% foram obtidos apenas para o cenário 2 em Clark. $\beta_3\beta_5$ (TABELA 30). Os resultados das estatísticas mostram que Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$, utilizando três coeficientes aleatórios não foi melhor que a variação mais acurada com dois coeficientes aleatórios.

TABELA 30 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE CLARK PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Eucalyptus saligna*

	$R^2(\%)$	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Clark	99,11	5,61	0,0141	0,4135	0,3850	0,3851	0,9911	20357,5	
Cenário 1									
Clark. β_1	99,26	5,13	0,0116	0,3740	0,3219	0,3220	0,9925	19784,7	4
Clark. β_2	99,11	5,61	0,0141	0,4135	0,3850	0,3851	0,9911	20359,5	5
Clark. β_3	99,30	4,96	0,0090	0,3656	0,3014	0,3014	0,9930	19138,5	2
Clark. β_4	99,27	5,10	0,0092	0,3689	0,3176	0,3176	0,9926	20028,8	3
Clark. β_5	99,37	4,75	0,0394	0,3309	0,2744	0,2760	0,9936	18519,7	1
Cenário 2									
Clark. $\beta_1\beta_2$	99,26	5,12	0,0145	0,3738	0,3208	0,3209	0,9926	19778,7	6
Clark. $\beta_2\beta_3$	99,30	4,96	0,0102	0,3658	0,3013	0,3013	0,9930	19139,0	5
Clark. $\beta_2\beta_5$	99,38	4,71	0,0351	0,3258	0,2702	0,2714	0,9937	18416,1	3
Clark. $\beta_3\beta_4$	99,31	4,95	0,0087	0,3637	0,2998	0,2998	0,9930	19133,1	4
Clark. $\beta_3\beta_5$	99,58	3,88	0,0342	0,2739	0,1827	0,1838	0,9957	16298,6	1
Clark. $\beta_4\beta_5$	99,57	3,91	0,0348	0,2726	0,1859	0,1871	0,9957	17335,3	2
Cenário 3									
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$	99,31	4,94	0,0087	0,3628	0,2985	0,2986	0,9931	19131,5	1

Nos resíduos de diâmetro, pode-se observar assim como para *Pinus* que as distribuições foram semelhantes (FIGURA 52). Gráficos com melhor distribuição dos resíduos foram observados nas melhores combinações em cada cenário. Essa evidência verifica-se quando aumenta-se a altura relativa das árvores e diminui os valores dos diâmetros. Isso revela que a técnica *nlme* melhora as estimativas de diâmetro no ápice.

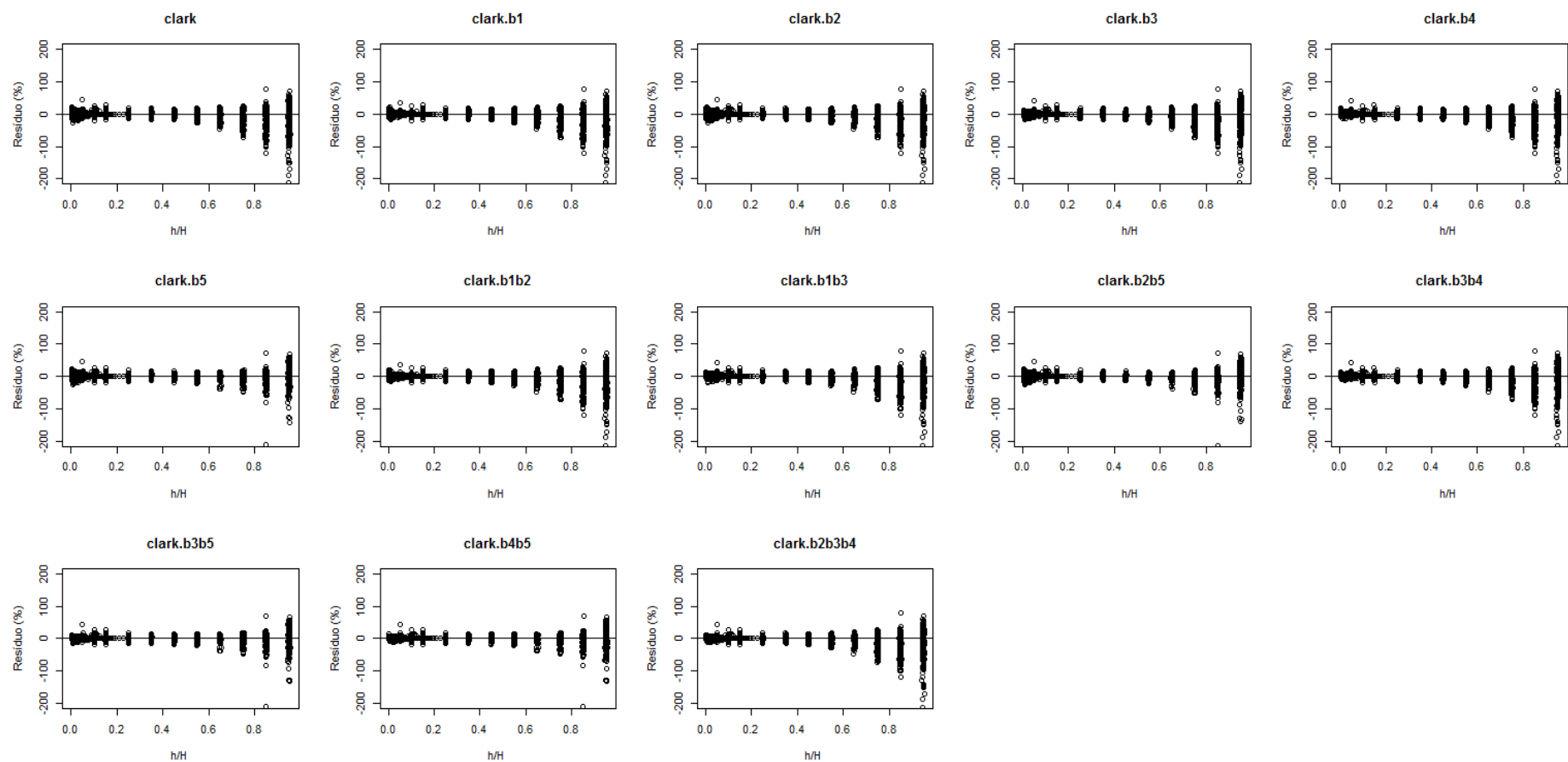


FIGURA 52 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

c) Função de Forma Variável

c1) para *Pinus taeda*

A utilização da técnica *nlme* na equação de Bi para *Pinus taeda* também aumentou a acurácia das estimativas de diâmetro entre os três cenários estudados em relação ao modelo fixo.

No cenário 1, os coeficientes β_0 e β_3 foram os que mais influenciaram para aumento da melhoria das estimativas pela estatística $Syx(\%)$. No modelo, o coeficiente β_0 representa o termo constante (não está associado a nenhuma variável), enquanto o coeficiente β_3 está associado com uma variação trigonométrica da relação h/H , representado por $\sin\left(\frac{\pi}{2}T\right)/T$ (TABELA 31). Como no estudo apenas as estimativas do ajuste mais acurado pela média das sete estatísticas junto com a análise de resíduos (FIGURA 53) foi utilizado para avaliar as estratificações, a variação com β_0 foi selecionada.

No ajuste com dois coeficientes aleatórios, a variação com melhor performance da equação foi com β_2 e β_3 como coeficientes aleatórios. O β_2 está associado com a seguinte variável do modelo: $\cos\left(\frac{3\pi}{2}T\right)$.

Pelas estatísticas, no cenário 3, Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$ foi mais acurado. Nessa variação da equação, que teve resultado de $Syx(\%)=3,32$, há uma melhoria de quase 50% em relação ao modelo fixo. Nessa variação o β_1 está associado a variável $\sin\left(\frac{\pi}{2}T\right)$ do modelo.

TABELA 31 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE BI PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Pinus taeda*

	$R^2(\%)$	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Bi	98,87	6,33	0,0022	0,6693	0,9465	0,9465	0,9887	65760,9	
Cenário 1									
Bi. β_0	99,30	4,98	0,0068	0,5262	0,5852	0,5853	0,9930	58743,8	1
Bi. β_1	99,28	5,05	0,0123	0,5333	0,6024	0,6025	0,9928	59286,0	4
Bi. β_2	99,19	5,36	0,0033	0,5713	0,6782	0,6782	0,9919	61687,5	7
Bi. β_3	99,30	4,98	0,0033	0,5259	0,5870	0,5870	0,9930	58811,6	2
Bi. β_4	99,29	5,02	0,0071	0,5330	0,5958	0,5959	0,9929	58878,1	3
Bi. β_5	99,25	5,17	0,0149	0,5494	0,6311	0,6313	0,9925	59982,3	5
Bi. β_6	99,25	5,17	0,0152	0,5493	0,6312	0,6314	0,9925	60000,1	6

Continua

									Conclusão
Cenário 2									
Bi. $\beta_0\beta_1$	99,52	4,15	0,0095	0,4556	0,4065	0,4065	0,9952	54729,1	4
Bi. $\beta_0\beta_2$	99,55	4,00	0,0072	0,4340	0,3788	0,3788	0,9955	53907,7	2
Bi. $\beta_0\beta_3$	99,43	4,48	0,0100	0,4777	0,4750	0,4751	0,9943	57034,1	16
Bi. $\beta_0\beta_4$	99,30	4,98	0,0067	0,5264	0,5857	0,5858	0,9930	58741,0	20
Bi. $\beta_0\beta_5$	99,47	4,35	0,0104	0,4752	0,4471	0,4472	0,9947	55926,2	8
Bi. $\beta_0\beta_6$	99,47	4,35	0,0106	0,4755	0,4478	0,4479	0,9947	55975,0	9
Bi. $\beta_1\beta_2$	99,49	4,24	0,0136	0,4628	0,4252	0,4253	0,9949	55606,9	7
Bi. $\beta_1\beta_3$	99,50	4,21	0,0085	0,4606	0,4186	0,4187	0,9950	55093,8	6
Bi. $\beta_1\beta_4$	99,51	4,18	0,0098	0,4614	0,4134	0,4135	0,9951	54919,1	5
Bi. $\beta_1\beta_5$	99,41	4,59	0,0105	0,4666	0,4975	0,4976	0,9941	57347,2	17
Bi. $\beta_1\beta_6$	99,40	4,60	0,0103	0,4670	0,4993	0,4994	0,9940	57206,4	18
Bi. $\beta_2\beta_3$	99,56	3,95	0,0051	0,4260	0,3686	0,3686	0,9956	53524,8	1
Bi. $\beta_2\beta_4$	99,54	4,04	0,0072	0,4405	0,3865	0,3865	0,9954	54094,7	3
Bi. $\beta_2\beta_5$	99,45	4,40	0,0172	0,4805	0,4575	0,4578	0,9945	56715,5	14
Bi. $\beta_2\beta_6$	99,45	4,40	0,0174	0,4806	0,4579	0,4582	0,9945	56753,7	15
Bi. $\beta_3\beta_4$	99,39	4,65	0,0086	0,4952	0,5106	0,5107	0,9939	57746,9	19
Bi. $\beta_3\beta_5$	99,46	4,37	0,0100	0,4755	0,4513	0,4514	0,9946	56041,7	10
Bi. $\beta_3\beta_6$	99,46	4,37	0,0103	0,4758	0,4519	0,4520	0,9946	56087,1	11
Bi. $\beta_4\beta_5$	99,46	4,39	0,0101	0,4807	0,4543	0,4544	0,9946	56074,3	12
Bi. $\beta_4\beta_6$	99,46	4,39	0,0104	0,4811	0,4551	0,4552	0,9946	56127,0	13
Bi. $\beta_5\beta_6$	99,25	5,16	0,0147	0,5490	0,6301	0,6303	0,9925	59936,2	21
Cenário 3									
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_2$	99,59	3,81	0,0019	0,4087	0,3431	0,3431	0,9959	53026,4	11
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	99,69	3,32	0,0093	0,3609	0,2606	0,2607	0,9969	48792,8	1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_5$	99,66	3,46	0,0110	0,3770	0,2822	0,2824	0,9966	50681,5	2
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_6$	99,66	3,48	0,0112	0,3790	0,2856	0,2857	0,9966	50598,7	4
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_3$	99,60	3,79	0,0018	0,4048	0,3387	0,3386	0,9960	52841,7	10
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_4$	99,58	3,86	0,0031	0,4182	0,3528	0,3528	0,9958	53548,0	12
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_5$	99,61	3,70	0,0092	0,3982	0,3238	0,3239	0,9961	52661,5	5
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_6$	99,61	3,72	0,0090	0,3996	0,3265	0,3266	0,9961	52565,0	6
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_4$	99,60	3,76	0,0054	0,4041	0,3335	0,3335	0,9960	52661,4	9
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_5$	99,61	3,74	0,0037	0,4002	0,3311	0,3311	0,9961	52468,1	7
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_6$	99,60	3,75	0,0035	0,4004	0,3318	0,3318	0,9960	52483,4	8
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_5$	99,67	3,42	0,0094	0,3763	0,2755	0,2756	0,9967	54262,6	2
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_6$	99,50	4,21	0,0102	0,4611	0,4178	0,4179	0,9950	55644,8	13
Bi. $\beta_4\beta_5\beta_6$	99,46	4,38	0,0098	0,4804	0,4538	0,4538	0,9946	56001,1	14

Assim como ocorreu com a equação *NS* e *S*, as estatísticas melhoram seus valores com o uso da *nlme*. Pelo uso da técnica, nenhuma equação teve resultados de estatísticas piores em relação as obtidas pelo modelo fixo.

Os resíduos do modelo fixo de *Bi* e suas variações (FIGURA 53), foram bem próximos, ficando a cargo dos resíduos, juntamente com as estatísticas a seleção da melhor variação para cada cenário.

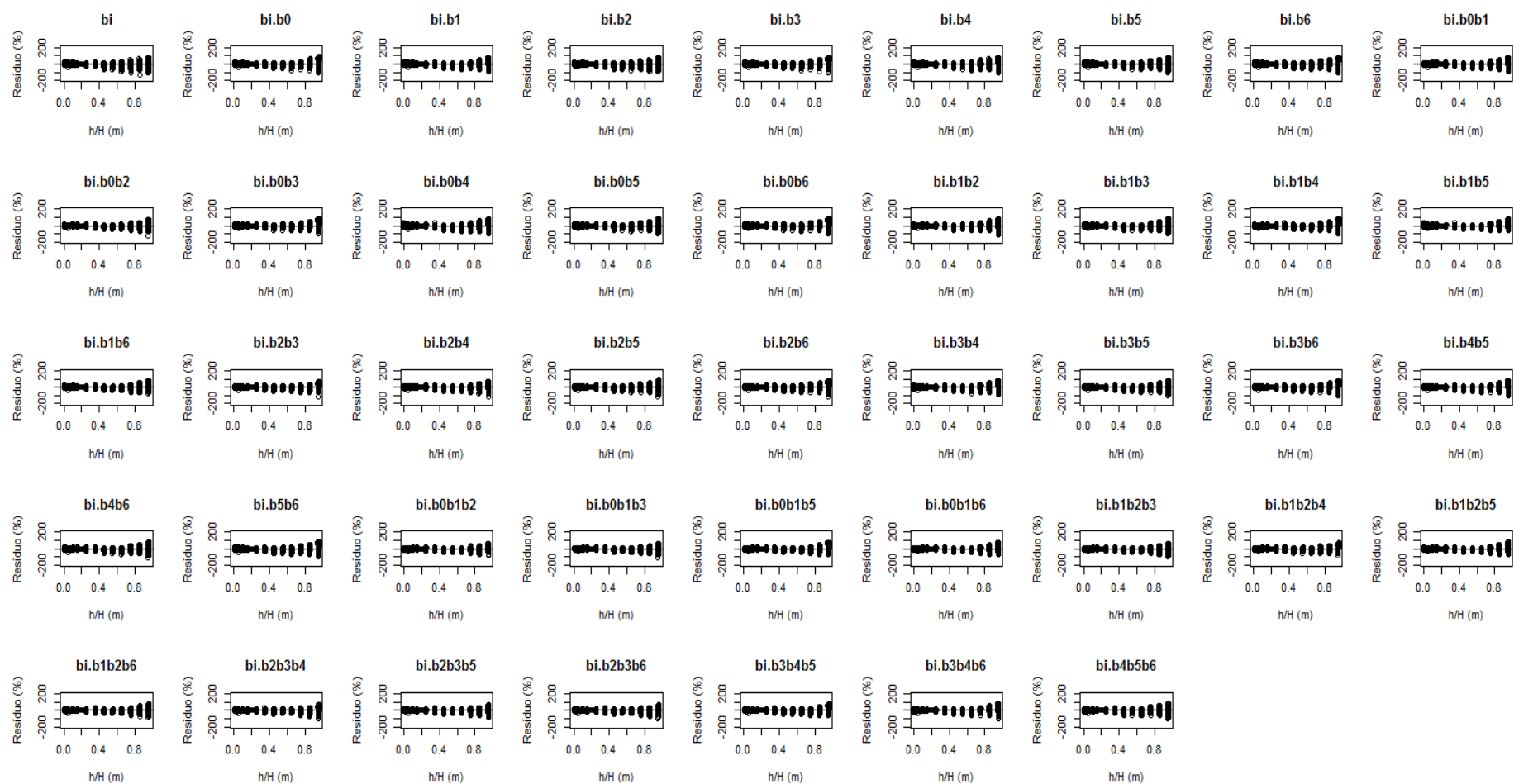


FIGURA 53 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

c2) para *Eucalyptus saligna*

Fato semelhante ao ocorrido nos ajustes do modelo de Bi para Pinus e nos outros tipos de modelos estudados foi que os resultados de todas as estatísticas utilizando a técnica *nlme* sempre foram melhores e mais acuradas em relação ao modelo fixo correspondente.

No cenário 1, o coeficiente β_1 foi o que mais influenciou as estimativas de diâmetro. Esse coeficiente está associado a variável $\sin\left(\frac{\pi}{2}T\right)$ (TABELA 32). No cenário 2, os coeficientes que influenciam de forma mais significativa nas estimativas de diâmetro foram β_0 e β_1 . Como já mencionado, o β_0 representa a constante de regressão e não está associada a nenhuma variável. No cenário 3, os coeficientes β_0 , β_1 e β_3 são os que mais influenciam na melhora das estimativas no ajuste dessa variação. O coeficiente β_3 está associado a variável $\sin\left(\frac{\pi}{2}T\right)$

A técnica *nlme* sempre melhora as estimativas em relação a técnica *nls*. Isso pode ser uma boa alternativa nos estudos de afilamento, uma vez que nos ajustes dessa técnica têm-se tanto os resultado médios (coeficientes fixos) quanto, o resultado por árvore (coeficientes aleatórios).

TABELA 32 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE BI PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Eucalyptus saligna*

	$R^2(\%)$	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo									
Bi	99,26	5,12	0,0232	0,3697	0,3205	0,3210	0,9926	18392,5	
Cenário 1									
Bi. β_0	99,42	4,53	0,0208	0,3160	0,2505	0,2509	0,9942	17184,7	2
Bi. β_1	99,43	4,49	0,0205	0,3102	0,2463	0,2467	0,9943	17093,9	1
Bi. β_2	99,41	4,57	0,0207	0,3238	0,2549	0,2553	0,9941	17353,1	6
Bi. β_3	99,42	4,54	0,0209	0,3177	0,2520	0,2524	0,9941	17213,5	3
Bi. β_4	99,40	4,60	0,0217	0,3235	0,2584	0,2588	0,9940	17294,2	7
Bi. β_5	99,42	4,54	0,0206	0,3165	0,2520	0,2524	0,9941	17237,2	4
Bi. β_6	99,42	4,54	0,0206	0,3160	0,2515	0,2519	0,9942	17246,3	5
Cenário 2									
Bi. $\beta_0\beta_1$	99,57	3,90	0,0197	0,2774	0,1857	0,1861	0,9957	15825,9	1
Bi. $\beta_0\beta_2$	99,55	3,98	0,0204	0,2815	0,1934	0,1938	0,9955	16094,3	3
Bi. $\beta_0\beta_3$	99,51	4,17	0,0198	0,2911	0,2126	0,2130	0,9951	16614,9	15
Bi. $\beta_0\beta_4$	99,42	4,51	0,0205	0,3145	0,2488	0,2492	0,9942	17167,8	21
Bi. $\beta_0\beta_5$	99,54	4,04	0,0190	0,2865	0,1995	0,1999	0,9954	16286,1	6
Bi. $\beta_0\beta_6$	99,54	4,04	0,0190	0,2861	0,1991	0,1994	0,9954	16287,6	7
Bi. $\beta_1\beta_2$	99,53	4,08	0,0212	0,2896	0,2034	0,2038	0,9953	16410,2	11

Continua

									Conclusão
Bi. $\beta_1\beta_3$	99,56	3,95	0,0192	0,2801	0,1907	0,1911	0,9956	15990,3	2
Bi. $\beta_1\beta_4$	99,55	3,99	0,0203	0,2846	0,1945	0,1949	0,9955	15986,6	5
Bi. $\beta_1\beta_5$	99,47	4,32	0,0208	0,2921	0,2279	0,2283	0,9947	16842,1	19
Bi. $\beta_1\beta_6$	99,47	4,31	0,0212	0,2913	0,2272	0,2276	0,9947	16795,3	18
Bi. $\beta_2\beta_3$	99,55	3,98	0,0200	0,2802	0,1930	0,1934	0,9955	16072,8	4
Bi. $\beta_2\beta_4$	99,54	4,05	0,0209	0,2885	0,2002	0,2007	0,9953	16220,8	8
Bi. $\beta_2\beta_5$	99,51	4,17	0,0215	0,2968	0,2120	0,2124	0,9951	16633,7	16
Bi. $\beta_2\beta_6$	99,51	4,16	0,0215	0,2963	0,2114	0,2119	0,9951	16640,9	14
Bi. $\beta_3\beta_4$	99,46	4,38	0,0199	0,3057	0,2342	0,2346	0,9946	17040,2	20
Bi. $\beta_3\beta_5$	99,53	4,07	0,0190	0,2873	0,2022	0,2026	0,9953	16355,9	9
Bi. $\beta_3\beta_6$	99,53	4,07	0,0190	0,2869	0,2018	0,2022	0,9953	16359,6	10
Bi. $\beta_4\beta_5$	99,53	4,10	0,0194	0,2925	0,2051	0,2055	0,9952	16312,2	12
Bi. $\beta_4\beta_6$	99,53	4,10	0,0195	0,2921	0,2052	0,2056	0,9952	16334,1	13
Bi. $\beta_5\beta_6$	99,42	4,54	0,0206	0,3165	0,2520	0,2524	0,9941	17241,2	17
Cenário 3									
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_2$	99,60	3,79	0,0193	0,2673	0,1756	0,1759	0,9959	15712,2	4
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	99,65	3,53	0,0217	0,2482	0,1515	0,1520	0,9965	14924,2	1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_4$	99,57	3,89	0,0198	0,2764	0,1849	0,1853	0,9957	15804,2	11
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_5$	99,63	3,64	0,0211	0,2565	0,1614	0,1618	0,9962	15273,6	3
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_6$	99,63	3,63	0,0214	0,2560	0,1608	0,1612	0,9963	15199,4	2
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_3$	99,59	3,81	0,0189	0,2676	0,1770	0,1774	0,9959	15791,3	5
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_4$	99,59	3,84	0,0202	0,2719	0,1795	0,1799	0,9958	15789,0	8
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_5$	99,58	3,85	0,0196	0,2687	0,1811	0,1814	0,9958	16003,6	10
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_6$	99,58	3,85	0,0196	0,2681	0,1806	0,1810	0,9958	15952,5	9
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_4$	99,57	3,89	0,0196	0,2725	0,1846	0,1850	0,9957	15979,7	12
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_5$	99,59	3,82	0,0187	0,2678	0,1782	0,1785	0,9959	15855,6	6
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_6$	99,59	3,82	0,0187	0,2676	0,1780	0,1783	0,9959	15863,1	7
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_5$	99,55	4,02	0,0192	0,2837	0,1967	0,1970	0,9954	16173,8	13
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_6$	99,54	4,02	0,0193	0,2838	0,1972	0,1975	0,9954	16218,3	14
Bi. $\beta_4\beta_5\beta_6$	99,53	4,10	0,0194	0,2925	0,2051	0,2055	0,9952	16318,2	15

Nos gráficos de resíduos (FIGURA 54), os resultados das distribuições foram semelhantes entre as variações das equações de Bi para Eucalipto como nas estimativas de diâmetro para Pinus. Pelos gráficos, é difícil ter a percepção de melhoria na acurácia, pois o modelo fixo desse ajuste já teve um resultado muito acurado.

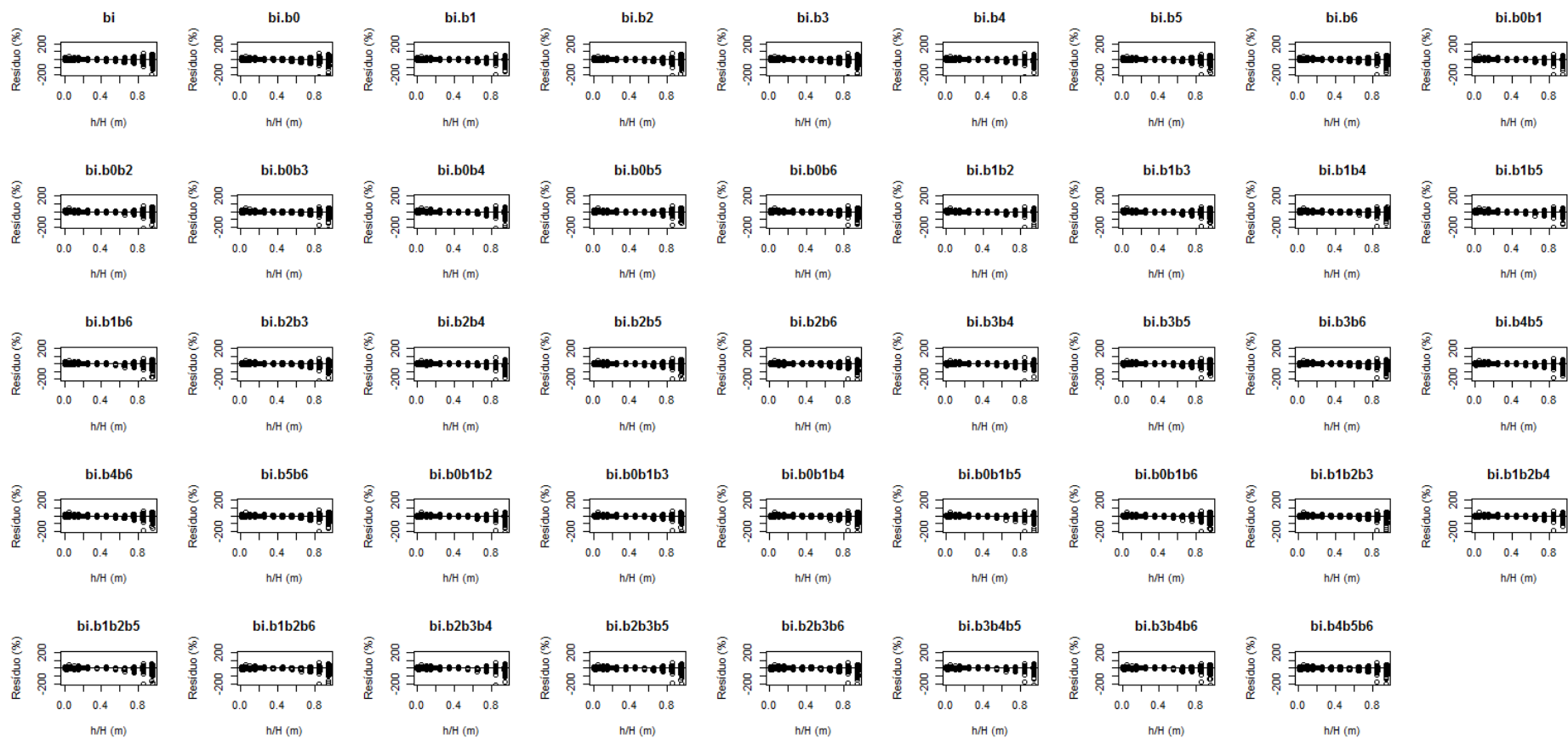


FIGURA 54 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO SEM ESTRATIFICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

Ainda são muito poucos os trabalhos no Brasil utilizando modelagem de efeitos mistos não linear. Porém a aplicação desta técnica em funções de afilamento, principalmente em modelos segmentados e de forma variável aplicados em espécies florestais de outros países demonstram que a utilização da modelagem melhora as estimativas de diâmetro e/ou volume. Dentre alguns trabalhos utilizando a técnica em outros países têm-se Lejeune *et al.*(2009), Yang *et al.* (2009a), Yang *et al.* (2009b), Özçelik *et al.*(2011), Cao e Wang (2011) e Miguel *et al.* (2012).

4.4.2 Avaliação das estimativas de diâmetro estratificadas de 0,1 m a 25% H , de 25 a 75% H e de 75 a 95% H .

Para o estudo das estimativas dos diâmetros nas três partes dos fustes (base, parte central e ápice), apenas a melhor variação de cada equação em cada cenário para o grupo de modelos NS , S e FV para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna* foi utilizada.

Assim, as variações das equações mais acuradas, na avaliação dos diâmetros sem estratificação, para cada espécie foram comparados com as estatísticas das estimativas do modelo de efeito fixo nas três estratificações propostas no estudo.

Para facilitar a visualização dos gráficos de resíduos dos resultados das variáveis estratificadas, as estimativas do ápice tiveram um "a" na frente da variação do modelo ajustado, as estimativas da porção mediana tiveram um "m" na frente da variação do modelo ajustado e os as estimativas da base tiveram um "b".

a) Função Não Segmentada

a1) para *Pinus taeda*

Avaliando as estimativas de diâmetro na base, parte central e ápice nos fustes de *Pinus* no modelo de Demaerschalk.73.e, pode-se notar que a modelagem de efeito misto melhorou a acurácia das estimativas para todas as estratificações.

Na porção da base pode-se notar pela estatística $Syx(\%)$, PVE e AIC que quando se aumenta o número de coeficientes aleatórios, melhoram-se as estimativas dessas variáveis (TABELA 33). A utilização de apenas um coeficiente aleatório não

melhora de forma significativa a acurácia das estimativas ente 0,1 m e 25% H . Isso mostra que as estimativas do ajuste utilizando a técnica *nls* já resulta em estimativas acuradas para os diâmetros da base.

Nas estimativas da porção central e para o ápice, as estimativas de diâmetros obtidos pelos ajustes utilizando coeficientes aleatórios tiveram melhor performance em relação a equação apenas com coeficientes fixos, quando se utiliza apenas a combinação com apenas um coeficiente aleatório (TABELA 33).

As equações com dois ou três coeficientes aleatórios melhoraram muito pouco os resultados já obtidos com as estimativas de diâmetro em relação ao já encontrado no cenário 1, tanto que os valores de $Syx(\%)$ e PVE foram muito próximos entre Demaerschalk.73.e. β_3 , Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$ e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$. No caso do ápice, o ajuste com três coeficientes até piorou o resultado das estatísticas de $Syx(\%)$ e PVE em relação aos resultados obtidos no cenário 1.

O uso de apenas um coeficiente aleatório, como visto nas estatísticas, melhora de forma significativa as estimativas de diâmetro na parte central e ápice. Para efetivar a utilização da técnica *nlme*, maiores estudos devem ser feitos de maneira a obter estimativas dos coeficientes aleatórios para cada fuste utilizando variáveis facilmente mensuráveis, tornando a utilização da técnica mais prática.

TABELA 33 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Demaerschalk.73.e	5,20	-0,0887	0,8010	1,1516	1,1597	0,9816	37630,5
Demaerschalk.73.e. β_3	5,13	-0,0768	0,7967	1,1190	1,1253	0,9821	37251,2
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	4,13	-0,0583	0,6609	0,7278	0,7315	0,9884	31827,0
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	2,73	0,0517	0,4062	0,3157	0,3186	0,9949	21357,4
25 a 75% H							
Demaerschalk.73.e	10,32	-0,1860	0,9604	1,6481	1,6832	0,9553	31744,6
Demaerschalk.73.e. β_3	6,29	-0,1609	0,6134	0,5999	0,6261	0,9834	22399,7
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	6,26	-0,1711	0,6098	0,5902	0,6198	0,9835	22306,9
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	6,02	-0,2326	0,5758	0,5191	0,5737	0,9848	21579,1
75 a 95% H							
Demaerschalk.73.e	25,25	0,3543	0,8369	1,2391	1,3655	0,8481	14887,0
Demaerschalk.73.e. β_3	17,64	0,4028	0,6219	0,5040	0,6669	0,9258	11501,6
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	17,76	0,4116	0,6251	0,5051	0,6755	0,9249	11564,1
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	18,11	0,4003	0,6222	0,5412	0,7028	0,9219	11754,4

Resultados dos resíduos (FIGURA 55) demonstram claramente que os ajustes do modelo de Demaerschalk.73.e. β_3 melhoram as estimativas de diâmetros em relação ao modelo fixo. No caso da base, apenas no ajuste com três coeficientes aleatórios é possível notar claramente melhora nas estimativas.

Esses resultados de resíduos corroboram que o ajuste da função de afilamento pela regressão não linear resulta em boas estimativas dos diâmetros da base. A utilização da técnica *nlme*, melhora de forma significativa as estimativas dos diâmetros de 25 a 75% H e de 75 a 95% H .

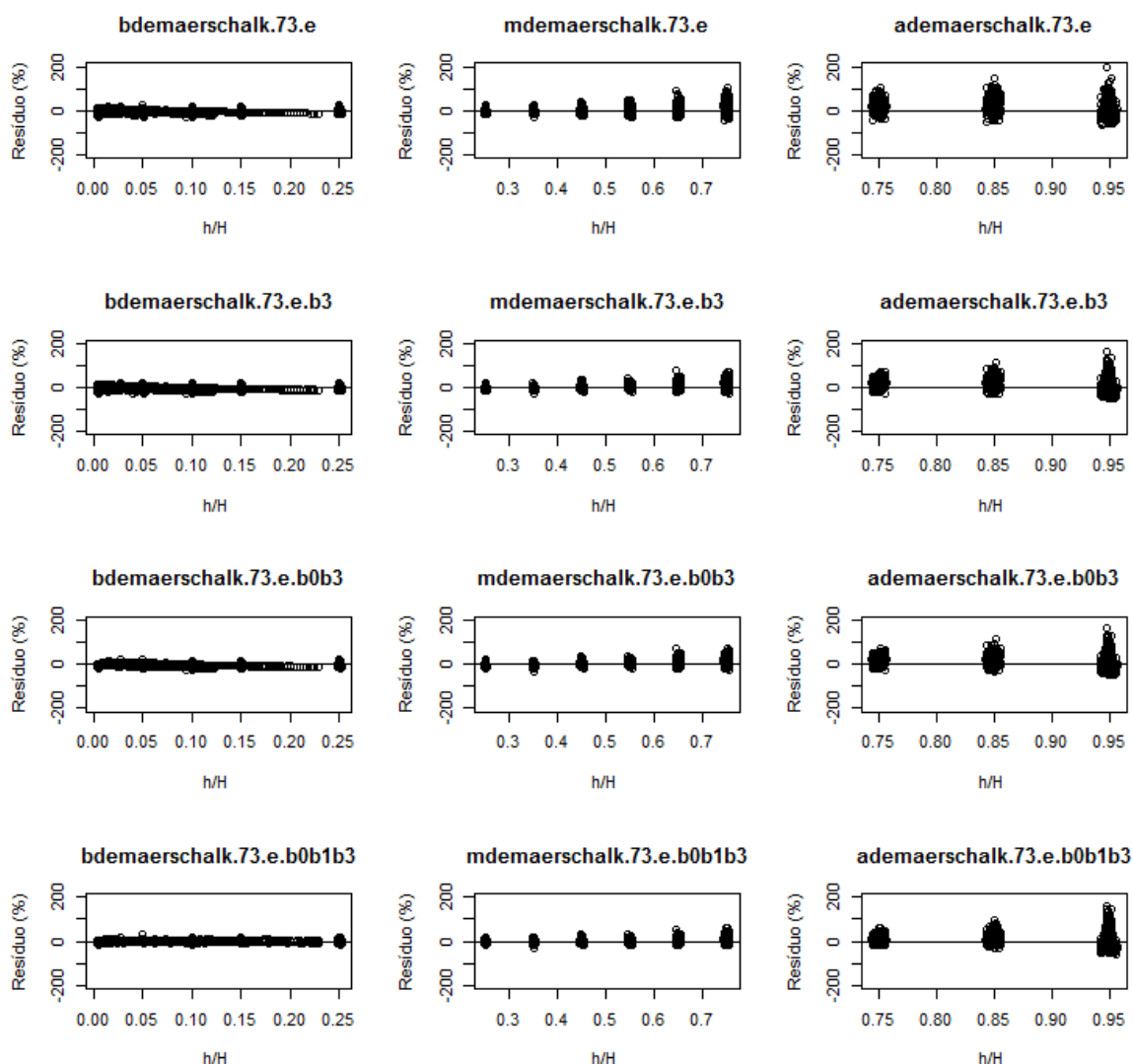


FIGURA 55 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

a2) para *Eucalyptus saligna*

Para as estimativas de diâmetro para Eucalipto na base, parte central e ápice dos fustes, percebe-se pelos resultados das estatísticas (TABELA 34), que o uso de apenas um coeficiente aleatório não melhorou de forma significativa as estimativas para a porção central e o ápice.

Como as equações de afilamento, ajustadas pelas técnicas *nls* e *nlme*, estimam com maior acurácia a porção basal do fuste, apenas os ajustes considerando três coeficientes aleatórios aumentaram de forma significativa a acurácia das estatísticas em relação ao modelo fixo na mesma porção. Os ajustes com dois coeficientes melhoram os resultados das estimativas para a porção central e para o ápice (TABELA 34).

As estimativas obtidas com o uso de três coeficientes aleatórios melhoram muito pouco os resultados das estatísticas já obtidas nas estimativas da variação selecionada no cenário 2.

TABELA 34 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% *H*, DE 25 A 75% *H* E DE 75 A 95% *H* PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% <i>H</i>							
Demaerschalk.73.e	4,52	-0,0662	0,4522	0,4334	0,4380	0,9880	11596,9
Demaerschalk.73.e. β_2	3,84	-0,0227	0,3803	0,3157	0,3164	0,9914	9724,8
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	3,50	-0,0648	0,3589	0,2594	0,2639	0,9928	8680,9
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	2,55	-0,0052	0,2443	0,1390	0,1393	0,9962	5003,8
25 a 75% <i>H</i>							
Demaerschalk.73.e	6,05	-0,0678	0,4138	0,3021	0,3069	0,9839	7162,6
Demaerschalk.73.e. β_2	5,01	-0,0174	0,3377	0,2103	0,2108	0,9889	5540,8
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	3,92	-0,0453	0,2610	0,1264	0,1286	0,9933	3408,4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,79	-0,0688	0,2492	0,1156	0,1206	0,9937	3134,0
75 a 95% <i>H</i>							
Demaerschalk.73.e	17,64	0,0557	0,4983	0,4723	0,4761	0,9248	4532,9
Demaerschalk.73.e. β_2	16,99	0,0554	0,4829	0,4376	0,4415	0,9303	4370,8
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	12,44	0,1034	0,3420	0,2256	0,2370	0,9626	3028,9
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	12,03	0,1156	0,3209	0,2070	0,2213	0,9652	2884,0

Resultados dos resíduos (FIGURA 56) demonstram claramente que as variações mais acuradas dos cenários 1, 2 e 3 da equação de Demaerschalk.73.e melhoram as estimativas de diâmetro em relação aos resultados do modelo fixo, para a porção central e ápice. No caso da base, apenas no ajuste com três coeficientes aleatórios foi possível notar nos gráficos o aumento da acurácia.

As estimativas ficam mais acuradas, pois os resíduos estão mais próximos do eixo das abscissas. Dessa forma, os diâmetros estimados aproximam-se mais dos seus respectivos verdadeiros valores.

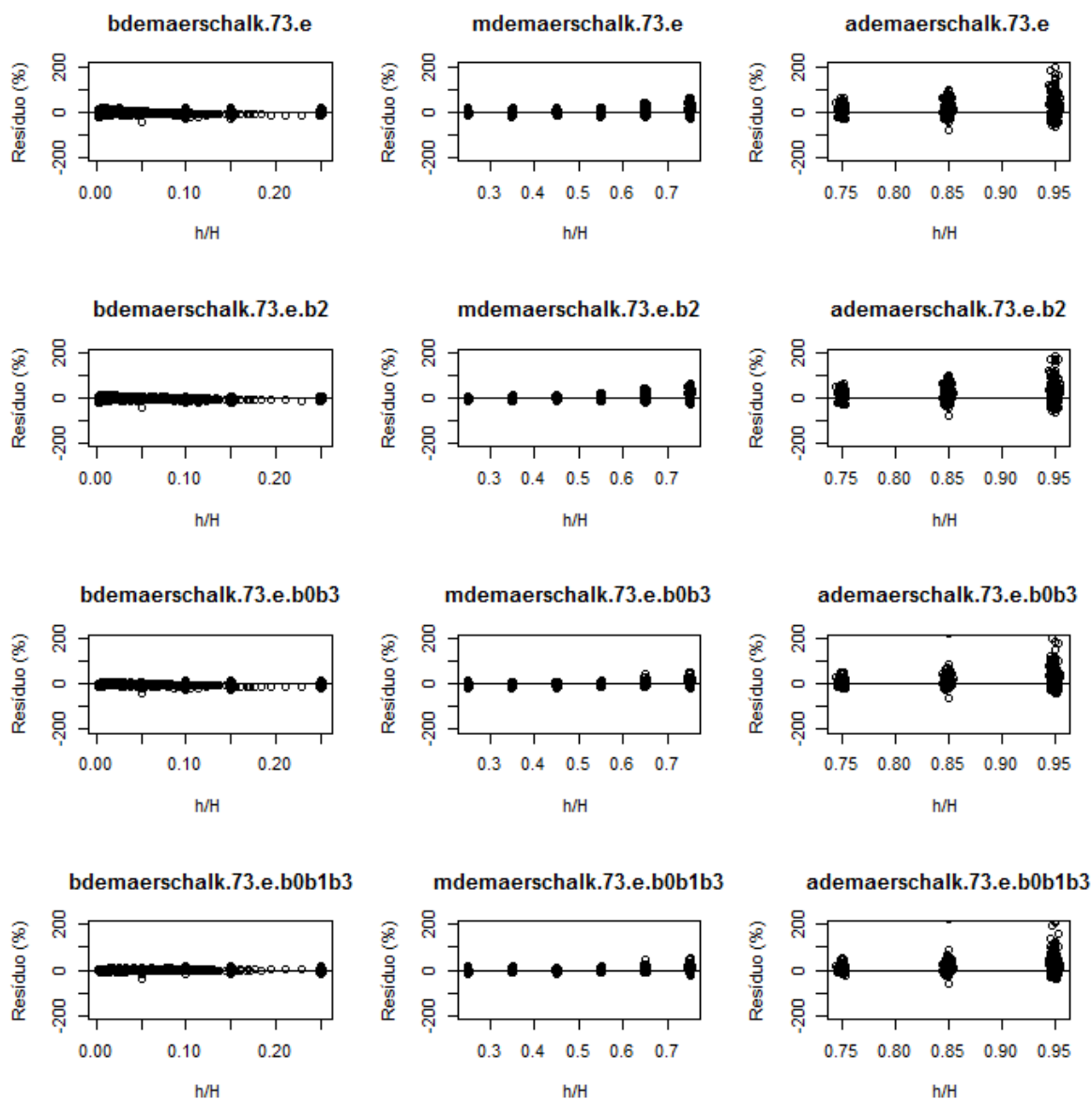


FIGURA 56 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

b) Função Segmentada

b1) para *Pinus taeda*

Igualmente aconteceu na análise da equação não segmentada, os valores das estatísticas utilizando um coeficiente aleatório (cenário 1), apenas melhorou de forma

significativa as estatísticas para os diâmetros na porção central e no ápice (TABELA 35). Melhoras nas estimativas de diâmetro entre as alturas de 0,1 m e 25% H foram observadas apenas nos ajustes com dois ou três coeficientes aleatórios (cenários 2 e 3).

Valores das estatísticas utilizando a técnica *nlme*, obtidas pelas estimativas na base, na porção central e no ápice, foram menores ou iguais às estatísticas obtidas para estimativas de diâmetro a partir do modelo fixo. Esses resultados também foram obtidos no estudo das estimativas, para ambas as espécies, utilizando a equação não segmentada.

TABELA 35 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Clark	4,57	0,0038	0,6161	0,8946	0,8948	0,9858	34362,7
Clark, β_5	4,55	0,0076	0,6131	0,8854	0,8857	0,9859	34235,2
Clark, $\beta_3\beta_5$	3,16	0,0211	0,4337	0,4268	0,4275	0,9932	25058,3
Clark, $\beta_2\beta_3\beta_5$	2,97	0,0166	0,4085	0,3776	0,3781	0,9940	23514,9
25 a 75% H							
Clark	10,47	0,0276	0,9632	1,7309	1,7322	0,9540	32015,7
Clark, β_5	5,66	0,0076	0,5267	0,5057	0,5060	0,9866	20386,9
Clark, $\beta_3\beta_5$	5,62	0,0066	0,5216	0,4989	0,4993	0,9867	20263,3
Clark, $\beta_2\beta_3\beta_5$	5,16	0,0045	0,4700	0,4201	0,4205	0,9888	18643,0
75 a 95% H							
Clark	26,83	-0,0304	0,9293	1,5402	1,5421	0,8285	15461,5
Clark, β_5	16,07	-0,2724	0,5785	0,4789	0,5536	0,9384	10621,7
Clark, $\beta_3\beta_5$	15,75	-0,2670	0,5644	0,4592	0,5311	0,9410	10428,2
Clark, $\beta_2\beta_3\beta_5$	15,64	-0,2505	0,5626	0,4606	0,5243	0,9418	10370,2

Pode-se notar que valores das estatísticas quase chegam a um percentual de 50% de melhoria nas estimativas a partir das variações da equação de Clark do cenário 1 para o ápice e porção central. Reforça-se assim, que o uso de apenas um coeficiente aleatório, melhora as estimativas dos menores diâmetros no fuste.

Os gráficos de resíduos (FIGURA 57) corroboram os resultados das estatísticas das variações do modelo de Clark, uma vez que os resíduos ficam mais próximos ao eixo das abscissas quando se aumenta o número de coeficientes aleatórios.

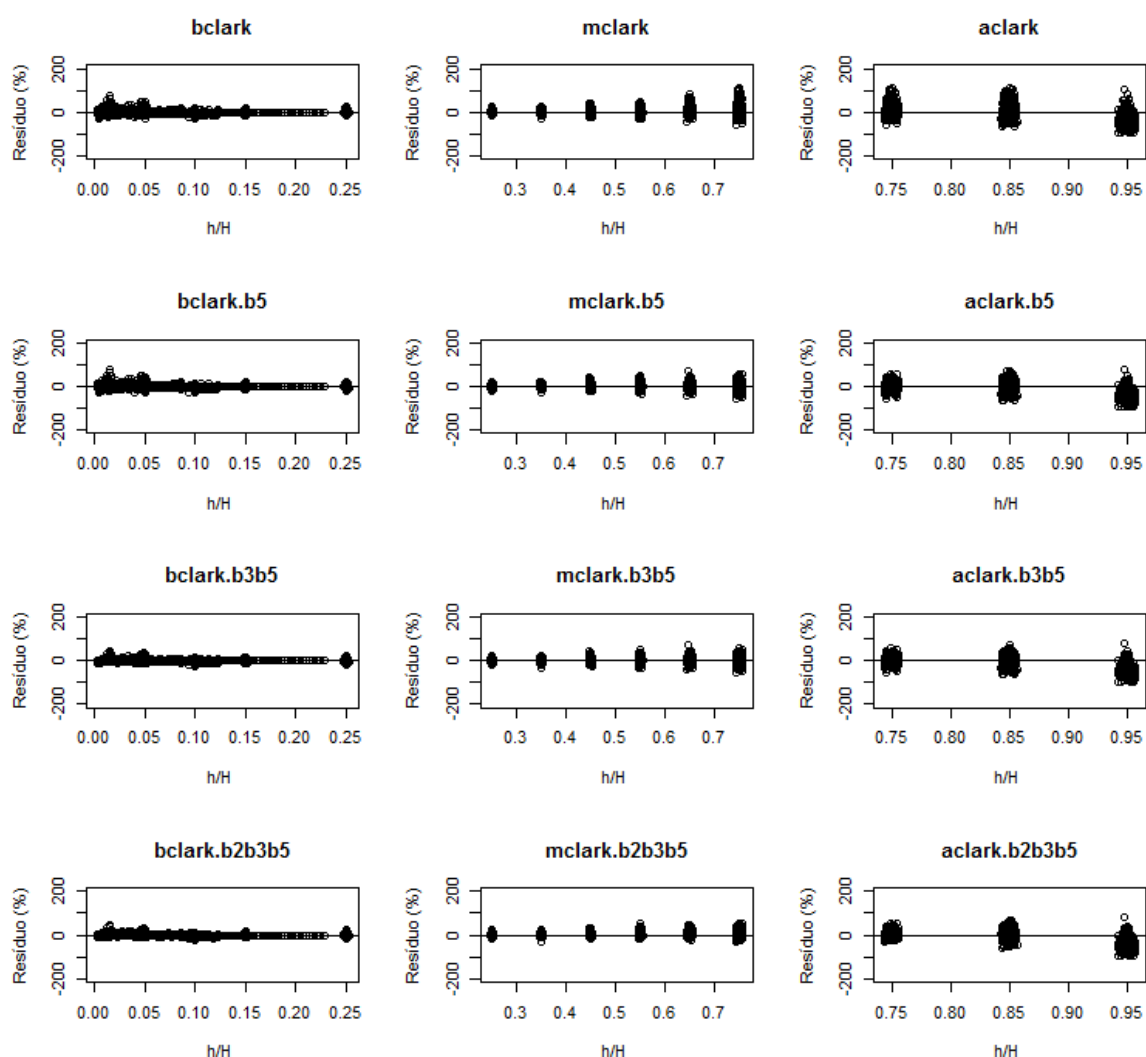


FIGURA 57 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

b2) para *Eucalyptus saligna*

Assim como para *Pinus* e como ocorreu no modelo não segmentado, as estimativas dos diâmetros da base apenas foram mais acuradas em relação ao modelo fixo quando utilizou-se pelo menos dois coeficientes aleatórios (TABELA 36). Os resultados com apenas um coeficiente melhoraram as estimativas de diâmetro para o ápice e porção central dos fustes de *Eucalyptus saligna*.

Esse resultado reforça que o modelo de efeito fixo estima bem os diâmetros mais próximos a base do fuste. E os resultados dos diâmetros obtidos pelas técnicas *nlme* melhoram os valores dessa variável na porção central e para o ápice ao utilizar apenas um coeficiente aleatório.

Como o cenário 3 teve apenas uma variação da equação, seus resultados não foram satisfatórios para nenhuma estatística nas estimativas de diâmetro para a parte central e o ápice do fuste. Valores das estatísticas de Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$ foram praticamente iguais aos encontradas pelas estimativas do modelo fixo em ambos os estudos (TABELA 36).

TABELA 36 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Clark	4,14	-0,0394	0,3691	0,3659	0,3676	0,9900	10588,45
Clark. β_5	4,09	-0,0352	0,3646	0,3585	0,3600	0,9902	10468,28
Clark. $\beta_2\beta_5$	3,01	-0,0270	0,2658	0,1941	0,1950	0,9947	6940,25
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$	3,10	-0,0294	0,2750	0,2050	0,2062	0,9944	7262,39
25 a 75% H							
Clark	6,41	-0,0368	0,4357	0,3427	0,3443	0,9819	7659,36
Clark. β_5	3,98	-0,0202	0,2697	0,1325	0,1330	0,9930	3551,92
Clark. $\beta_2\beta_5$	3,97	-0,0284	0,2666	0,1309	0,1319	0,9931	3516,21
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$	6,40	-0,0366	0,4338	0,3413	0,3433	0,9820	7653,47
75 a 95% H							
Clark	18,60	0,1021	0,5251	0,5179	0,5291	0,9165	4760,84
Clark. β_5	13,41	-0,0857	0,3471	0,2674	0,2753	0,9566	3350,60
Clark. $\beta_2\beta_5$	12,91	-0,0670	0,3280	0,2498	0,2550	0,9598	3186,98
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$	18,62	0,1024	0,5249	0,5178	0,5305	0,9165	4772,42

Os gráficos de resíduos das estimativas de diâmetro, utilizando a equação de Clark e suas variações (FIGURA 58), foram bem semelhantes na base e porção central do fuste. Nos resultados do ápice, pode-se notar que na altura relativa de 0,95 os valores dos resíduos são mais próximos ao eixo das abscissas nos cenários 1 e 2.

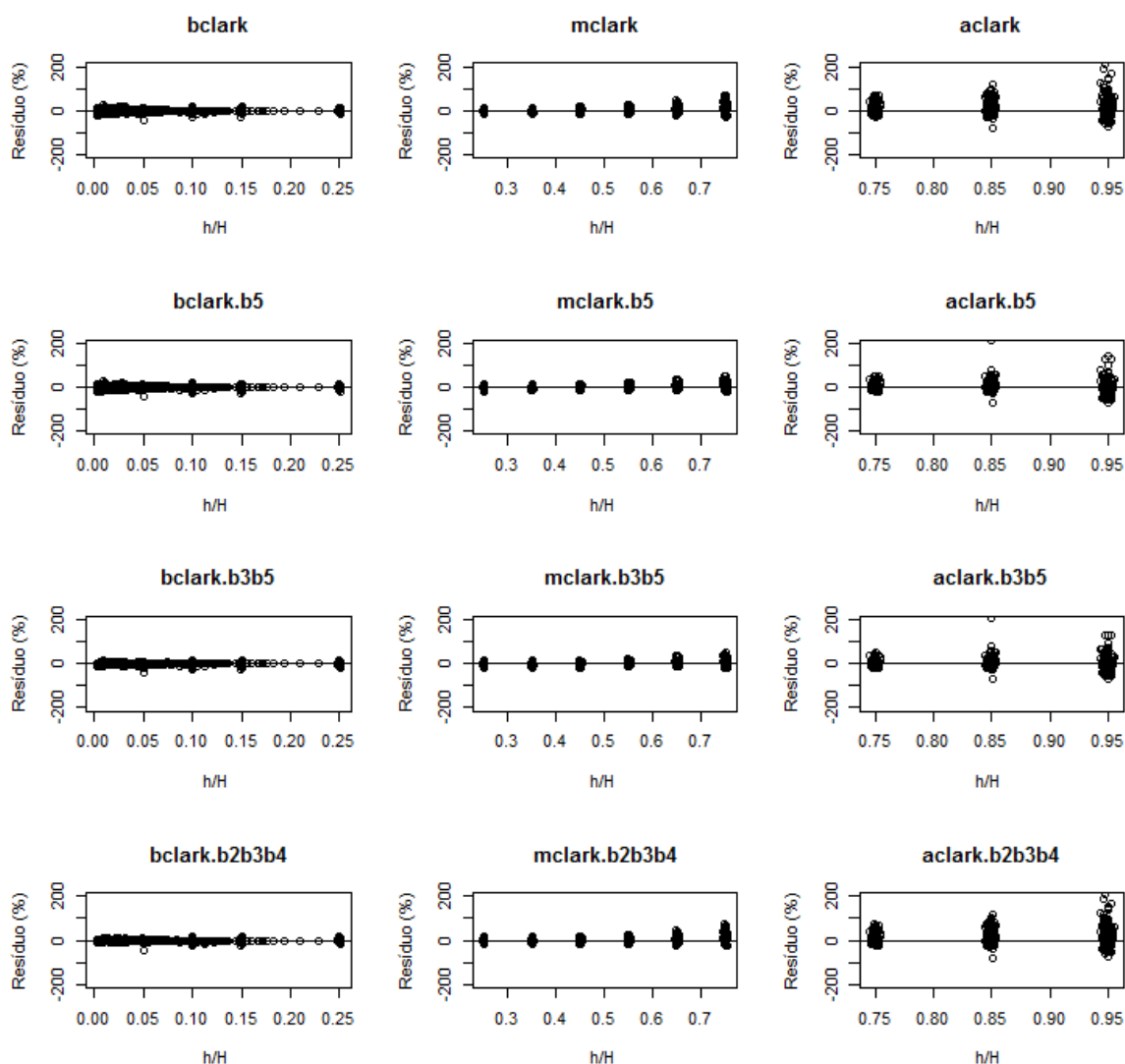


FIGURA 58 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

c) Função de Forma Variável

c1) para *Pinus taeda*

Os valores das estimativas de diâmetro para Pinus, para a equação de Bi, assim como aconteceu na equação de Demaerschalk.73.e e Clark e suas variações pela técnica *nlme*, foram melhores ao utilizar a técnica de modelagem de efeitos mistos em relação ao modelo fixo.

Pelos resultados das estatísticas, a utilização de três coeficientes aleatórios no ajuste, reduz o valor de $Syx(\%)$ em quase 50% em relação a mesma estatística para o modelo fixo (TABELA 37) em todas as estratificações. Resultados da estatística

AIC também diminuíram na proporção 50% e valores de *PVE* chegaram a 0,9954 para a base, a 0,9934 para a parte central e 0,9736 para o ápice. Esse resultado para o ápice é bem expressivo pois os aumentos foram bem melhores para todas as estatísticas analisadas.

Como ocorreu nas avaliações anteriores, o uso de apenas um coeficiente aleatório não aumentou significativamente os valores das estimativas para a base. Isso já era esperado, uma vez que o ajuste da equação de Bi, utilizando *nls*, já foi melhor que Demaerschalk.73.e e Clark e como a técnica *nlme* aumenta mais a acurácia, as estimativas de diâmetro tendem a ficar cada vez mais próximas do verdadeiro valor.

Em relação a Demaerschalk.73.e e Clark, Bi teve melhor desempenho para estimar o diâmetro utilizando as duas técnicas de modelagem analisadas tanto na avaliação das estimativas sem estratificação e com estratificação.

TABELA 37 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% *H*, DE 25 A 75% *H* E DE 75 A 95% *H* PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	<i>Syx</i> (%)	<i>V</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>MSE</i>	<i>PVE</i>	<i>AIC</i>
0,1 m a 25% <i>H</i>							
Bi	4,22	-0,0136	0,5551	0,7608	0,7614	0,9879	32330,7
Bi. β_0	3,91	-0,0049	0,5055	0,6560	0,6564	0,9896	30462,6
Bi. $\beta_2\beta_3$	3,02	-0,0083	0,4123	0,3905	0,3908	0,9938	23931,5
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	2,61	-0,0150	0,3625	0,2912	0,2917	0,9954	20250,2
25 a 75% <i>H</i>							
Bi	8,87	0,0919	0,8254	1,2356	1,2448	0,9669	28896,3
Bi. β_0	5,41	0,0799	0,5146	0,4561	0,4628	0,9877	19547,0
Bi. $\beta_2\beta_3$	4,81	0,0480	0,4458	0,3629	0,3656	0,9903	17320,6
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,96	0,0157	0,3668	0,2472	0,2477	0,9934	13645,8
75 a 95% <i>H</i>							
Bi	20,18	-0,1352	0,6936	0,8529	0,8722	0,9030	12772,1
Bi. β_0	15,84	-0,1690	0,5778	0,5079	0,5372	0,9403	10483,2
Bi. $\beta_2\beta_3$	13,02	-0,0627	0,4584	0,3584	0,3630	0,9597	8633,1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	10,54	-0,0113	0,3791	0,2371	0,2378	0,9736	6637,1

Nos resultados de resíduos (FIGURA 59), não se percebe visualmente muita diferença entre as estimativas de diâmetro obtidas pela equação de Bi e suas variações nas três estratificações, principalmente no ajuste para base e para a porção central. Isso ocorre pois nesses casos, o modelo fixo já foi acurado para as estimativas de diâmetro nessas porções.

No caso dos resíduos para o ápice, percebe-se que esses ficam mais próximos das abscissas nas alturas relativas de 0,75, 0,85 e 0,95 para *Pinus taeda*.

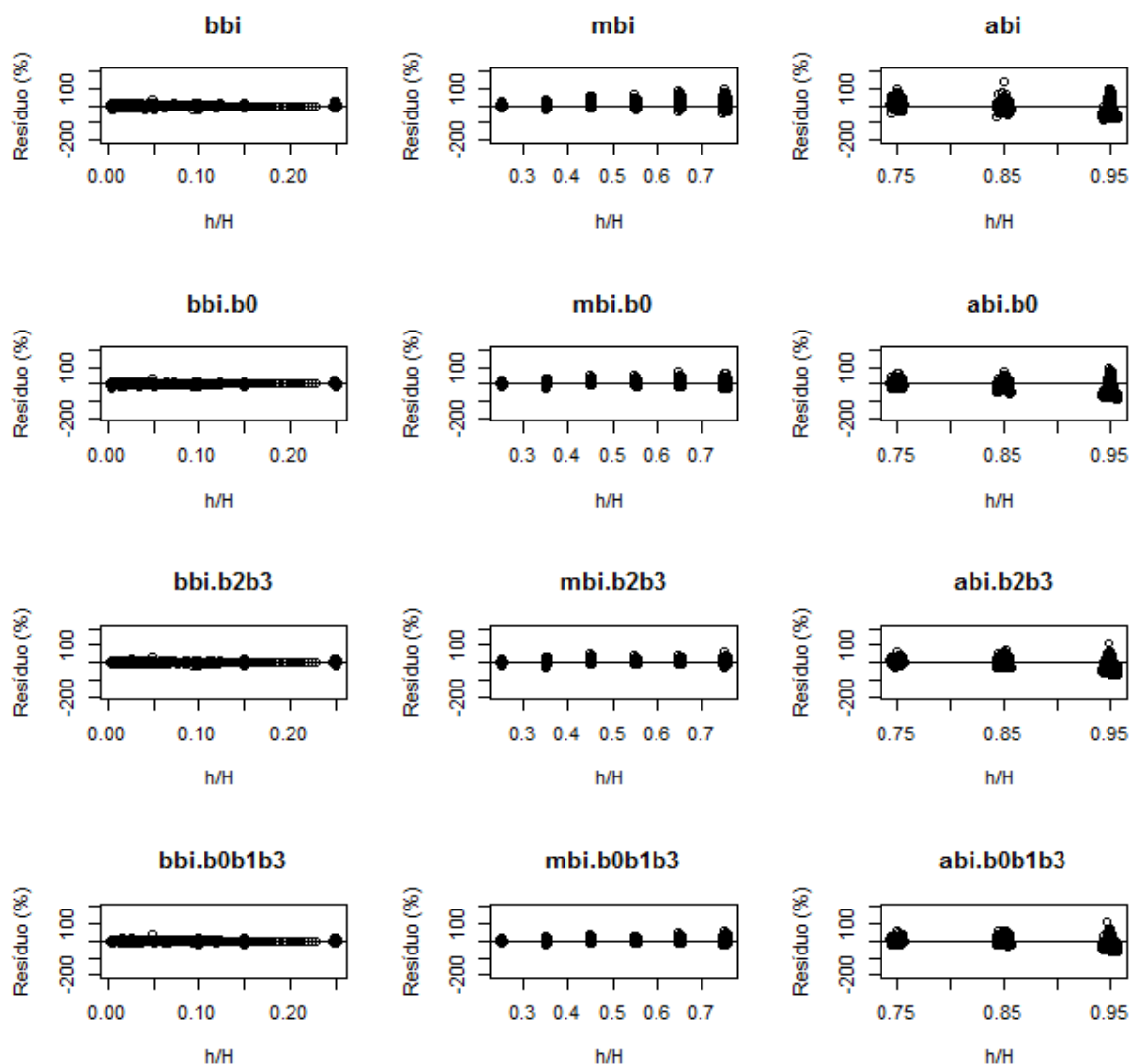


FIGURA 59 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE h/H

c2) para *Eucalyptus saligna*

Os resultados das estatísticas das estimativas de diâmetro para *Eucalyptus saligna* (TABELA 38) para as três porções, foram melhores à medida que se aumentou o número de coeficientes aleatórios nas variações da equação de Bi.

Assim como para Pinus, o modelo de Bi foi o de melhor performance para estimar os diâmetros pela modelagem de efeitos fixos. O aumento do número de coeficientes aleatórios nas variações de Bi aumentaram a acurácia das equações.

Porém, na base e na porção central os valores das estatísticas dos ajustes das variações do modelo de Bi melhoram pouco quando comparado aos resultados das estatísticas do ápice.

Pode-se notar como ocorreu em todas as avaliações da variável diâmetro pela técnica *nlme*, o uso de apenas um coeficiente aleatório, traz ganhos principalmente nas estimativas da parte central e do ápice.

TABELA 38 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% *H*, DE 25 A 75% *H* E DE 75 A 95% *H* PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	<i>Syx</i> (%)	<i>V</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>MSE</i>	<i>PVE</i>	<i>AIC</i>
0,1 m a 25% <i>H</i>							
Bi	3,98	-0,0594	0,3511	0,3358	0,3397	0,9907	10135,7
Bi. β_1	3,94	-0,0601	0,3459	0,3300	0,3340	0,9909	10040,5
Bi. $\beta_0\beta_1$	3,26	-0,0566	0,2931	0,2254	0,2290	0,9937	7867,6
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,01	-0,0603	0,2697	0,1905	0,1945	0,9947	6930,1
25 a 75% <i>H</i>							
Bi	5,61	0,0165	0,3776	0,2629	0,2636	0,9862	6508,1
Bi. β_1	3,91	0,0216	0,2623	0,1276	0,1282	0,9933	3396,9
Bi. $\beta_0\beta_1$	3,86	0,0156	0,2574	0,1243	0,1248	0,9935	3280,2
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,41	0,0077	0,2254	0,0972	0,0976	0,9949	2220,3
75 a 95% <i>H</i>							
Bi	15,53	-0,0333	0,4155	0,3669	0,3690	0,9418	3985,6
Bi. β_1	11,20	-0,0252	0,2886	0,1907	0,1919	0,9698	2574,3
Bi. $\beta_0\beta_1$	10,79	-0,0186	0,2769	0,1770	0,1781	0,9720	2415,0
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	9,74	-0,0033	0,2503	0,1444	0,1452	0,9772	1976,5

Diferenças nas distribuições de resíduos para as estimativas de diâmetro, para *Eucalyptus saligna*, usando a equação de Bi e suas variações (FIGURA 60), nas três porções quase não é perceptível nos gráficos, nem mesmo para o ápice, como ocorreu nos outros estudos.

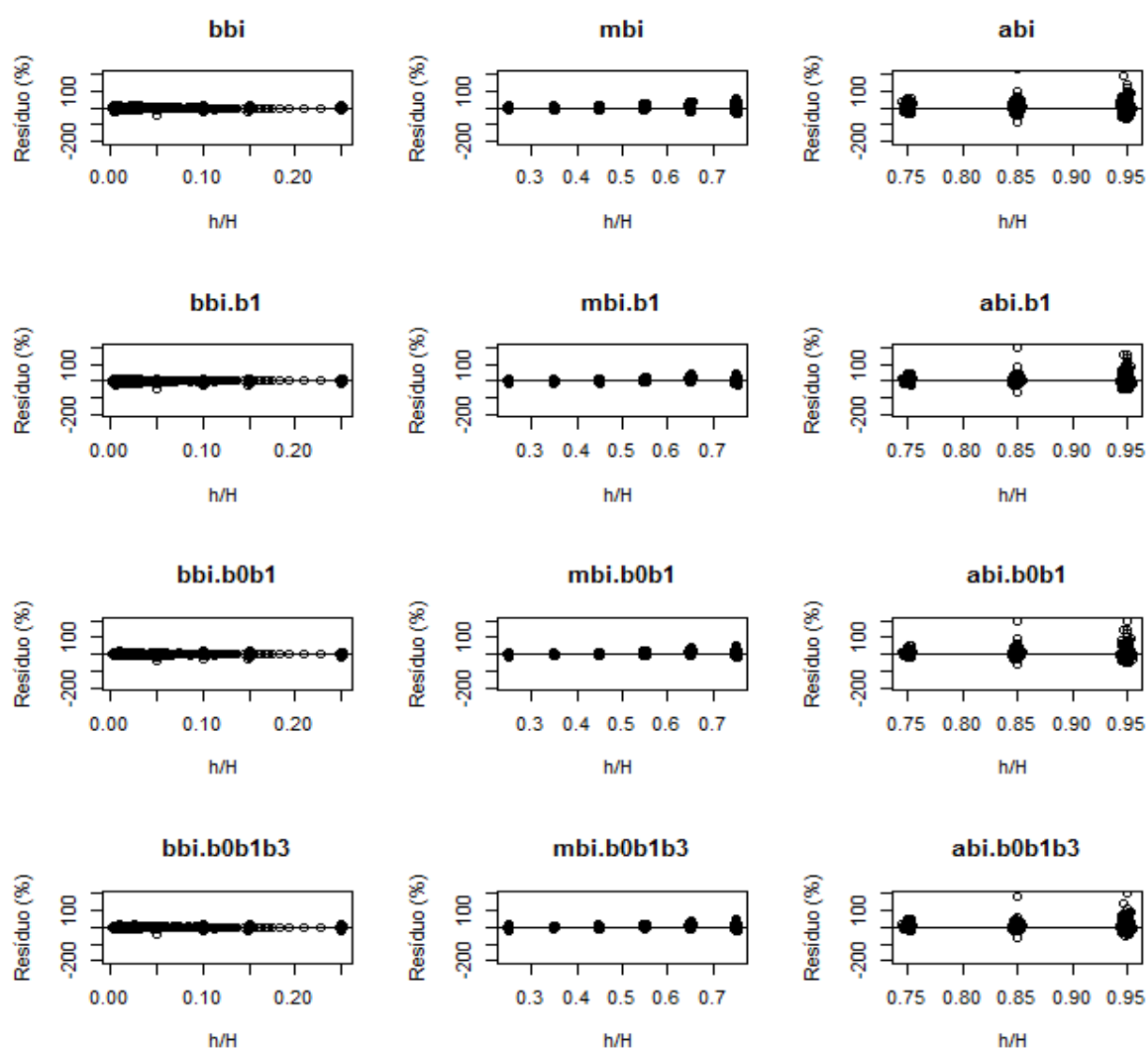


FIGURA 60 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE h/H

4.5 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME A PARTIR DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PELA TÉCNICA DE MODELAGEM DE EFEITOS MISTOS NÃO LINEAR ESTRATIFICADOS POR ÁRVORE

4.5.1 Avaliação das estimativas de volume total

As estimativas de volume total (0,1 m a 95% H) foram analisadas para todos os cenários com 1, 2 ou 3 coeficientes aleatórios das equações NS , S e FV que convergiram para o ajuste em *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*.

a) Função Não segmentada

a1) para *Pinus taeda*

Igualmente como ocorreu com a análise de todos os diâmetros, as variações da equação de Demaerschalk.73.e mais acuradas para estimar o volume total, através das estatísticas (TABELA 39) para cada cenário foram Demaerschalk.73.e. β_3 (Cenário 1), Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$ (Cenário 2) e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$ (Cenário 3).

Isso mostra que o uso da técnica *nlme* melhora as estimativas de volumes totais, ao compará-las com os valores obtidos pela técnica de Smalian e relacionando com as estimativas pelo modelo fixo.

Como aconteceu com as estimativas de diâmetro, os valores das estatísticas foram mais acuradas, a medida que se aumentou o número de coeficientes aleatórios em cada cenário. Como exemplo, tem-se os valores de $Syx(\%) = 7,60\%$ para o modelo fixo, $6,19\%$ para Demaerschalk.73.e. β_3 , $5,42\%$ para Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$ e $4,48\%$ para Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$ (TABELA 39).

Todos as estimativas de volume usando a técnica *nlme* foram melhores ou iguais ao ajuste fixo. A estatística PVE chegou a valores superiores a 0,9900 em todos as variações de melhor desempenho da equação de Demaerschalk.73.e para cada cenário. O valor da estatística melhora a medida que se aumenta o número de coeficientes aleatórios.

TABELA 39 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA A EQUAÇÃO DE *DEMAERCHALK.73.E* E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo								
Demaerschalk.73.e	7,60	-0,00438	0,02214	0,00161	0,00163	0,9844	-5629,7	
Cenário 1								
Demaerschalk.73.e. β_0	7,06	-0,00483	0,02196	0,00159	0,00161	0,9846	-5644,7	4
Demaerschalk.73.e. β_1	7,60	-0,00439	0,02214	0,00161	0,00163	0,9844	-5627,7	3
Demaerschalk.73.e. β_2	6,79	-0,00506	0,01357	0,00054	0,00057	0,9946	-7295,6	2
Demaerschalk.73.e. β_3	6,19	-0,00231	0,00879	0,00022	0,00022	0,9979	-8757,9	1
Cenário 2								
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1$	7,06	-0,00483	0,02196	0,00159	0,00161	0,9846	-5640,7	5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_2$	6,79	-0,00534	0,01232	0,00043	0,00046	0,9957	-7632,4	4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	5,42	-0,00254	0,00853	0,00021	0,00021	0,9980	-8833,2	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2$	6,79	-0,00506	0,01357	0,00054	0,00057	0,9946	-7291,6	3
Demaerschalk.73.e. $\beta_2\beta_3$	6,19	-0,00231	0,00879	0,00022	0,00022	0,9979	-8754,8	2
Cenário 3								
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	4,48	-0,00447	0,00844	0,00020	0,00022	0,9979	-8807,4	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2\beta_3$	6,79	-0,00506	0,01357	0,00054	0,00057	0,9946	-7285,6	2

Pela análise gráfica de resíduos (FIGURA 61) do volume total para *Pinus taeda*, é visto claramente que as variações mais acuradas (Demaerschalk.73.e. β_3 , Demaerchalk.73.3. $\beta_0\beta_3$ e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$) geram realmente estimativas de volume total melhores, com resíduos pequenos e bem próximos do eixo das abscissas. Pode-se notar que nos modelos mais acurados os resíduos não foram superiores -20%, no limite inferior e superiores a 20%, no limite superior.

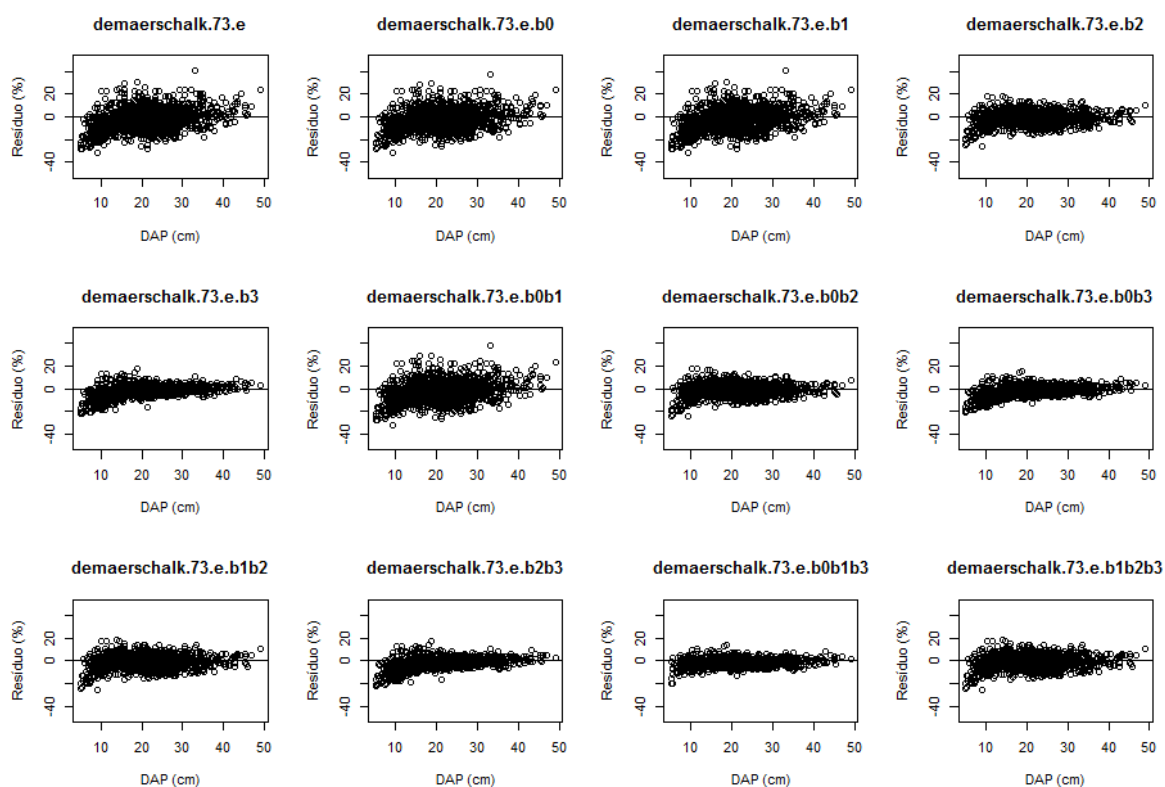


FIGURA 61 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

a2) para *Eucalyptus saligna*

As estatísticas para as estimativas de volume total para *Eucalyptus saligna*, entre as diferentes variações da equação de Demerschalk.73.e com 1, 2 e 3 coeficientes aleatórios tiveram melhor performance em relação as estimativas obtidas com os coeficientes do ajuste de efeito fixo (TABELA 40).

No cenário 1, apenas o coeficiente β_2 melhorou a acurácia das estimativas. As demais variações de ajuste nesse cenário não aumentaram a acurácia de $Syx(\%)$, porém melhoraram os valores de todas as outras estatísticas, como o V que melhorou de 0,0036 para -0,0007, reduzindo a tendência.

No ajuste com dois ou três coeficientes aleatórios, todas as estatísticas das variações foram mais acuradas em relação ao modelo fixo. E como já visto nas avaliações anteriores, o aumento do número de coeficientes melhora as estimativas de volume total, para as variações com melhor desempenho em cada grupo.

Nos cenários 2 e 3, todas as variações da equação de Demerschalk.73.e tiveram valores de $Syx(\%)$ inferiores a 5% e AIC inferiores a -4000.

TABELA 40 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Clas.
Modelo fixo								
Demaerschalk.73.e	5,74	0,00360	0,01151	0,00054	0,00055	0,9908	-3351,9	
Cenário 1								
Demaerschalk.73.e. β_0	5,74	-0,00007	0,01102	0,00045	0,00045	0,9925	-3498,6	2
Demaerschalk.73.e. β_1	5,74	-0,00007	0,01102	0,00045	0,00045	0,9925	-3498,6	2
Demaerschalk.73.e. β_2	5,00	-0,00036	0,00573	0,00011	0,00011	0,9982	-4536,5	1
Demaerschalk.73.e. β_3	5,74	-0,00007	0,01102	0,00045	0,00045	0,9925	-3498,6	2
Cenário 2								
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1$	5,74	-0,00007	0,01102	0,00045	0,00045	0,9925	-3494,6	5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_2$	4,29	-0,00149	0,00367	0,00003	0,00004	0,9994	-5319,6	2
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	4,20	0,00004	0,00509	0,00009	0,00009	0,9985	-4669,7	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2$	4,65	-0,00068	0,00387	0,00006	0,00006	0,9990	-4963,9	3
Demaerschalk.73.e. $\beta_2\beta_3$	4,88	-0,00014	0,00349	0,00004	0,00004	0,9994	-5293,2	4
Cenário 3								
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,46	-0,00110	0,00441	0,00008	0,00008	0,9987	-4762,6	1
Demaerschalk.73.e. $\beta_1\beta_2\beta_3$	4,65	-0,00068	0,00387	0,00006	0,00006	0,9990	-4957,9	2

Nos gráficos de resíduos das estimativas de volume para a equação de Demaerschalk.73.e e suas variações, as variações com melhor desempenho corroboram os resultados de V, não apresentando tendência. Pode-se notar que a pequena tendência em superestimar os volumes para DAP < 10 cm em alguns ajustes, não existem nas combinações mais acuradas em cada cenário.

Os gráficos de resíduos de volume são facilmente correlacionados com as estatísticas utilizadas na seleção das melhores equações em cada cenário.

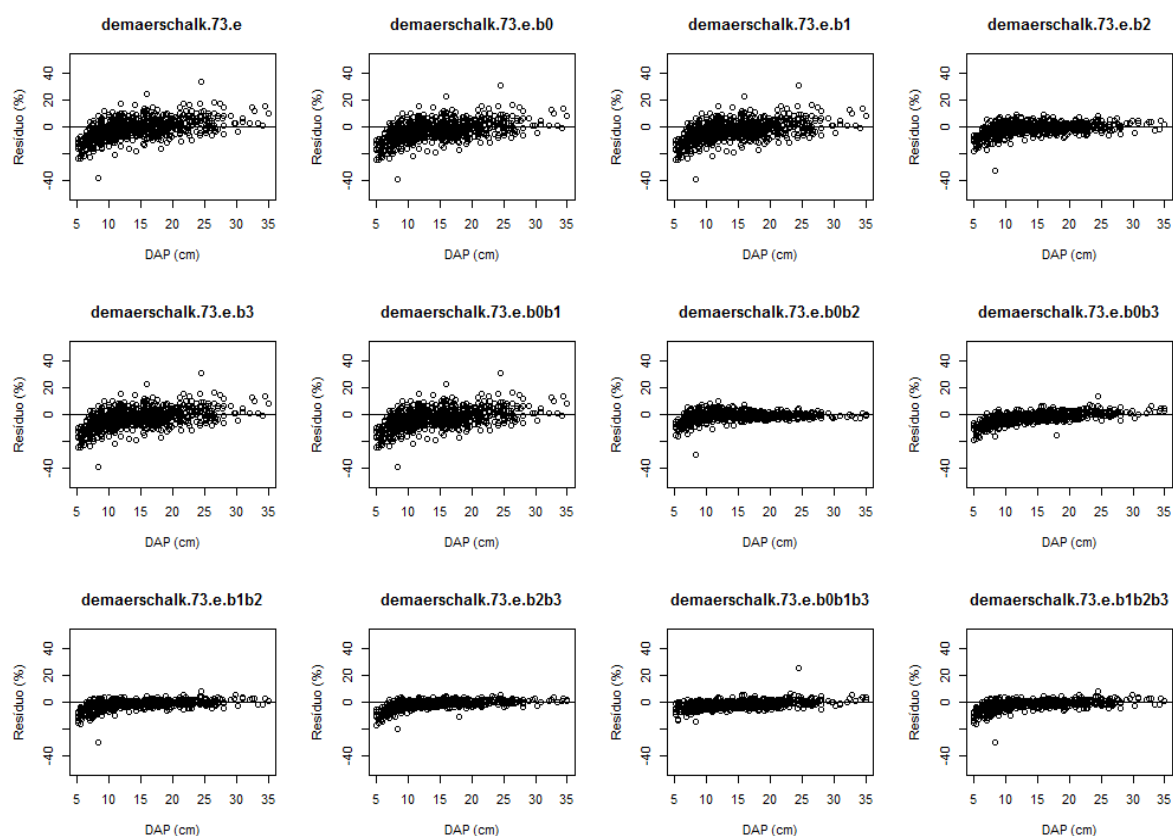


FIGURA 62 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b) Função Segmentada

b1) para *Pinus taeda*

Nas estimativas de volume total para Clark, no cenário 1, apenas o coeficiente aleatório β_5 aumentou a acurácia das estatísticas das estimativas (TABELA 41). Essa situação ocorreu também para as estimativas de diâmetro para a equação de Clark.

Utilizando dois coeficiente aleatórios, diferente dos resultados para diâmetro, a variação com melhor desempenho da equação utilizou os coeficientes β_3 e β_5 como aleatórios, enquanto no diâmetro foi com β_2 e β_5 como coeficientes aleatórios. Ao comparar-se as melhores variações em cada cenário, pode-se observar que os resultados utilizando dois e três coeficientes aleatórios (β_2 , β_3 e β_5) não geram uma melhora significativa em relação aos valores das estatísticas já obtidas na melhor variação do cenário 1.

No cenário 1, a maioria das combinações de coeficientes aleatórios não gera melhora nas estimativas de volume. Isso ocorre também nas combinações com dois e três coeficientes aleatórios em que β_5 não participa da combinação.

Pode-se dizer que no caso do volume total para a equação de Clark e suas variações, a variável relacionada ao coeficiente β_5 é que mais influencia no ajuste dos modelos, melhorando a performance em mais de 60% nas estatísticas $Syx(\%)$ e AIC .

TABELA 41 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* PARA A EQUAÇÃO DE CLARK COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo								
Clark	13,56	-0,00478	0,02282	0,00168	0,00170	0,9838	-5557,6	
Cenário 1								
Clark. β_1	13,59	-0,00523	0,02293	0,00168	0,00171	0,9837	-5549,1	5
Clark. β_2	13,56	-0,00480	0,02279	0,00168	0,00170	0,9838	-5556,8	3
Clark. β_3	13,57	-0,00471	0,02293	0,00168	0,00171	0,9837	-5553,2	4
Clark. β_4	13,55	-0,00482	0,02281	0,00168	0,00170	0,9838	-5557,2	2
Clark. β_5	5,16	-0,00092	0,00933	0,00025	0,00025	0,9976	-8598,8	1
Cenário 2								
Clark. $\beta_1\beta_2$	13,59	-0,00524	0,02286	0,00168	0,00171	0,9837	-5547,4	9
Clark. $\beta_1\beta_3$	13,58	-0,00506	0,02289	0,00168	0,00170	0,9837	-5547,4	7
Clark. $\beta_1\beta_4$	13,59	-0,00491	0,02292	0,00168	0,00171	0,9837	-5550,1	8
Clark. $\beta_1\beta_5$	5,04	-0,00166	0,00910	0,00023	0,00023	0,9978	-8674,4	4
Clark. $\beta_2\beta_3$	13,57	-0,00468	0,02288	0,00168	0,00170	0,9837	-5551,1	5
Clark. $\beta_2\beta_5$	4,89	-0,00096	0,00863	0,00022	0,00022	0,9979	-8764,6	1
Clark. $\beta_3\beta_4$	13,58	-0,00474	0,02292	0,00169	0,00171	0,9837	-5548,3	6
Clark. $\beta_3\beta_5$	5,00	-0,00087	0,00896	0,00023	0,00023	0,9978	-8698,3	3
Clark. $\beta_4\beta_5$	4,99	-0,00099	0,00895	0,00023	0,00023	0,9978	-8701,8	2
Cenário 3								
Clark. $\beta_1\beta_2\beta_3$	13,59	-0,00498	0,02283	0,00168	0,00170	0,9837	-5544,1	3
Clark. $\beta_1\beta_2\beta_5$	4,42	-0,00213	0,00755	0,00018	0,00018	0,9983	-9084,3	2
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	4,30	-0,00110	0,00728	0,00017	0,00017	0,9984	-9165,2	1

Os melhores gráficos de resíduos das estimativas de volume total das variações de Clark em cada cenário (FIGURA 63), ou seja, os gráficos dos ajustes com $Syx(\%) < 6,00\%$ têm seus resíduos distribuídos de forma homogênea. Os demais gráficos têm distribuições semelhantes ao apresentado pela equação de Clark ajustada por *nls*.

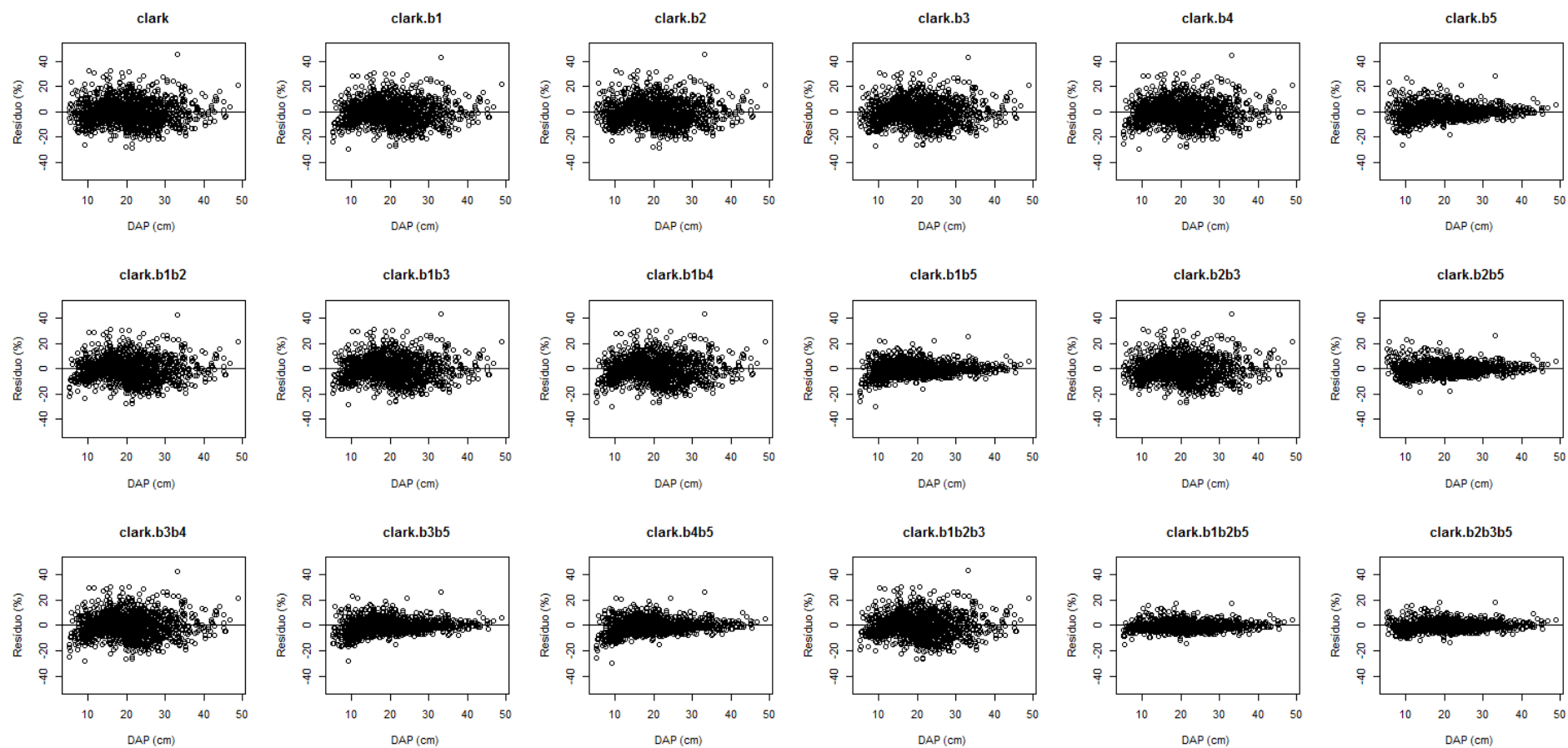


FIGURA 63 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b2) para *Eucalyptus saligna*

Pelos resultados das estatísticas para as estimativas de volume total para a equação de Clark e suas variações para *Eucalyptus saligna* (TABELA 42), têm-se que as melhores em cada grupo foram as mesmas para Pinus (Clark. β_5 , Clark. $\beta_2\beta_5$) para os cenários 1 e 2.

Como no ajuste em função do diâmetro, apenas Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$ convergiu no cenário 3, apenas essa variação foi utilizada também para avaliar as estimativas de volume total. Seus resultados não foram bons, não melhorando a acurácia das estimativas de volume. Isso reforça o fato do coeficiente β_5 estar presente na combinação de ajuste, pois combinações com esse coeficiente resultam em estimativas melhores de diâmetro e volume.

Carvalho (2013), utilizando a modelagem de efeito misto para avaliar estimativas de altura e volume em um modelo de afilamento ajustado em função da variável h em fustes de Eucalipto, concluiu que a utilização da técnica melhora as estimativas de altura e volume total por árvore. Mesmo resultado ocorreu nos resultados deste estudo.

TABELA 42 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* PARA A EQUAÇÃO DE CLARK COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo								
Clark	10,04	-0,00515	0,01197	0,00045	0,00048	0,9920	-3447,7	
Cenário 1								
Clark. β_1	9,89	-0,00490	0,01177	0,00044	0,00046	0,9923	-3468,6	4
Clark. β_2	9,91	-0,00468	0,01184	0,00044	0,00046	0,9922	-3465,9	5
Clark. β_3	9,81	-0,00462	0,01171	0,00044	0,00046	0,9924	-3479,8	2
Clark. β_4	9,88	-0,00465	0,01176	0,00044	0,00046	0,9923	-3470,2	3
Clark. β_5	4,77	-0,00282	0,00607	0,00010	0,00011	0,9982	-4518,9	1
Cenário 2								
Clark. $\beta_1\beta_2$	9,90	-0,00507	0,01175	0,00044	0,00046	0,9923	-3465,0	6
Clark. $\beta_2\beta_3$	9,82	-0,00468	0,01169	0,00043	0,00046	0,9924	-3476,3	5
Clark. $\beta_2\beta_5$	4,46	-0,00262	0,00553	0,00009	0,00009	0,9984	-4614,6	1
Clark. $\beta_3\beta_4$	9,82	-0,00462	0,01171	0,00044	0,00046	0,9924	-3475,8	4
Clark. $\beta_3\beta_5$	4,55	-0,00282	0,00573	0,00009	0,00010	0,9984	-4583,9	2
Clark. $\beta_4\beta_5$	4,60	-0,00285	0,00578	0,00009	0,00010	0,9983	-4567,4	3
Cenário 3								
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_4$	9,82	-0,00463	0,01167	0,00043	0,00045	0,9924	-3472,9	1

Nos gráficos de resíduos das estimativas de volume total para a equação de Clark e suas variações (FIGURA 64), nota-se que apenas as equações com melhor desempenho em cada cenário diferiram do modelo fixo, com seus resíduos mais próximos ao eixo das abscissas.

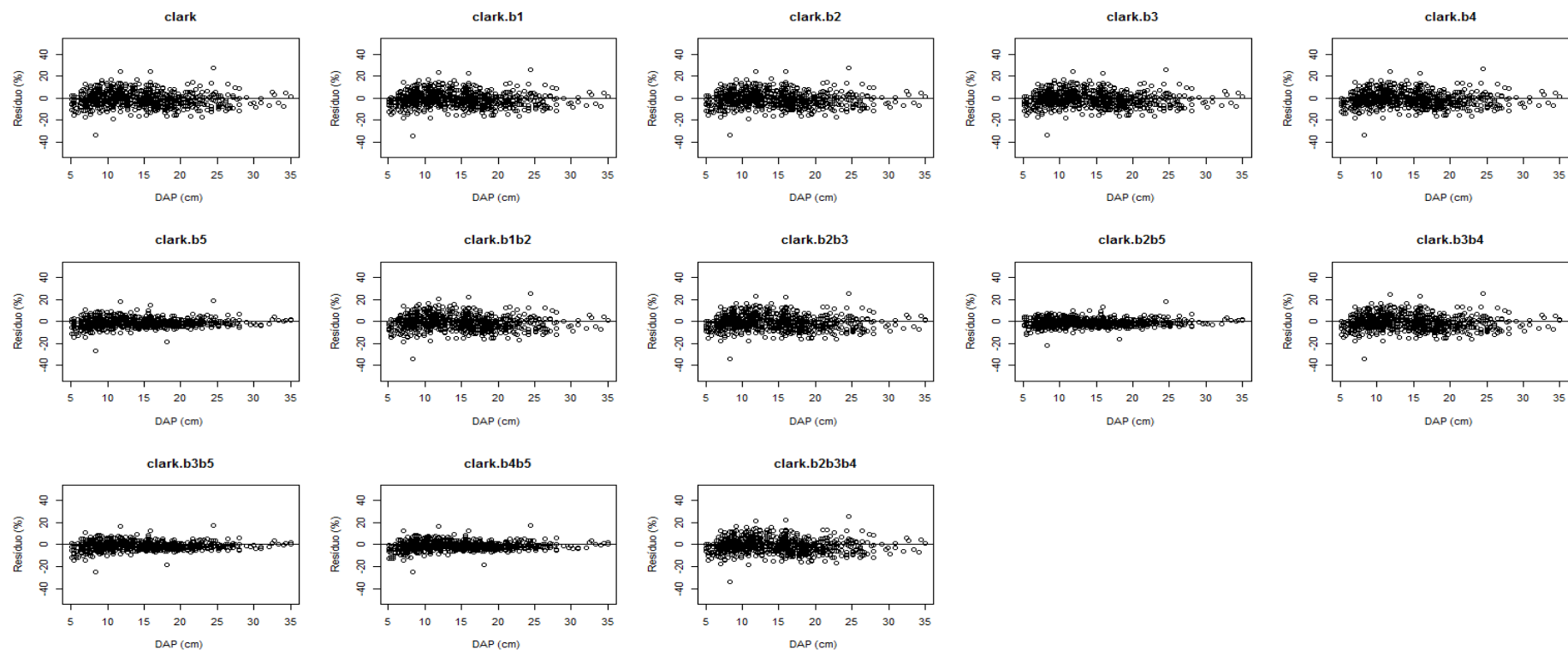


FIGURA 64 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

c) Função de Forma Variável

c1) para *Pinus taeda*

Assim, como nas equações NS e S, as estimativas de volume totais foram melhoradas com o uso da técnica *nlme* em todos os cenários para o modelo de Bi. Apenas a variação com três coeficientes aleatórios $Bi.\beta_0\beta_1\beta_3$, teve melhor desempenho tanto para as estimativas de diâmetro como de volume.

Nos cenários 1 e 2, as melhores variações foram $Bi.\beta_4$ e $Bi.\beta_1\beta_6$ (TABELA 43). No cenário1, as melhores estimativas de volume total, aumentaram a acurácia da estatística $Syx(\%)$ em mais de 50% utilizando apenas o coeficiente β_4 . Nesse mesmo cenário, o coeficiente que menos gera melhoria nas estimativas foi o β_2 .

Em relação aos modelos de Demaerschalk.73.e e Clark, para *Pinus taeda*, apenas nas variações de Bi, o valor de $Syx(\%)$ chegou a 3% nos cenários com dois ou três coeficientes aleatórios. Os resultados das estimativas de volume total em Bi, foram mais acurados que Demaerschalk.73.e e Clark na modelagem por *nls* e na modelagem por *nlme*. Logo, as estimativas de volume total por *nlme* na equação de FV devem ser utilizadas nas estimativas de volume.

TABELA 43 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* PARA A EQUAÇÃO DE BI COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo								
Bi	12,17	-0,00337	0,02035	0,00136	0,94646	0,9869	-5896,8	
Cenário 1								
$Bi.\beta_0$	5,62	-0,00270	0,01007	0,00029	0,58527	0,9972	-8328,7	2
$Bi.\beta_1$	5,75	-0,00259	0,00979	0,00030	0,60249	0,9971	-8259,2	4
$Bi.\beta_2$	9,20	-0,00284	0,01530	0,00077	0,67817	0,9925	-6778,4	7
$Bi.\beta_3$	5,63	-0,00270	0,01015	0,00029	0,58696	0,9972	-8326,1	3
$Bi.\beta_4$	5,60	-0,00271	0,01010	0,00028	0,59585	0,9972	-8343,0	1
$Bi.\beta_5$	6,37	-0,00267	0,01092	0,00037	0,63127	0,9964	-7936,9	5
$Bi.\beta_6$	6,37	-0,00268	0,01090	0,00037	0,63143	0,9964	-7936,4	6
Cenário 2								
$Bi.\beta_0\beta_1$	5,44	-0,00254	0,00934	0,00027	0,40652	0,9974	-8431,8	8
$Bi.\beta_0\beta_2$	5,23	-0,00243	0,00895	0,00025	0,37883	0,9976	-8552,1	5
$Bi.\beta_0\beta_3$	5,57	-0,00247	0,00987	0,00028	0,47510	0,9973	-8353,8	13
$Bi.\beta_0\beta_4$	5,62	-0,00270	0,01007	0,00028	0,58577	0,9972	-8329,7	15
$Bi.\beta_0\beta_5$	5,61	-0,00260	0,00981	0,00028	0,44722	0,9972	-8331,0	14
$Bi.\beta_0\beta_6$	5,62	-0,00260	0,00982	0,00029	0,44786	0,9972	-8327,4	16
$Bi.\beta_1\beta_2$	5,53	-0,00270	0,00957	0,00028	0,42535	0,9973	-8377,7	11
$Bi.\beta_1\beta_3$	5,32	-0,00254	0,00920	0,00026	0,41865	0,9975	-8498,3	6

Continua

								Conclusão
Bi. $\beta_1\beta_4$	5,43	-0,00252	0,00929	0,00027	0,41349	0,9974	-8434,8	7
Bi. $\beta_1\beta_5$	3,75	-0,00199	0,00651	0,00013	0,49758	0,9988	-9605,0	2
Bi. $\beta_1\beta_6$	3,68	-0,00198	0,00647	0,00012	0,49942	0,9988	-9658,8	1
Bi. $\beta_2\beta_3$	5,02	-0,00234	0,00856	0,00023	0,36857	0,9978	-8684,2	3
Bi. $\beta_2\beta_4$	5,23	-0,00245	0,00901	0,00025	0,38650	0,9976	-8553,4	4
Bi. $\beta_2\beta_5$	6,12	-0,00276	0,01063	0,00034	0,45775	0,9967	-8060,3	19
Bi. $\beta_2\beta_6$	6,12	-0,00277	0,01060	0,00034	0,45818	0,9967	-8059,8	20
Bi. $\beta_3\beta_4$	5,53	-0,00255	0,00992	0,00028	0,51069	0,9973	-8376,1	12
Bi. $\beta_3\beta_5$	5,49	-0,00257	0,00964	0,00027	0,45135	0,9973	-8402,4	9
Bi. $\beta_3\beta_6$	5,49	-0,00257	0,00964	0,00027	0,45200	0,9973	-8398,9	10
Bi. $\beta_4\beta_5$	5,62	-0,00259	0,00982	0,00029	0,45437	0,9972	-8326,4	17
Bi. $\beta_4\beta_6$	5,62	-0,00259	0,00981	0,00029	0,45520	0,9972	-8325,4	18
Bi. $\beta_5\beta_6$	6,36	-0,00267	0,01090	0,00037	0,63032	0,9964	-7936,5	21
Cenário 3								
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_2$	5,18	-0,00230	0,00876	0,00024	0,34305	0,9976	-8581,3	11
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,15	-0,00184	0,00536	0,00009	0,26066	0,9991	-10145,4	1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_5$	3,77	-0,00196	0,00638	0,00013	0,28235	0,9988	-9585,1	4
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_6$	3,75	-0,00196	0,00640	0,00013	0,28567	0,9988	-9595,1	3
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_3$	4,96	-0,00225	0,00836	0,00022	0,33865	0,9978	-8721,1	10
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_4$	5,18	-0,00233	0,00889	0,00024	0,35279	0,9976	-8581,1	12
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_5$	3,88	-0,00212	0,00662	0,00013	0,32388	0,9987	-9489,2	6
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_6$	3,86	-0,00212	0,00662	0,00013	0,32655	0,9987	-9508,9	5
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_4$	4,77	-0,00221	0,00801	0,00021	0,33351	0,9980	-8840,9	7
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_5$	4,82	-0,00220	0,00809	0,00021	0,33113	0,9980	-8809,8	8
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_6$	4,82	-0,00220	0,00810	0,00021	0,33176	0,9980	-8809,0	9
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_5$	3,30	-0,00197	0,00579	0,00010	0,20065	0,9990	-10001,2	2
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_6$	5,36	-0,00251	0,00923	0,00026	0,20305	0,9975	-8473,6	13
Bi. $\beta_4\beta_5\beta_6$	5,61	-0,00260	0,00977	0,00028	0,20328	0,9972	-8328,1	14

Pelos resultados dos resíduos das estimativas de volume total para a equação de Bi (FIGURA 65) as melhores variações em cada cenário, têm valores de resíduos próximos a zero.

Os resíduos das variações mais acuradas, estão paralelamente distribuídos ao eixo das abscissas em todas as classes de *DAP* com resíduos tendo limite inferior de -20% e superior de 20%.

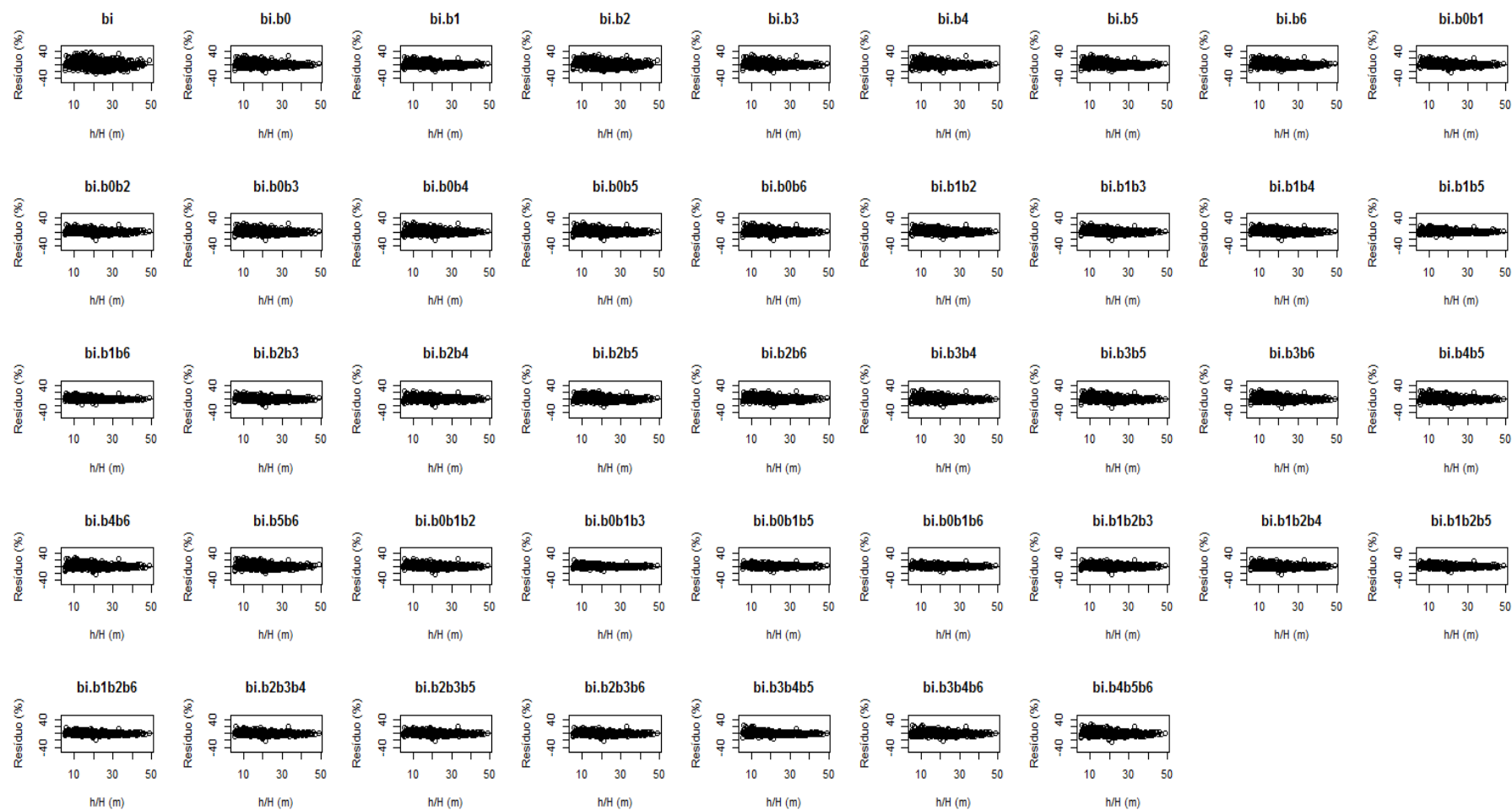


FIGURA 65 - RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

c2) para *Eucalyptus saligna*

A técnica *nlme* também melhorou as estimativas de volumes totais para *Eucalyptus saligna* (TABELA 44), utilizando a equação de Bi. Os resultados das estatísticas demonstram resultados mais acurados que o modelo fixo em todas as combinações.

As variações mais acuradas tiveram valores de $Syx(\%)$ na casa dos 4,00% no cenário 1 e na casa dos 3,00% para os cenários com dois ou três coeficientes aleatórios. As variações com melhor performance foram $Bi.\beta_3$, $Bi.\beta_1\beta_6$ e $Bi.\beta_0\beta_1\beta_3$.

Assim como para o *Pinus*, as estimativas de volume total foram mais acuradas nas variações de Bi em relação a Demaerschalk.73.e e Clark. Pelos estudos apresentados até o momento, é fato que as equações de forma variável estimam de forma mais acurada as estimativas das variáveis dendrométricas e o uso da técnica *nlme* melhora ainda mais as estimativas dessas variáveis em relação ao ajuste fixo.

TABELA 44 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PELA TÉCNICA *nls* E *nlme* PARA A EQUAÇÃO DE BI COM 1, 2 OU 3 COEFICIENTES ALEATÓRIOS PARA *Eucalyptus saligna*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC	Classif.
Modelo fixo								
Bi	8,30	-0,00233	0,00972	0,00032	0,11048	0,9945	-3721,3	
Cenário 1								
$Bi.\beta_0$	4,79	-0,00216	0,00591	0,00010	0,10992	0,9982	-4512,5	2
$Bi.\beta_1$	5,03	-0,00216	0,00595	0,00012	0,10984	0,9980	-4440,8	4
$Bi.\beta_2$	6,60	-0,00216	0,00768	0,00020	0,10988	0,9966	-4049,3	7
$Bi.\beta_3$	4,71	-0,00216	0,00588	0,00010	0,10992	0,9982	-4536,7	1
$Bi.\beta_4$	4,81	-0,00218	0,00608	0,00010	0,10991	0,9982	-4506,6	3
$Bi.\beta_5$	5,39	-0,00217	0,00644	0,00013	0,10995	0,9977	-4340,9	5
$Bi.\beta_6$	5,39	-0,00217	0,00644	0,00013	0,10995	0,9977	-4340,0	6
Cenário 2								
$Bi.\beta_0\beta_1$	4,89	-0,00207	0,00584	0,00011	0,10979	0,9981	-4479,5	14
$Bi.\beta_0\beta_2$	4,83	-0,00210	0,00579	0,00011	0,10977	0,9982	-4497,6	10
$Bi.\beta_0\beta_3$	4,67	-0,00208	0,00573	0,00010	0,10987	0,9983	-4547,2	3
$Bi.\beta_0\beta_4$	4,82	-0,00216	0,00592	0,00011	0,10994	0,9982	-4499,5	9
$Bi.\beta_0\beta_5$	4,84	-0,00210	0,00585	0,00011	0,10993	0,9981	-4492,8	12
$Bi.\beta_0\beta_6$	4,85	-0,00210	0,00585	0,00011	0,10993	0,9981	-4491,4	13
$Bi.\beta_1\beta_2$	4,99	-0,00213	0,00593	0,00011	0,10982	0,9980	-4449,2	18
$Bi.\beta_1\beta_3$	4,73	-0,00208	0,00568	0,00010	0,10984	0,9982	-4526,0	8
$Bi.\beta_1\beta_4$	4,92	-0,00208	0,00582	0,00011	0,10985	0,9981	-4469,6	17
$Bi.\beta_1\beta_5$	4,04	-0,00205	0,00493	0,00007	0,10954	0,9987	-4755,1	2
$Bi.\beta_1\beta_6$	3,94	-0,00204	0,00483	0,00007	0,10948	0,9988	-4790,5	1
$Bi.\beta_2\beta_3$	4,68	-0,00208	0,00563	0,00010	0,10976	0,9983	-4543,2	4

Continua

								Conclusão
Bi. $\beta_2\beta_4$	4,84	-0,00211	0,00587	0,00011	0,10978	0,9981	-4493,3	11
Bi. $\beta_2\beta_5$	5,40	-0,00214	0,00640	0,00013	0,10984	0,9977	-4336,1	20
Bi. $\beta_2\beta_6$	5,41	-0,00214	0,00640	0,00013	0,10984	0,9977	-4335,0	21
Bi. $\beta_3\beta_4$	4,69	-0,00212	0,00580	0,00010	0,10990	0,9983	-4540,9	5
Bi. $\beta_3\beta_5$	4,72	-0,00209	0,00573	0,00010	0,10991	0,9982	-4529,2	6
Bi. $\beta_3\beta_6$	4,73	-0,00209	0,00573	0,00010	0,10991	0,9982	-4528,4	7
Bi. $\beta_4\beta_5$	4,90	-0,00210	0,00592	0,00011	0,10994	0,9981	-4475,6	16
Bi. $\beta_4\beta_6$	4,90	-0,00210	0,00590	0,00011	0,10994	0,9981	-4477,3	15
Bi. $\beta_5\beta_6$	5,40	-0,00217	0,00644	0,00013	0,10995	0,9977	-4336,9	19
Cenário 3								
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_2$	4,84	-0,00204	0,00577	0,00011	0,10972	0,9982	-4492,6	10
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	3,69	-0,00196	0,00453	0,00006	0,10931	0,9989	-4883,2	1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_4$	4,95	-0,00196	0,00586	0,00006	0,10981	0,9981	-4460,1	15
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_5$	4,23	-0,00199	0,00502	0,00008	0,10950	0,9986	-4684,7	5
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_6$	4,17	-0,00198	0,00496	0,00008	0,10945	0,9986	-4706,4	4
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_3$	4,68	-0,00204	0,00561	0,00010	0,10972	0,9983	-4539,5	9
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_4$	4,90	-0,00205	0,00584	0,00011	0,10976	0,9981	-4472,8	13
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_5$	3,94	-0,00201	0,00480	0,00007	0,10965	0,9988	-4788,0	3
Bi. $\beta_1\beta_2\beta_6$	3,87	-0,00200	0,00472	0,00007	0,10963	0,9988	-4813,2	2
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_4$	4,65	-0,00205	0,00552	0,00010	0,10973	0,9983	-4550,0	8
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_5$	4,60	-0,00203	0,00551	0,00010	0,10970	0,9983	-4565,9	7
Bi. $\beta_2\beta_3\beta_6$	4,59	-0,00203	0,00551	0,00010	0,10970	0,9983	-4566,3	6
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_5$	4,90	-0,00208	0,00576	0,00011	0,10993	0,9981	-4473,7	12
Bi. $\beta_3\beta_4\beta_6$	4,88	-0,00208	0,00574	0,00011	0,10993	0,9981	-4478,8	11
Bi. $\beta_4\beta_5\beta_6$	4,91	-0,00210	0,00592	0,00011	0,10994	0,9981	-4469,6	14

Os resultados dos resíduos das estimativas de volume total para Bi e suas variações (FIGURA 66) que foram mais acuradas têm valores pequenos. Desse modo, os resíduos nos diferentes diâmetros ficam entre o limite superior de 20% e o inferior de -20%.

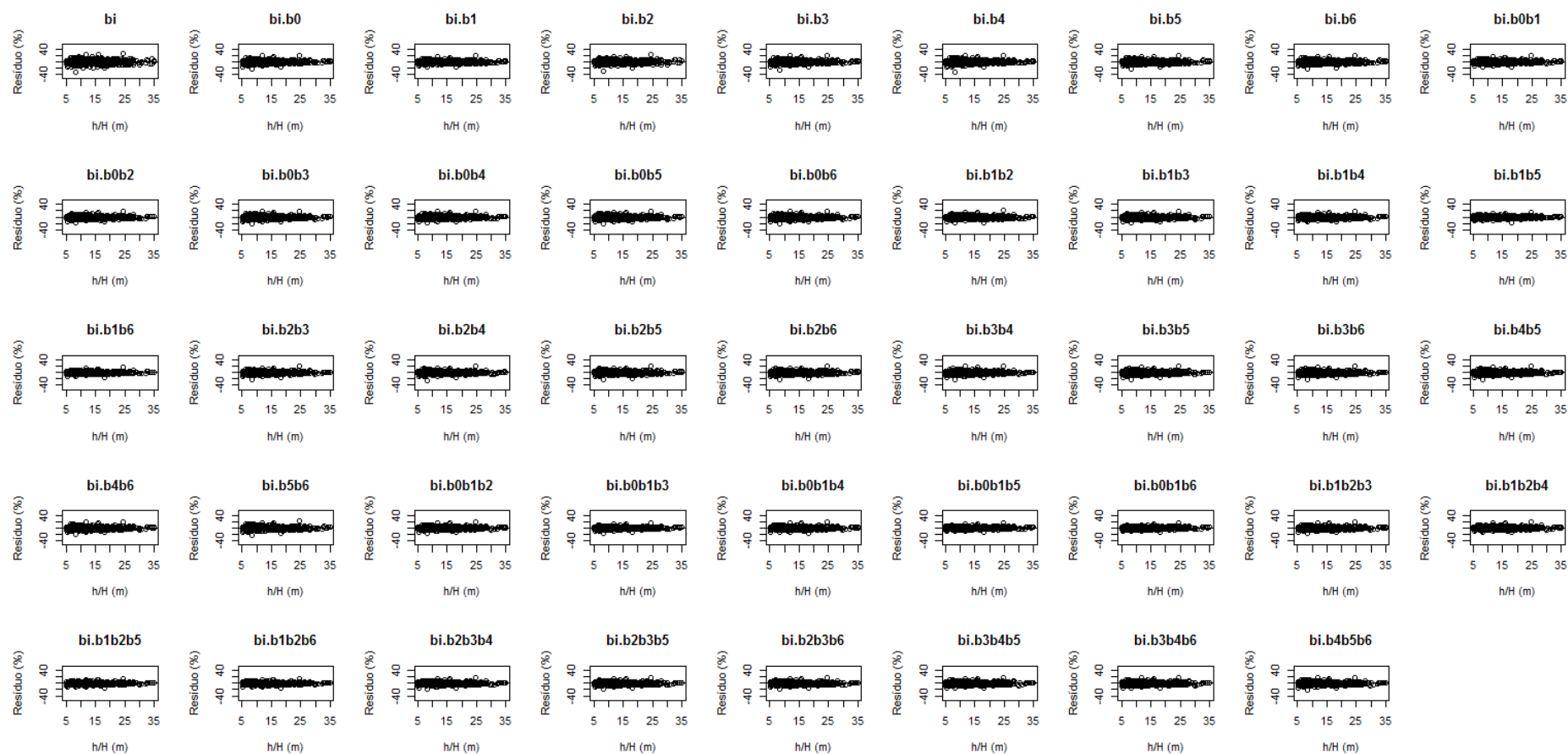


FIGURA 66 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE *DAP* (cm)

4.5.2 Avaliação das estimativas de volumes parciais de 0,1 m a 25% H , de 25 a 75% H e de 75 a 95% H .

Para o estudo dos volumes parciais nas três partes (base, parte central e ápice) segundo a estratificação proposta nesse estudo, apenas a melhor variação de cada equação em cada cenário para o grupo de modelos NS , S e FV para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna* foi utilizada.

As variações das equações mais acuradas, para volume total, para cada espécie foram comparadas com as estatísticas das estimativas do modelo de efeito fixo nas três estratificações propostas no estudo.

a) Função Não segmentada

a1) para *Pinus taeda*

Como ocorreu para o diâmetro, o uso de apenas um coeficiente aleatório melhorou as estimativas de volume da parte central e do ápice, através da técnica *nlme* (TABELA 45). Isso comprova novamente que os modelos de afilamento ajustados pela técnica de regressão não linear estimam com maior acurácia as variáveis dendrométricas mais próximas a base.

TABELA 45 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H , E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Demaerschalk.73.e	11,17	0,00366	0,00802	0,00027	1,15973	0,9884	-8379,5
Demaerschalk.73.e. β_3	10,49	0,00405	0,00793	0,00023	1,12525	0,9898	-8577,7
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	10,19	0,00397	0,00761	0,00022	0,73151	0,9904	-8665,4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	7,64	0,00253	0,00493	0,00013	0,31861	0,9946	-9570,7
25 a 75% H							
Demaerschalk.73.e	21,63	-0,00872	0,01775	0,00091	1,68322	0,9611	-6427,8
Demaerschalk.73.e. β_3	10,81	-0,00750	0,00878	0,00019	0,62608	0,9903	-8612,5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	10,87	-0,00770	0,00881	0,00019	0,61983	0,9902	-8592,2
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	11,18	-0,00844	0,00922	0,00019	0,57370	0,9896	-8501,2
75 a 95% H							
Demaerschalk.73.e	53,25	0,00067	0,00264	0,00002	1,36553	0,7828	-12443,1
Demaerschalk.73.e. β_3	30,15	0,00114	0,00154	0,00001	0,66688	0,9304	-14233,4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	30,82	0,00119	0,00157	0,00001	0,67546	0,9273	-14162,2
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	34,94	0,00144	0,00171	0,00001	0,70278	0,9068	-13764,6

Para o volume da base, apenas a variação da equação de Demaerschalk com três coeficientes melhorou de forma efetiva as estatísticas dos volumes. No caso do volume da parte central e do ápice, o uso da variação Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$ piorou os resultados da estatísticas de $Syx(\%)$ para os volumes da parte central e ápice em relação a Demaerschalk.73.e. β_3 e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$.

Nas estimativas de volumes parciais para *Pinus taeda*, o coeficiente β_3 é o que mais influenciou nos resultados das estatísticas, principalmente na parte central e no ápice. Para o modelo com coeficientes médios, esses volumes são os mais acurados, ou seja, o uso de apenas um coeficiente aleatório já traz resultados muito acurados, principalmente na parte central do fuste, comercialmente mais importante.

A distribuição dos resíduos para os volumes da base, da parte média e do ápice para *Pinus taeda* com o uso da equação de Demaerschalk.73 e suas variações (FIGURA 67) juntamente com as estatísticas, mostram que realmente no volume da base só há percepção do aumento da acurácia das estimativas de volume com o uso de três coeficientes aleatórios

Para a porção mediana e o ápice, nota-se que as três variações da equação melhoram das estimativas em relação ao ajuste fixo.

Comparando os gráficos de resíduos das variações em cada parte, na base nota-se diferença de distribuição de resíduos apenas no cenário 3. Na parte central os três gráficos são bem semelhantes, como pode ser corroborado pelas estatísticas.

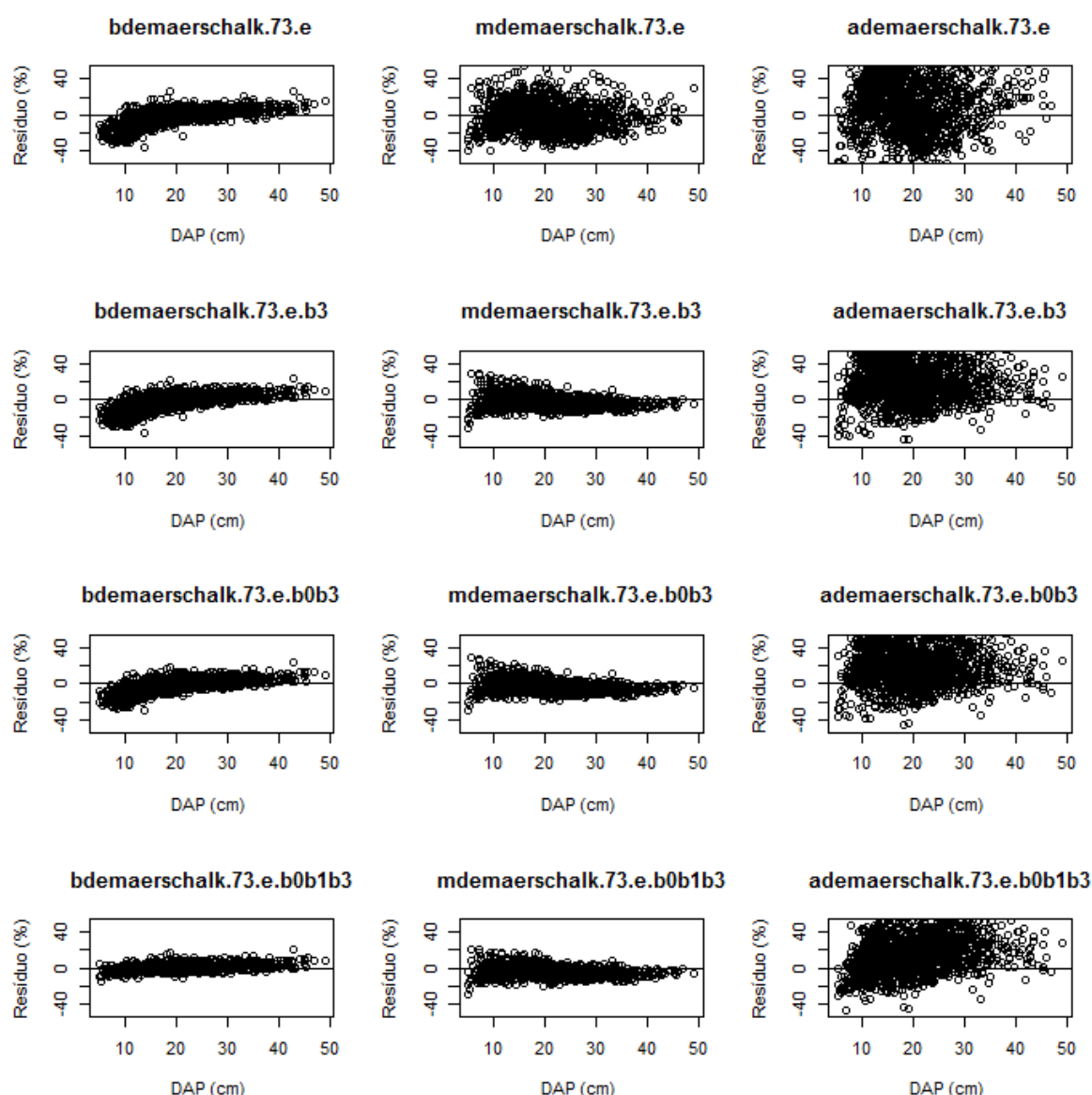


FIGURA 67 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

a2) para *Eucalyptus saligna*

Para *Eucalyptus saligna*, as variações das equações de Demaerschalk.73.e aumentaram a acurácia dos volumes parciais nas três estratificações avaliadas (TABELA 46). Na base e na parte central, o uso de apenas um coeficiente aleatório já melhora os resultados das estimativas de volume.

Entre as variações mais adequadas para estimar o volume em cada porção têm-se Demaerschalk.73.e. β_2 para o volume da base, Demaerschalk.73. $\beta_0\beta_3$ para o volume da parte média do fuste e Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$ para o volume do ápice.

TABELA 46 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H , E DE 75 A 95% H PARA O MODELO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Demaerschalk.73.e	9,04	0,00108	0,00440	0,00009	0,43799	0,9933	-4626,5
Demaerschalk.73.e. β_2	4,94	0,00093	0,00252	0,00003	0,31640	0,9980	-5495,9
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	7,79	0,00104	0,00389	0,00007	0,26386	0,9951	-4837,6
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	5,94	0,00024	0,00275	0,00004	0,13928	0,9971	-5224,9
25 a 75% H							
Demaerschalk.73.e	12,5	-0,00077	0,00699	0,00016	0,30689	0,9879	-4218,0
Demaerschalk.73.e. β_2	8,73	-0,00082	0,00490	0,00008	0,21079	0,9941	-4737,4
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	5,07	-0,00076	0,00287	0,00003	0,12861	0,9980	-5517,9
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	5,65	-0,00126	0,00302	0,00003	0,12061	0,9976	-5360,0
75 a 95% H							
Demaerschalk.73.e	31,6	-0,00037	0,00157	0,00001	0,47611	0,9263	-6448,1
Demaerschalk.73.e. β_2	29,8	-0,00047	0,00151	0,00001	0,44148	0,9345	-6530,5
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_3$	17,2	-0,00024	0,00083	0,00000	0,23698	0,9783	-7323,0
Demaerschalk.73.e. $\beta_0\beta_1\beta_3$	15,6	-0,00008	0,00072	0,00000	0,22130	0,9823	-7462,8

O uso de apenas um coeficiente aleatório, praticamente não influencia as estimativas dos volumes mais próximas da base do fuste. Porém o uso de apenas um coeficiente já melhora as estimativas de volume para o ápice e para a porção central.

No gráfico de resíduos dos volumes parciais para *Eucalyptus saligna* para a equação de Demarschalk.73.e e suas variações ajustadas pela técnica *nlme* (FIGURA 68), as estimativas foram mais acuradas que as obtidas pelo ajuste fixo. Nota-se na base que a inclusão de um coeficiente aleatório, no caso β_2 , melhora os valores das estimativas para todos os fustes de Eucalipto.

Para as estimativas de volume da parte central e do ápice, diferenças entre os gráficos dos cenários 2 e 3 são imperceptíveis entre si, porém tiveram melhor desempenho que as estimativas no modelo fixo.

A técnica *nlme* melhorou de forma menos significativa os volumes do ápice em todas as classes de *DAP* em relação ao modelo fixo.

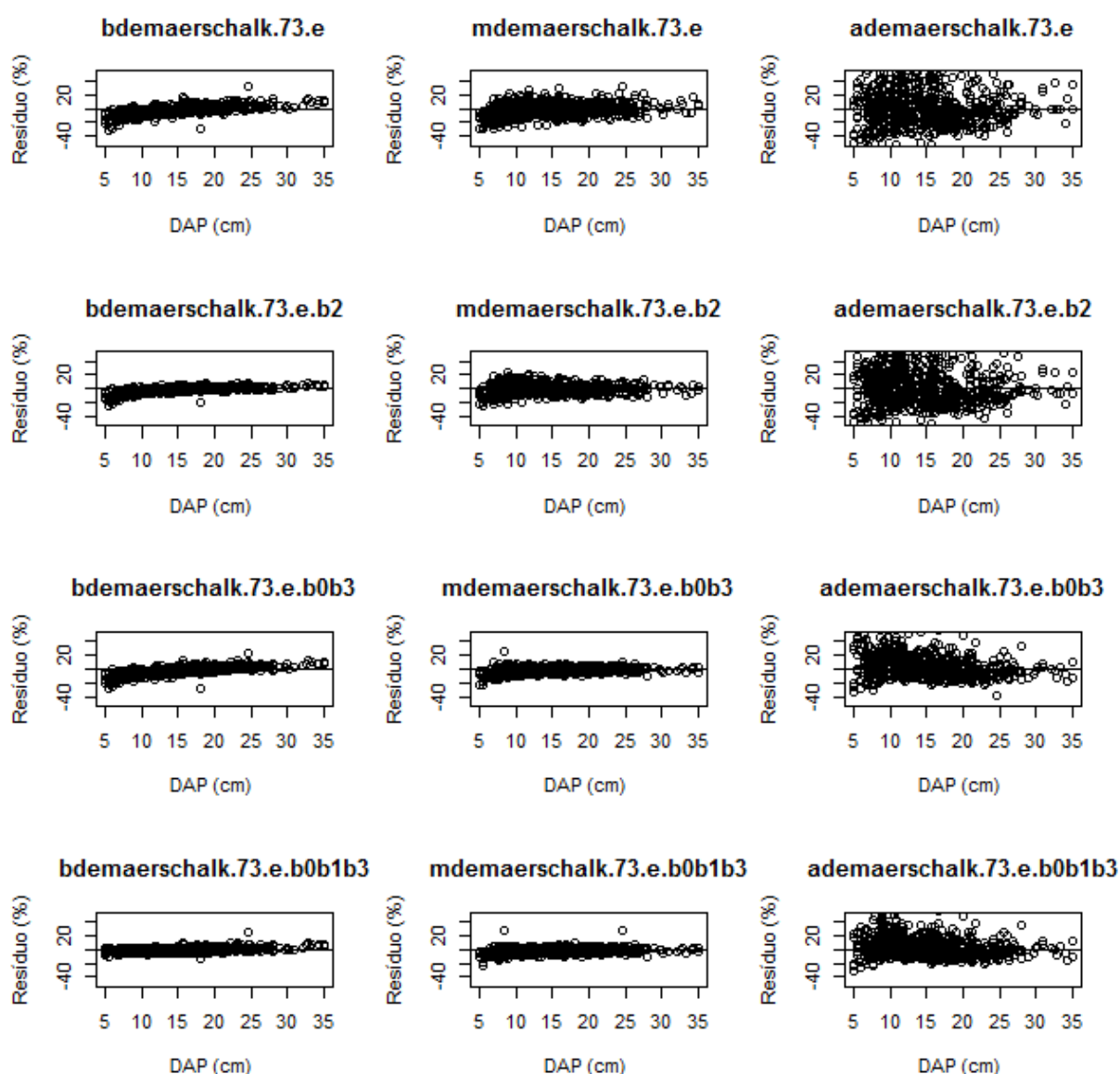


FIGURA 68 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE DEMAERSCHALK.73.E E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b) Função Segmentada

b1) para *Pinus taeda*

Os valores das estimativas de volumes parciais de 0,1 m a 25% H , de 25 a 75% H e de 75 a 95% H pelas variações das equações de Clark foram melhores que as estimativas para o modelo fixo (TABELA 47).

Nas estimativas de volume da base, apenas $\text{Clark}.\beta_2\beta_3\beta_5$ aumentou a acurácia das estimativas. Nas variações dos cenários 1 e 2 não houve significativo

aumento dos valores das estatísticas (TABELA 47), o que pode ser corroborado pela pelos gráficos de resíduos (FIGURA 69).

No ápice e na porção central, o uso de apenas um coeficiente aleatório já aumenta em quase 50% os valores de $Syx(\%)$ das estimativas em relação ao modelo fixo. Tanto na parte central como no ápice, a variação mais adequada foi Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$.

TABELA 47 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H , E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Clark	6,93	0,00077	0,00543	0,00011	0,89480	0,9955	-9885,4
Clark. β_5	6,90	0,00086	0,00541	0,00011	0,88572	0,9956	-9895,6
Clark. $\beta_2\beta_5$	6,75	0,00103	0,00525	0,00010	0,42748	0,9958	-9966,4
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	5,66	0,00080	0,00413	0,00007	0,37811	0,9970	-10514,7
25 a 75% H							
Clark	10,47	0,02759	0,96318	1,73088	1,73219	0,9540	32015,7
Clark. β_5	5,66	0,00762	0,52671	0,50570	0,50597	0,9866	20386,9
Clark. $\beta_2\beta_5$	5,62	0,00663	0,52160	0,49893	0,49929	0,9867	20263,3
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	5,16	0,00450	0,46997	0,42007	0,42049	0,9888	18643,0
75 a 95% H							
Clark	26,83	-0,03041	0,92930	1,54015	1,54206	0,8285	15461,5
Clark. β_5	16,07	-0,27243	0,57854	0,47886	0,55356	0,9384	10621,7
Clark. $\beta_2\beta_5$	15,75	-0,26698	0,56444	0,45915	0,53112	0,9410	10428,2
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	15,64	-0,25045	0,56263	0,46058	0,52431	0,9418	10370,2

O coeficiente β_5 , assim como para o diâmetro foi o que mais influenciou nos resultados das estimativas, pois a associação desse coeficiente aleatório com β_2 no cenário 2 e com β_2 e β_3 no cenário 3, aumenta bem pouco a acurácia das estimativas de volume (TABELA 47).

Os resultados dos resíduos (FIGURA 69) para as estimativas de volume da base, parte central e ápice para *Pinus taeda* para Clark e suas variações, mostram claramente que as variações com melhor performance em cada estratificação têm estimativas mais acuradas em relação as estimativas do modelo fixo. Porém comparando apenas os gráficos das variações, nota-se que a medida que aumenta-se o número de coeficientes aleatórios, mais próximas do valor real ficam as estimativas.

Em relação a Demaerschalk.73.e, as estimativas obtidas por Clark e suas variações foram mais acuradas nas três porções.

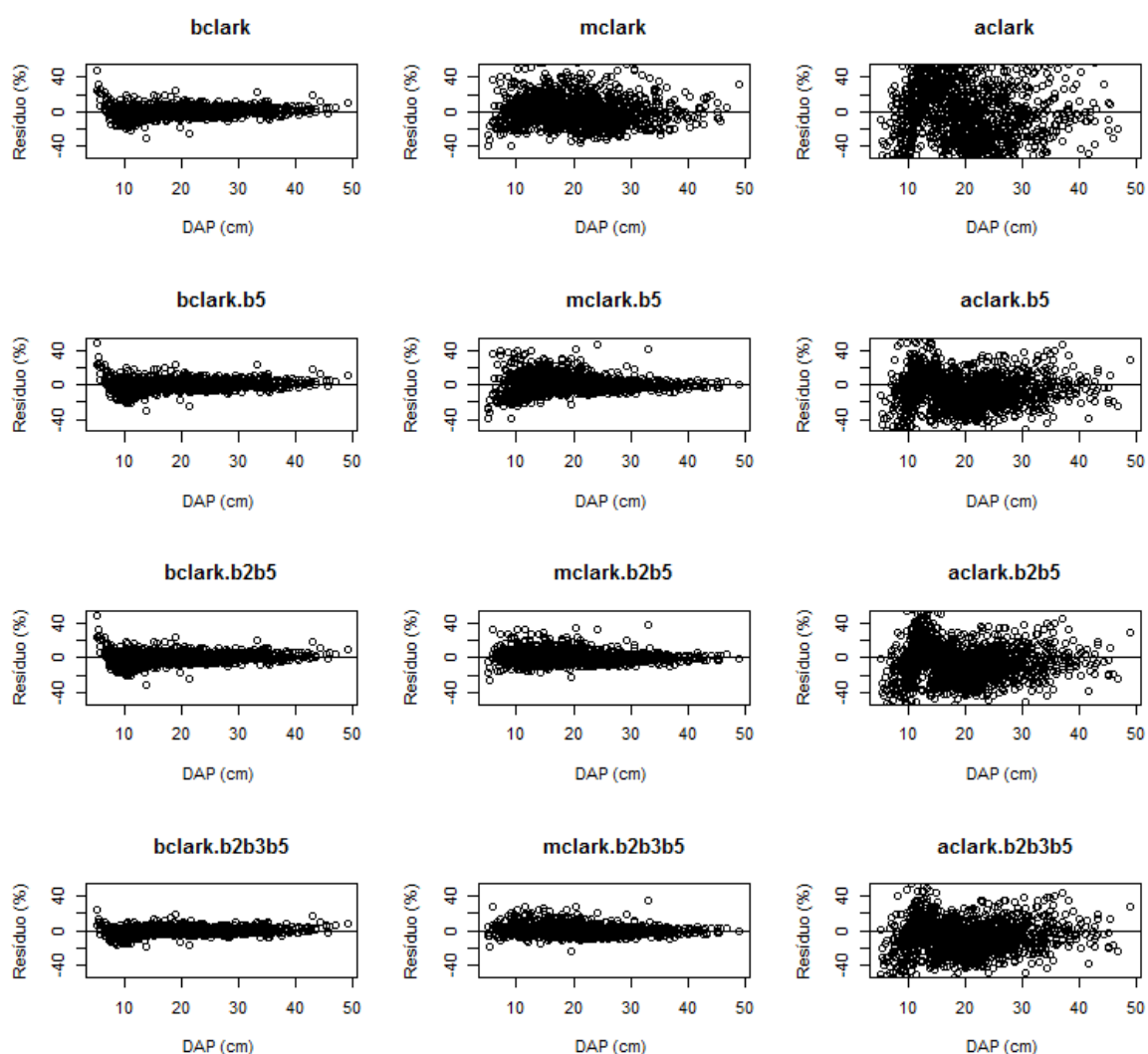


FIGURA 69 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

b2) para *Eucalyptus saligna*

Na avaliação das estimativas do volume da base para *Eucalyptus saligna* não houve melhora em nenhuma variação da equação de Clark de forma significativa. Resultados mais acurados aconteceram para as estimativas de volume da parte central e do ápice (TABELA 48). Esses resultados mostram que o modelo fixo já estima com bastante eficiência os volumes mais próximos a base para todos os fustes de Eucalipto analisados, mas tem problemas para estimar o volume na porção central e no ápice, como visto.

Observando os resultados das estatísticas (TABELA 48), nota-se que na base a introdução do coeficiente aleatório β_5 nas estimativas de volume para a porção central em relação ao modelo fixo, aumentam a acurácia das estatísticas $Syx(\%)$ de

14,29% para 4,72% e AIC de -4029,3 para -5623,7. No ápice, o uso de β_5 também melhora as estimativas, porém em relação as estatísticas, Clark. $\beta_3\beta_5$ têm uma melhor performance para estimar os volumes.

TABELA 48 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H , E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES *Eucalyptus saligna*

	Syx(%)	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Clark	6,94	-0,00152	0,00390	0,00005	0,36764	0,9961	-5006,7
Clark. β_5	6,70	-0,00140	0,00377	0,00005	0,35999	0,9963	-5055,2
Clark. $\beta_3\beta_5$	6,31	-0,00136	0,00349	0,00004	0,19504	0,9968	-5141,3
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	6,50	-0,00147	0,00357	0,00005	0,20615	0,9966	-5094,4
25 - 75% H							
Clark	14,29	-0,00361	0,00783	0,00020	0,34429	0,9842	-4029,3
Clark. β_5	4,72	-0,00100	0,00295	0,00002	0,13302	0,9983	-5623,7
Clark. $\beta_3\beta_5$	4,80	-0,00117	0,00295	0,00002	0,13186	0,9982	-5597,7
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	14,05	-0,00319	0,00769	0,00020	0,34335	0,9849	-4048,0
75 a 95% H							
Clark	31,86	-0,00002	0,00162	0,00001	0,52911	0,9252	-6437,5
Clark. β_5	18,58	-0,00042	0,00087	0,00000	0,27530	0,9746	-7212,7
Clark. $\beta_3\beta_5$	17,48	-0,00029	0,00079	0,00000	0,25498	0,9776	-7299,1
Clark. $\beta_2\beta_3\beta_5$	31,97	0,00003	0,00162	0,00001	0,53048	0,9253	-6426,5

Os resultados dos resíduos das estimativas de volume para o ápice, base e porção central para *Eucalyptus saligna* para Clark e suas variações (FIGURA 70), mostram que a utilização do coeficiente aleatório β_5 gera melhores estimativas dos volumes na porção central e para o ápice em relação ao modelo fixo.

Esses resultados, demonstram claramente que o uso da técnica de modelagem *nlme* através da utilização de coeficientes aleatórios influencia de forma significativa os resultados das estimativas dendrométricas que podem ser obtidas através de funções de afilamento.

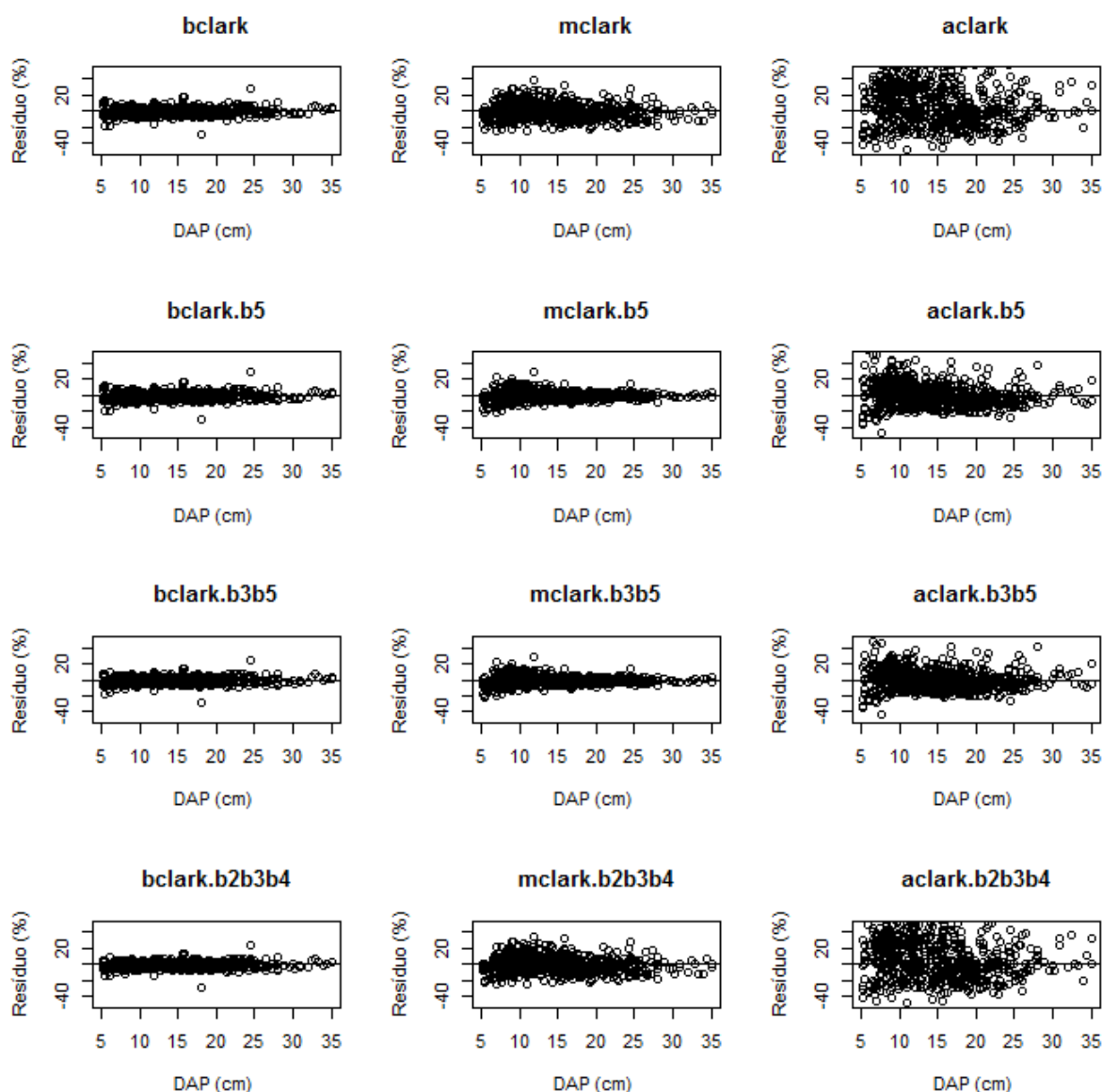


FIGURA 70 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE CLARK E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

c) Função de Forma Variável

c1) para *Pinus taeda*

Nas estimativas de volume para a base de fuste, utilizando a equação de Bi e suas variações, percebe-se assim como ocorreu para Demaeschalk.73.e e Clark e suas variações utilizando a técnica *n/me* um aumento mínimo na acurácia desse volume em relação ao modelo fixo.

Na porção central e no ápice as estimativas de volume melhoraram utilizando as variações mais acuradas dos cenários 2 e 3. Na porção central a utilização do

coeficiente aleatório β_4 já melhora significativamente as estimativas em relação ao modelo fixo. Utilizando dois coeficiente aleatórios, os valores de $Syx(\%)$ tornaram mais acuradas as estimativas com valores de $Syx(\%) = 2,84\%$ e o uso de três coeficientes aleatórios aumenta tanto a acurácia que o erro chega na casa de $1,45\%$, ou seja, praticamente sem erro.

Para o ápice o resultado também é interessante pois diminui o valor de $Syx(\%) = 45,34\%$ para $10,11\%$ com o uso de três coeficientes aleatórios.

Isso mostra que a equação de Bi foi muito melhor que Demaerschalk.73.e e Clark. A utilização das equações de forma variável foi muito mais eficiente em todos os estudos e a utilização da técnica *nlme* corrige a maioria das faltas de acurácia das estimativas para os diâmetros e os volumes.

TABELA 49 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H , E DE 75 A 95% H PARA A E/QUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda*

	$Syx(\%)$	V	MD	DPD	MSE	PVE	AIC
0,1 m a 25% H							
Bi	6,69	-0,00153	0,00545	0,00010	0,76135	0,9959	-9994,3
Bi. β_4	5,94	-0,00155	0,00492	0,00008	0,65639	0,9967	-10364,7
Bi. $\beta_1\beta_6$	5,65	-0,00135	0,00468	0,00007	0,39082	0,9970	-10523,8
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	5,78	-0,00142	0,00459	0,00007	0,29174	0,9969	-10447,7
25 a 75% H							
Bi	18,75	-0,00167	0,01532	0,00073	1,24480	0,9708	-6875,9
Bi. β_4	7,37	-0,00105	0,00652	0,00011	0,46280	0,9955	-9815,1
Bi. $\beta_1\beta_6$	2,84	-0,00054	0,00276	0,00002	0,36558	0,9993	-12817,8
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	1,45	-0,00028	0,00135	0,00000	0,24772	0,9998	-14926,3
75 a 95% H							
Bi	45,34	-0,00017	0,00199	0,00002	0,87225	0,8428	-12946,5
Bi. β_4	27,34	-0,00011	0,00127	0,00001	0,53723	0,9429	-14539,0
Bi. $\beta_1\beta_6$	10,82	-0,00009	0,00060	0,00000	0,36301	0,9911	-17456,2
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	10,11	-0,00014	0,00049	0,00000	0,23779	0,9922	-17667,8

Na avaliação dos resíduos para os volumes parciais de Bi e suas variações (FIGURA 71), nota-se de forma evidente para a porção central e para o ápice que a utilização da técnica *nlme* torna os resíduos muito mais acurados em relação as estimativas do modelo fixo.

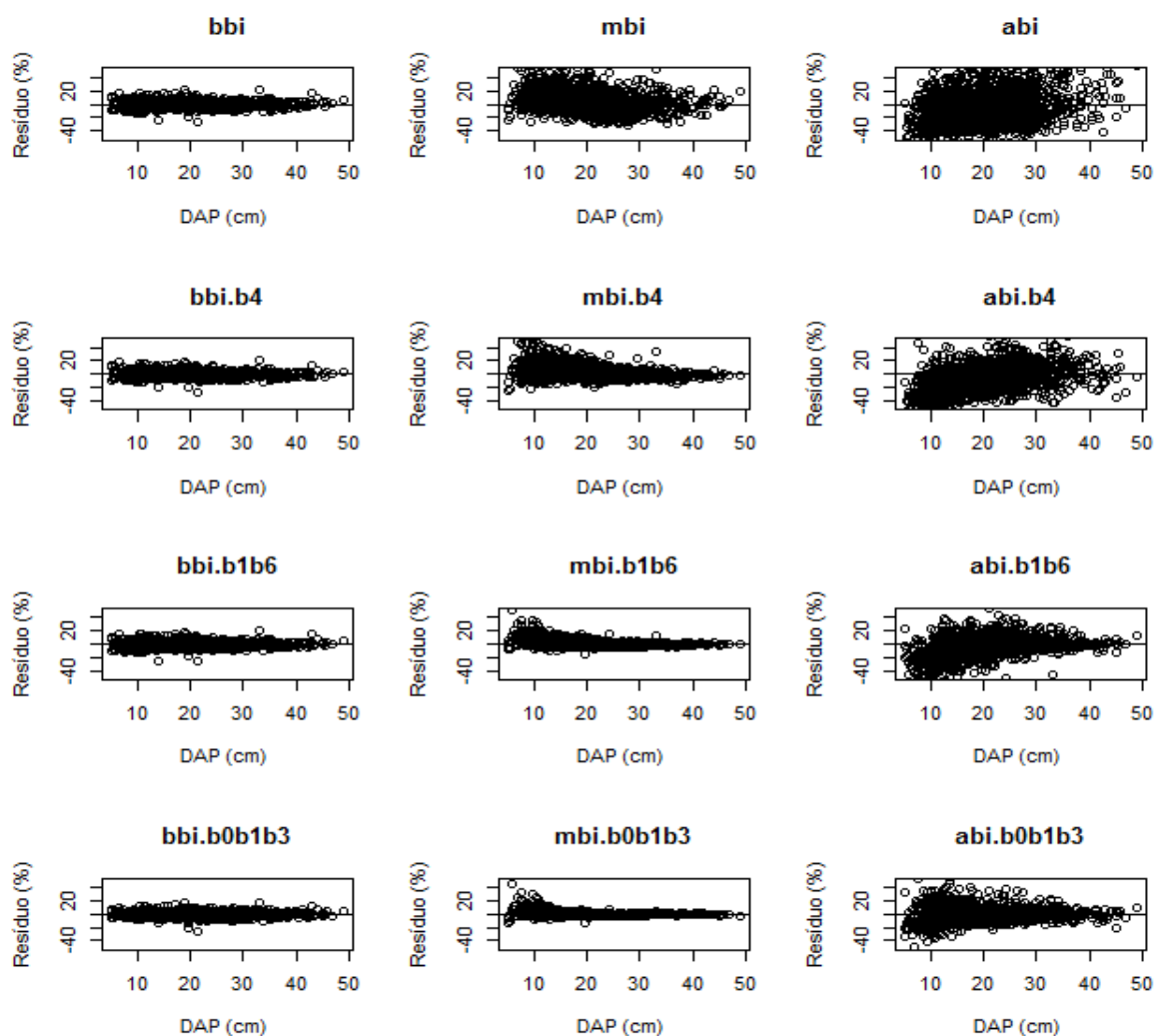


FIGURA 71 – RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Pinus taeda* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

c2) para *Eucalyptus saligna*

Os resultados das estimativas de volume para a estimativa da base praticamente não sofreu influência com a utilização de um, dois ou três coeficientes aleatórios.

As estimativas de volumes parciais para a porção central e para o ápice, foram muito melhoradas com a utilização dos coeficientes aleatórios. Os resultados já melhoram significativamente com a utilização de um coeficiente. Com a utilização de dois ou mais coeficientes, as estimativas de volume foram ainda mais acuradas.

Esse fato corrobora que a utilização da técnica de modelagem de efeito mista atua de forma a melhorar o ajuste para as diversas porções do fuste, e claro, sem

piorar o ajuste do modelo fixo. Esse resultado indica assim que a utilização da modelagem *nlme* no lugar da *nls* deve ser melhor estudada, uma vez que por essa técnica de modelagem, pode-se ter tanto as estimativas médias como as estimativas por árvore.

TABELA 50 – ESTATÍSTICAS DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% *H*, DE 25 A 75% *H*, E DE 75 A 95% *H* PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna*

	<i>Syx</i> (%)	<i>V</i>	<i>MD</i>	<i>DPD</i>	<i>MSE</i>	<i>PVE</i>	<i>AIC</i>
0,1 m a 25% <i>H</i>							
Bi	6,92	-0,00188	0,00398	0,00005	0,00006	0,9961	-5008,3
Bi. β_3	6,65	-0,00188	0,00382	0,00005	0,00005	0,9964	-5064,1
Bi. $\beta_1\beta_6$	6,49	-0,00188	0,00375	0,00004	0,00005	0,9966	-5097,8
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	6,90	-0,00188	0,00387	0,00005	0,00005	0,9962	-5005,7
25% a 75% <i>H</i>							
Bi	11,77	0,00000	0,00628	0,00015	0,00015	0,9893	-4305,2
Bi. β_3	5,41	0,00012	0,00328	0,00003	0,00003	0,9978	-5423,4
Bi. $\beta_1\beta_6$	2,98	0,00023	0,00192	0,00001	0,00001	0,9993	-6282,1
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	1,86	0,00032	0,00127	0,00000	0,00000	0,9997	-6955,6
75% a 95% <i>H</i>							
Bi	29,10	-0,00046	0,00134	0,00001	0,00001	0,9379	-6564,8
Bi. β_3	19,68	-0,00042	0,00093	0,00000	0,00000	0,9716	-7126,9
Bi. $\beta_1\beta_6$	12,23	-0,00039	0,00060	0,00000	0,00000	0,9891	-7809,8
Bi. $\beta_0\beta_1\beta_3$	11,19	-0,00041	0,00053	0,00000	0,00000	0,9909	-7935,5

Os gráficos de resíduos das estimativas de volume para o ápice, a base e a parte central (FIGURA 72), melhoram a exatidão das estimativas significativamente para parte central e para o ápice, fazendo com que os resíduos em todas as classes sejam mais próximos aos valores mensurados. Na parte central, os resíduos nos cenários 2 e 3 estão entre o limite inferior de -20% e superior de 20%.

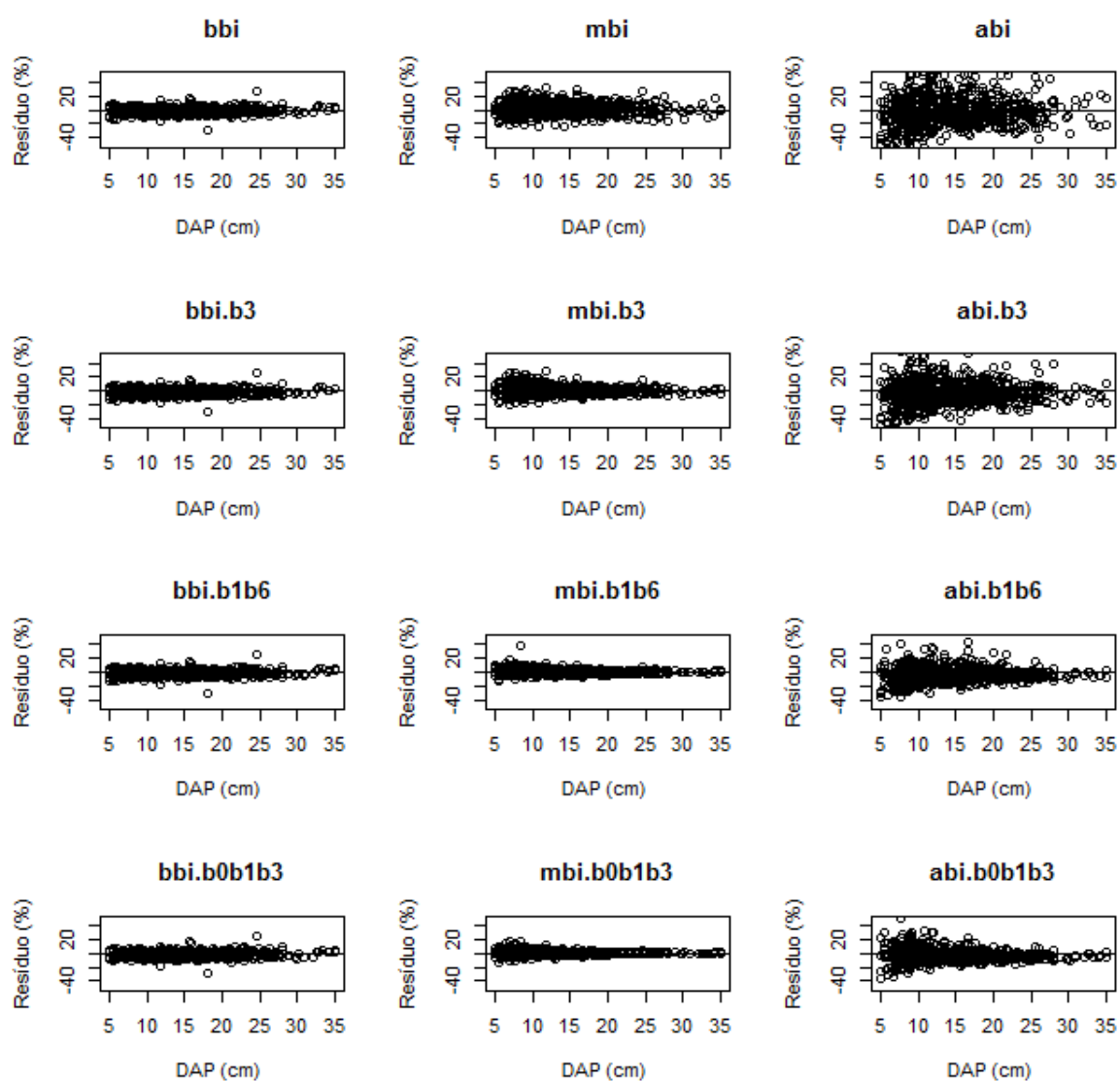


FIGURA 72– RESÍDUOS (%) DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME DE 0,1 m A 25% H , DE 25 A 75% H E DE 75 A 95% H PARA A EQUAÇÃO DE BI E SUAS VARIAÇÕES PARA *Eucalyptus saligna* EM FUNÇÃO DE DAP (cm)

5 CONCLUSÕES

- As equações de forma variável são mais acuradas que as equações dos grupos segmentados e não segmentados, tanto utilizando a técnica de ajuste *nls* como *nlme*. Além do fato de serem mais fáceis de ajustar quando comparadas às equações segmentadas.
- O modelo com estimativas de diâmetro e volume mais acurados dentre todos os estudados foi Bi, no grupo de *FV*.
- Um modelo mais acurado para estimar os diâmetros e volume da base, pode não ser acurado para as estimativa no ápice.
- Os modelos de forma variável tiveram melhor desempenho nas estimativas de volume total e volumes parciais, de 0,1 m a 25% *H*, de 25% a 75% *H* e de 75% a 95% *H*.
- Fustes com *DAP* pequenos apresentam piores estimativas de volume.
- A técnica *nlme* aumenta a acurácia das estimativas de todos os diâmetros nos fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna* em relação ao ajuste pela técnica *nls*, de forma mais eficiente melhorando os ajustes da parte central e do ápice.
- Os resultados de melhoria nas estimativas a partir dos ajustes por *nlme* aumentam a medida que se aumenta o número de coeficientes aleatórios nas variações do modelo.
- A técnica *nlme* aliada aos modelos de forma variável, melhoraram significativamente as estimativas de volume e diâmetro para *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*, principalmente nas partes centrais e apicais do fuste, em relação aos modelos segmentados.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos neste estudo mostram que, embora a maioria dos trabalhos utilizando funções de afilamento no Brasil, utilizem modelos não segmentados e segmentados, as funções de forma variável tiveram estimativas de diâmetros e volume mais acuradas em todos os estudos desse trabalho.

Na verdade, a maioria dos trabalhos analisados para *Pinus* utiliza a função não segmentada do Polinômio de 5º grau para estudar o perfil do fuste. Talvez o uso rotineiro dessa equação esteja no fato do seu ajuste ser feito por modelagem linear por mínimos quadrados ordinários. Porém hoje, com o avanço dos *hardwares* e *softwares*, com destaque para os livres, o ajuste de modelos não lineares (característico da maioria das funções de afilamento) não representa mais uma dificuldade para o uso desses modelos.

Por esse estudo também fica provado que dependendo da parte que se quer avaliar do fuste, uma equação passa a ser mais adequada que outras. No Brasil, o estudo ainda se concentra sobre o uso de uma pequena variedade de equações utilizadas em um número bem pequeno de espécies.

Por isso, mais estudos com os modelos de forma de variável devem ser realizados, para avaliar melhor sua consistência nas estimativas de diâmetro e volume, tanto totais como parciais, pois nesse estudo esses modelos tiveram bons resultados frente aos segmentados e não segmentados, além do que, esses modelos permitem com facilidade a inclusão de variáveis dendrométricas não tradicionais ao ajuste.

Em relação a técnica de modelagem de efeitos mistos, os resultados mostraram que a sua utilização melhora a performance de todos os grupos de equações de afilamento considerados. Porém, a utilização da técnica no Brasil ainda é muito incipiente e o uso de forma prática ainda é muito restrito. Assim, mais estudos devem ser conduzidos com essa técnica para torná-la cada vez mais usual no meio florestal.

REFERÊNCIAS

- ABRAF. **Anuário estatístico da ABRAF 2013: Ano base 2012**. Brasília: 2013.
- ABREU, E. C. R. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. 69 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Boston, v.19, n.6, p.716-723, 1974.
- ALVES, J. A. **Modelos biométricos florestais para *Toona ciliata* M. Roem. (Cedro Australiano)**. 135f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.
- ALZATE, S. B. A. **Caracterização da madeira de árvores de clones de *Eucalyptus grandis*, *E. saligna* e *E. grandis* x *urophylla***. 133 f. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2004.
- AMATEIS, R. L.; H. E. BURKHART. Tree volume and taper of Loblolly Pine varies by stand origin. **Southern Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v.11, n.4, p. 185-189, 1987.
- AMIDON, E. L. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed-conifer species in California. **Forest Science**, Washington, v.30, n.1, p.166-171, 1984.
- ANDRADE, V. C. L. Novos modelos de *taper* do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v.34, n.80, p.1-13, 2014.
- ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte**. 125f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.
- ARHENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n.3, p.37-68, 1981.
- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, A. D. Avaliação de modelos polinomiais não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.12, n.1, p.89-107, 2002.
- ASSIS, A. L.; SOARES, J. R. S.; MELLO, J. M.; WEIMAR, F. A. OLIVEIRA, A. D. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, Lavras, v.7, n.1, p.20-42, 2001.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**. New York, Pergamon Press. 506p, 1970.

BALDWIN JR, V. C.; FEDUCCIA, D. P. Compatible tree-volume and upper-stem diameter equations for plantation Loblolly Pines in the West Gulf region. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 15, n. 2, p. 92-97, 1991.

BALDWIN JR, V. C.; PETERSON, K. D.; CLARK III, A.; FERGUSON, R. B.; STRUB, M. R.; BOWER, D. R. The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 3-g-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.137, n.1-3, p. 91-102, 2000.

BARBOSA, M. **Uma abordagem para análise de dados com medidas repetidas utilizando modelos lineares mistos**. 118f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2009.

BEHRE, C. E. Preliminary notes on studies of tree form. **Journal of Forestry**, v.21, 507-511, 1923.

BENBRAHIM, M.; GAVALAND, A. A new stem taper function for short-rotation poplar. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v.18, p.377-383, 2003.

BI, H. Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalyptus. **Forest Science**, Washington, v. 46, n.3, p. 397-407, 2000.

BIANQUINI, L. A. **Avaliação técnica e econômica de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden para multiprodutos em pequena propriedade na zona da mata mineira**. 82f. Dissertação (Mestrado em Ciências Ambientais e Florestais) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2010.

BIGING, G. S. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. **Forest Science**, Washington, v.30, n.4, p. 1103-1117, 1984.

BIGING, G. S. Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model. **Forest Science**, Washington, v. 31, n.1, p. 248–257, 1985.

BORGES, J. F. **Seccionamento, do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada, através da função de forma polinomial**. 91f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1981.

BRUCE, D. Some transformations of the Behre equation of tree form. **Forest Science**, Washington, v.18, n.2, p.164-166, 1972.

BRUCE, D.; CURTIS, R. O.; VANCOEVEERING, C. Development of a system of taper and volume tables for Red Alder. **Forest Science**, Washington, v.14, n.3, p.339-350, 1968.

BURKHART, H. E. Cubic-foot volume of Loblolly Pine to any merchantable top limit. **Southern Journal Applied Forestry**, Bethesda, v.1, n.1, p.7-9, 1977.

BYRNE, J. C.; REED, D. D. Complex compatible taper and volume estimation systems for Red and Loblolly Pine. **Forest Science**, Washington, v.32, n.2, p.423-443, 1986.

CALEGÁRIO, N.; MAESTRI, R.; LEAL, C. L.; DANIELS, R. F. Estimativa do crescimento de povoamentos de *Eucalyptus* baseada na teoria dos modelos não lineares em multinível de efeito misto. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.15, n.3, p.285-292, 2005.

CAMARINHO FILHO J. A. **Modelos lineares mistos: estruturas de matrizes de variâncias e covariâncias e seleção de modelos**. 85p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação agrônômica) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

CAMPOS, B. P. F.; BINOTI, D. H. B.; SILVA, M. L.; LEITE, H. G.; BINOTI, M. L. M. S. Conversão de árvores em multiprodutos da madeira utilizando programação inteira. **Revista Árvore**, Viçosa, v.37, n.5, p.881-887, 2013.

CANCINO, J. **Dendrometría Básica**. Dirección de Docencia. Universidad de Concepción, 171p., 2006.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluating of two methods for cubic-volume prediction of Loblolly Pine to any merchantable limit. **Forest Science**, Washington, v.26, n.1, p.71-80, 1980.

CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.262, n.4, p.671-673, 2011.

CARVALHO, S. P. C. **Estimativa volumétrica por modelo misto e tecnologia laser aerotransportado em plantios clonais de *Eucalyptus* sp.** 104f. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.

CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basada en una función de perfil del tronco. **Investigación Agrária. Sistemas y Recursos Forestales**, Madrid, v.9, n.2, p. 253–268, 2000.

CHICHORRO, J. F.; RESENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de taper para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. **Revista Árvore**, Viçosa, v.27, n.6, p.799-809, 2003.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for southern tree species** (Research Paper SE-282). USDA Forest Service, 113p., 1991.

COELHO, V. C. M. **Avaliação do manejo da produção econômica de madeira de *Pinus taeda* L. com características qualitativas superiores**. 121f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

CORTELETTI, R. B. **Análise de tronco aplicada à avaliação de crescimento de árvores de Paricá**. 82f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2013.

CRUZ, J. P. **Crescimento e produção de *Tectona grandis* na região de Tangará da Serra - Mato Grosso**. 45f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2005.

DAVIDIAN, M.; GILTINAN, D. M. **Nonlinear models for repeated measurement data**. Chapman and Hall, London, 42p. 1995.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v.18, n.3, p.241–245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.3, n.1, p.90–94, 1973.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual-equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.7, n.3, p.488-497, 1977.

de-MIGUEL, S.; MEHTÄTALO, L.; SHATER, Z.; KRAID, B.; PUKKALA, T. Evaluating marginal and conditional predictions of taper models in the absence of calibration data. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.42, n.7, p.1383-1394, 2012.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; ROJO, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in Northwestern Spain. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.36, n.5, p.1190–1205, 2006.

DRESCHER, R.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Sortimentos de *Pinus elliottii* Engelm para a região da serra do Sudeste do estado do Rio Grande do Sul – Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.9, n.2, p.55-73, 1999.

FANG, Z.; BAILEY, R. L. Nonlinear mixed effects modeling for Slash Pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments. **Forest Science**, Washington, v.47, n.3, p.287-300, 2001.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R. L. **Tree volume and upper-stem diameter predictions for planted Loblolly and Slash Pine based on a compatible volume-taper system with segmented-stem form factors** (PMRC Technical Report 1999-3), 20p., 1999.

FAVALESSA, C. M. C. **Funções de afilamento segmentadas e não segmentadas para povoamentos de *Tectona grandis* L.f. no município de Rosário Oeste – MT**. 108f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais e Ambientais) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

FERREIRA, A. R. **Análise genética e seleção em testes dialélicos de *Pinus taeda* L.** 220 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

FERREIRA, G. W. D.; FERRAZ FILHO, A. C.; PINTO, A. L. R.; SCOLFORO, J. R. S. Influência do desbaste na forma do fuste de povoamentos naturais de *Eremanthus incanus* (Less.) Less. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v.35, n.4, p.1707-1720, 2014.

FERREIRA, G. W.; GONZAGA, J. V.; FOELKEL, C. E. B.; ASSIS, T. F.; RATNIEKS, E.; SILVA, M. C. M. Qualidade da celulose kraft-antraquinona de *Eucalyptus dunnii* plantado em cinco espaçamentos em relação ao *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus saligna*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.7, n.1, p.41-63, 1997.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliotii* Engelm. var. *elliotti* e sua avaliação econômica**. 155f. Tese (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

FIGUEIREDO FILHO, A.; KOHLER, S. V.; FELDE, J. L.; DIAS, A. N. Dinâmica do afilamento do tronco e da produção de madeira em plantios de *Araucaria angustifolia*. **Cerne**, Lavras, v.20, n.4, p.595-603, 2014.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Numbers of diameters required to represent stem profiles using interpolated cubic *splines*. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.26, n.7, p.1113-1121, 1996b.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.83, n.1, p. 39-46, 1996a.

FINGER, C. A. G.; ZANON, M. L. B.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na depressão central e encosta do sudeste do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.25, n.3, p.399-403, 1995.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JUNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.11, n.1, p.167-188, 2001.

FORSLUND, R. R. The power function as a simple stem profile examination tool. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.21, n.2, p.193–198, 1991.

FORSLUND, R. R. A geometrical tree volume model based on the location of the centre of gravity of the bole. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.12, n.2, p.215-221, 1982.

FOX, J. **Regression diagnostics series: on quantitative applications in the social sciences** (Series No: 07-079). Sage, Sage Univ. Pap. Ser, Newbury Park, CA, 91p. 1991.

FRIES, J. Eigenvalue analyses show that Birch and Pine have similar form in Sweden and British Columbia. **Forestry Chronicle**, Mattawa, n.41, v.1, p.135-139, 1965.

FRIEDL, R. A. **Dinâmica e prognose na forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze.** 167f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

FULLER, W. A. Grafted polynomials as approximating functions. **Australian Journal of Agricultural Economics**, Canberra, v. 13, n.1, p.35-46, 1969.

GALLANT, A. R. **The theory of nonlinear regression as it relates to segmented polynomial regressions with estimated join points** (Mimeograph Series No. 925). Institute of Statistics, Raleigh, N.C., 25 p., 1974.

GALLANT, A. R.; FULLER, W. A. Fitting segmented polynomial regression models whose join points have to be estimated. **Journal of the American Statistical Association**, Albuquerque, v.68, n.341, p.144-147, 1973.

GARAY, L. **Tropical forest utilization system** (contrib. 36). VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle. Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 64p., 1979.

GARBER, S. M.; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.179, n.1-3, p.507-522, 2003.

GEVORKIANTZ, S. R.; OLSEN, L. P. **Composite volume tables for timber and their application in the Lake States** (Technical Bulletin nº 1104). U. S. Department of Agriculture, 51p., 1955.

GOLFARI, L. **Coníferas aptas para o reflorestamento nos estados do Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul** (Boletim Técnico, 1). Brasília, IBDF, 71p., 1971.

GONZAGA, J. V. **Qualidade da madeira e da celulose kraft de treze espécies de *Eucalyptus***. 119f. Dissertação (Mestre em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1983.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, Tiergartenstr, v.5, n.3, p.313-322, 1976.

GRAY, H. R. **The form and taper of forest-tree stems** (Institute Paper nº 32). Imperial Forestry Institute, University of Oxford, Oxford, 80p, 1956.

GRAY, H. R. Volume measurement of forest crops. **Australian Forestry**, Canberra, v.7, n.1, p.48-74, 1943.

GREGOIRE, T. G.; SCHABENBERGER, O. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. **Journal of Applied Statistics**, Leeds, v.23, n.2-3, p.257-272, 1996.

GREGOIRE, T. G.; SCHABENBERGER, O.; BARRETT J. P. Linear modelling of irregularly spaced, unbalanced, longitudinal data from permanent-plot measurements. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.25, n.1, p.137–156, 1995.

GREGOIRE, T. G. Generalized error structure for forestry yield models. **Forest Science**, Washington, v.33, n.2, p.423-444, 1987.

GREGOIRE, T. G.; VALENTINE, H. T.; FURNIVAL, G. M. 1986. Estimation of bole volume by importance sampling. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.16, n.3, p.554-557, 1986.

HÄRDTL, H. Die formbildende Wirkung der Eigenlaft von Stamm und Zweigen bei einem Nadelbaum. **Forstwiss. Centr**, Alemanha, v.60, p. 424-429, 1938.

HOCKER JR., H. W. Certain aspects of climate as related to the distribution of Loblolly Pine. **Ecology**, Durhan, v.37, n.4, p.824-834, 1956.

HONER, T. G. A new total cubic foot volume function. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.41, n.4, p.476-493, 1965.

HONER, T. G.; SAYN-WITTGENSTEIN, L. Report of the committee on forest mensuration problems. **Journal of Forestry**, Bethesda, v.61, p.663-667, 1963.

HORLE, D. C.; MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelagem não linear do perfil longitudinal de fustes de *Pinus oocarpa*. **Cerne**, Lavras, v.16, n.2, p.177-184, 2010.

HOSOKAWA, R. T. **Betriebswirtschaftliche Kriterien zur Wahl der Umtriebszeit von *Araucaria angustifolia* (Bert.) Q. Ktze. in Brasilien**. 255f. Tese (Doutorado). Albert-Ludwigs Universität, Freiburg, 1976.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keisen**. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschuns projekten). Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 146p., 1976.

HUSCH, B. **Forest mensuration and statistics**. Ronald Press Company. New York, 474p., 1963.

HUSCH, B.; BEERS, T. W.; KERSHAW JR., J. A. **Forest mensuration**. 4.ed, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 443p., 2003.

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest mensuration**. 3ed, New York: Ronald Press Company, 402 p.1982.

IBA - Indústria Brasileira de Árvores. **Dados e Fatos**. Disponível em: <http://www.bracelpa.org.br/web/pt/dados-fatos>. Acesso em: 24/08/2014.

IBA. **Anuário estatístico da IBA 2014: Ano base 2013**. Brasília: 2014.

JIANG, L. **An evaluation of modeling techniques for stem taper, volume and weight for Yellow-Poplar and Red Pine in west Virginia**. 111f. Thesis (Doctor of Philosophy in Forest Resources Science) - West University Virginia, 2007.

JONES, R. H. Serial correlation or random subject effects?. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, Ontario, v.19, n.3, p.1105–1123, 1990.

KILKKI, P.; SARAMÄKI, M.; VARMOLA, M. A simultaneous equation model to determine taper curve. **Silva Fennica**, Vantaa, v.12, n.2, p.120-125, 1978.

KILKKI, P.; VARMOLA, M. A nonlinear simultaneous equation model to determine taper curve. **Silva Fennica**, Vantaa, v.13, n.4, p.293-303, 1979.

KILKKI, P.; VARMOLA, M. Taper curve models for Scots Pine and their applications. **Acta Forestalia Fennica**, Helsinki, v.174, 45p, 1981.

KLEINBAUM, D. G.; KUPPER, L. L.; MULLER, K. E. **Applied regression analysis and other multivariate methods**. PWS-Kent Publishing Company, Boston, Mass, 928p., 1988.

KMENTA, J. **Elements of econometrics**. New York: Macmillan Publishing Company, 1986.

KOHLER, S. V. **Evolução do afilamento do tronco e do sortimento em plantios de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina**. 84f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

KOHLER, S. V.; KOEHLER, H. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelos de afilamento para *Pinus taeda* por classes de idade. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v.20, n.4, p.470-479, 2013.

KOZAK, A. A variable exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.18, n.11, p.1363-1368, 1988.

KOZAK, A. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 27, n. 5, p. 619-629, 1997.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 4, p. 507-515, 2004.

KOZAK, A.; MUNRO D. D.; SMITH J. H G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.45, n.4, p.278-283, 1969.

KOZAK, A.; SMITH, J.H.G. Critical analysis of multivariate techniques for estimating tree taper suggests that simpler methods are best. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.42, n.4, p.458-463, 1966.

KOSLOWSKI, T. T. **Growth and development of trees**. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin, v. 2., 1971.

KRAMER, P. J.; KOZLOWSKI, T. T. **Physiology of woody plants**. Academic Press, New York. 811 p, 1979.

LANSSANOVA, L. R. **Ajuste de funções de afilamento para espécies florestais comerciais do bioma amazônico matogrossense**. 165f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais e Ambientais) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2012.

LANSSANOVA, L. R.; UBIALLI, J. A.; ARCE, J. E.; PELISSARI, A. L.; FAVALESSA, C. M.; DRESCHER, R. Avaliação de funções de afilamento para a estimativa de diâmetro de espécies florestais comerciais do bioma amazônico mato-grossense. **Floresta**, Curitiba, v.43, n.2, p.215-224, 2013.

LAPPI, J. Mixed linear models for analyzing and predicting stem form variation of Scots pine. **Communicationes Instituti Forestalis Fenniae**, v.134, p.1-69, 1986.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science** (Monograph), Washington, p.1-41, 1963.

LARSON, P. R. Stem form of young larch as influenced by wind and pruning. **Forest Science**, Washington, v.11, n.1, p.413-424, 1965.

LEE, W. K.; SEO, J. H.; SON, Y. M.; LEE, K. H.; von GADOW, K. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.172, n.1, p.69-77, 2003.

LEITE, H. G.; GAMA, J. R. V.; CRUZ, J. P.; SOUZA, A. L. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (ROOBL.) WARB. **Revista Árvore**, Viçosa, v.30, n.1, p.99-106, 2006.

LEITES, L. P.; ROBINSON, A. P. Improving taper equations of Loblolly Pine with crown dimensions in a mixed-effects modeling framework. **Forest Science**, Washington, v.50, n.2, p.204–212, 2004.

LEJEUNE, G.; UNG, C. H.; FORTIN, M.; GUO, X. J.; LAMBERT, M. C.; RUEL, J. C. A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.128, n.5, p.505–513, 2009.

LIMA, C. G. **Análise de dados longitudinais provenientes de experimentos em blocos casualizados**. 119f. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agrônômica) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1988.

LIMA, F. S. **Análise de funções “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 70f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1981.

LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. **Biometrics**, Arlington, v.46, n.3, p.637–687, 1990.

LITTELL, R. C.; MILLIKEN, G. A.; STROUP, W. W.; WOLFINGER, R. D. **SAS system for mixed models**. Cary: Statistical Analysis System Institute, 633p., 1996.

LIU, C. J. Log volume estimation with spline approximation. **Forest Science**, Washington, v.26, n.3, p.361-369, 1980.

LIU, C. J.; KEISTER, T. D. Southern pine stem form defined through principal component analysis. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.8, n.2, p.188-197, 1978.

MACHADO, A. L. F. **Métodos usuais e propostos para expressar perfis dendrométricos e determinar volumes individuais**. 189f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MAESTRI, R. **Modelo de crescimento e produção povoamentos clonais de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais**. Tese (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

MARTIN, J. A. Testing volume equation accuracy with water displacement techniques. **Forest Science**, Washington, v.30, n.1, p. 41-50, 1984.

MARTIN, J. A. **Taper and volume equations for selected Appalachian hardwood species** (Res. Pap. NE—490). USDA For. Serv., 22 p, 1981.

MATTE, L. The taper of coniferous species with special reference to Loblolly Pine. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.25, n.1, p.21-31, 1949.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.

McCULLOCH, C. E.; SEARLE, S. R. **Generalized, linear, and mixed models**. John Wiley & Sons, New York, 348p., 2001.

McTAGUE, J. P.; BATISTA, J. L. F.; STEINER L. H. Equações de volume total, volume comercial e forma do tronco para plantações de *Eucalyptus* nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. **IPEF**, Piracicaba, n.41-42, p.56-63, 1989.

MELO, E. A. **Desenvolvimento de modelos para crescimento florestal e afilamento de fuste**. 122f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2014.

MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F.; SOUZA, A. L.; TRUGILHO, P. F.; CARVALHO, S. P. C.; POSSATO, E. L. Modelagem da produção de sortimentos em povoamento de Eucalipto. **Cerne**, v.20, n.4, p.587-594, 2014.

MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; OLIVEIRA, J. T.; NOGUEIRA, G. S.; ASSIS, A. L. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v.13, n.1, p.71-82, 2007.

MENG, S. X.; HUANG, S. Improved calibration of nonlinear mixed-effects models demonstrated on a height growth function. **Forest Science**, Washington, v.55, n.3, p.238–248, 2009.

MENON, M. U. Ajuste dos modelos de Kozak e do sistema de Burkhart e Cao para plantações de *Pinus oocarpa*. **Ambiência**, Guarapuava, v.2, n.2, p.197-205, 2006.

MIGUEL, E. P. **Avaliação biométrica e prognose da produção de *Eucalyptus urophylla* (S.T. Blake) na região norte do estado de Goiás**. 165f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MONSERUD, R. A. Estimating truncated tree volumes with the Behre hyperboloid and existing total volume equations. **Forest Science**, Washington, v.27.n.2, p.253-265, 1981.

MORA, A. L.; GARCIA, C. H. **A Cultura de Eucalipto no Brasil**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Silvicultura, 112p., 2000.

MÔRA, R.; SILVA, G. F.; GONÇALVES, F. G.; SOARES, C. P. B.; CHICHORRO, J. F.; CURTO, R. A. Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v.42, n.102, p.237-249, 2014.

MOSER JR, J. W.; BEERS, T. W. Parameter estimation in nonlinear volume equations. **Journal of Forestry**, Bethesda, v. 67, n.12, p.878-879, 1969.

MOURA, J. B. **Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da amazônia brasileira**. 132f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1994.

MUHAIRWE, C. K. **Examination and modelling of tree form and taper over time for interior Lodgepole Pine**. 192f. Thesis (Doctor of Philosophy in The Faculty of Graduate studies Forest Resources Management) - University of British Columbia, British, 1993.

MUHAIRWE, C. K. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.113, n.2-3, p.251-269, 1999.

MÜLLER, B. V. **Efeito de sistemas de desdobro na qualidade e rendimento de madeira serrada de *Eucalyptus benthamii* Maiden et Cabbage**. 119f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

MÜLLER, I. **Forma de tronco e sortimentos de madeira para *Eucalyptus grandis* Hill. ex Maiden., manejado em alto fuste, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul**. 166f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2004.

MÜLLER, I.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.15, n.3, p.293-305, 2005.

MÜLLER, M. D.; SALLES, T. T.; PACIULLO, D. S.; BRIGHENTI, A. M.; CASTRO, C. R. T. Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. **Floresta**, Curitiba, v.44, n.3, p.473-484, 2014.

MUNRO, D. D.; DEMAERSCHALK, J. P. Taper-based versus volume-based compatible estimating systems. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.50, n.5, p.197-199, 1974.

MYERS, R. H. **Classical and modern regression with applications**. PWSKENT, Boston. 488 p., 1990.

NETER, J.; WASSERMAN, W. **Applied linear statistical models**. Homewood: Richard D. Irwin, 842p., 1974.

NEWBERRY, J.; BURKHART, H. E. Variable-form stem profile models for Loblolly Pine. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.16, n.1, p.109–114, 1986.

NEWNHAM, R. M. **A variable-form taper function**. Can. For. Serv. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83., 31 p., 1988.

NEWNHAM, R. M. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.22, n.2, p.210-223, 1992.

NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; REIS, G. G.; MOREIRA, A. M. Influência do espaçamento inicial sobre a forma do fuste de árvores de *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, v.32, n.5, p.855-860, 2008.

NOVO, N.; ROJO, A.; ÁLVAREZ, J. G. Funciones de perfil del tronco y tarifas de cubicación con clasificación de productos para *Pinus sylvestris* L. en Galicia. **Investigación Agrária: Sistemas y Recursos Forestales**, Madrid, v.12, n.1, p.123–136, 2003.

OJANSUU, R. **Mixed linear models for stem size and form development**. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. NC-120. p.724-730, 1987.

OLIVEIRA, M. L. R.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; CAMPOS, J. C. C.; SOARES, C. P. B.; SANTANA, R. C. Estimção do volume de árvores de clones de eucalipto pelo método de similaridade de perfis. **Revista Árvore**, Viçosa, v.33, n.1. p.133-141, 2009.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.49, n.3, p.136–138, 1973.

ORMEROD, D. W. The diameter-point method for tree taper description. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.16, n.3, p.484-490, 1986.

OSAWA, A. Fine-resolution analysis of stem form and its implication to the mechanism of plant self-thinning. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.22, n.4, p.403-412, 1992.

ÖZÇELİK, R.; BROOKS, J. R.; JIANG, L. Modeling stem profile of Lebanon cedar, Brutian pine, and Cilicica fir in Southern Turkey using nonlinear mixed-effects models. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.130, n.4, p.613–621, 2011.

PAIXÃO, F. A. **Quantificação do estoque de carbono e avaliação econômica de alternativas de uso de um povoamento de eucalipto**. 62f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2004.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. A volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.17, n.3, p.250-259, 1987.

PARRESOL, B. R.; VISSAGE, J. S. **White Pine site index for the Southern forest survey**. Asheville: U.S. Department of Agriculture, 8p, 1998.

PEREZ, D. N.; BURKHART, H. E.; STIFF, C. T. A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. **Forest Science**, Washington, v.36, n.1, p.186-191, 1990.

PERRI, S. H. V.; IEMMA, A. F. Procedure of software SAS® for the analysis of mixed models. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v.56, n.4, p.959-967, 1999.

PINHEIRO, J. C. **Topics in mixed effects models**. 210p. Thesis (PhD) - University of Wisconsin, Madison, 1994.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D.M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. Springer, New York, 537p., 2000.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v.31, n.5, p.845-852, 2007.

PRYOR, L. D. **The biology of Eucalyptus**. London: Edward Arnold, 82p., 1976.

QUEIROZ, D. **Avaliação de função de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR**. 134f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

R Core Team (2014). **R: A language and environment for statistical computing** R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.

RAMOS, M. **Comparação de métodos para estimar o volume comercial em floresta ombrófila densa no estado do Amazonas**. 54f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2012.

RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: Marcel Dekker Inc., 241p., 1990.

REAL, P. L.; MOORE, J. A., NEWBERRY, J. D. Principal components analysis of tree stem profiles. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.19, n.12 p.1538-1542, 1989.

REED, D. D.; GREEN, E. J. Compatible stem taper and volume ratio equations. **Forest Science**, Washington, v.30, n.4, p.977–990, 1984.

REED, D. D.; BYRNE, J. C. A simple, variable form volume estimation system. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.61, n.2, p.87-90, 1985.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, Viçosa, v.57, n.3, p.315-320, 2010.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Revista Ceres**, Viçosa, v.50, n.287, p.9-26, 2003.

ROJO, A.; PERALES, X.; SÁNCHEZ-RODRÍGUEZ, F.; GONZÁLEZ-ALVAREZ J. G.; Von GADOW, K. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.124, n.3, p.177-186, 2005.

ROSOT, M. A. D. **Estudo comparativo de métodos para a avaliação volumétrica por unidade de área em um povoamento de *Pinus taeda* L.** 183f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

SANTOS, F. R. **Caracterização dendrométrica e avaliação econômica de povoamentos de eucalipto para multiprodutos.** 144f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2010.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. **Contemporary statistical models: for the plant and soil sciences.** 730p., 2002.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. Forma do tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.6, n.1, p.79-88, 1996.

SCHNEIDER, P.R. Forma de tronco e sortimentos para *Pinus elliottii* Engelm, da floresta nacional de Passo Fundo, Rio Grande do Sul. **Acta Forestalia Brasiliensis**, Curitiba, n.1, p. 43-64, 1986.

SCHÖEPFER, W. **Autimatisierung des massen, sorten and wertberechnung stenender waaldbestande** schriftenreihe bad. [S.l.]: Wurttt-Forstl., 1966.

SCHRÖDER, T.; HOFIÇO, N. A. S.; ZIMMERMANN, A. P. L.; PEREIRA, L. D.; ROCHA JUNIOR, D. S.; FLEIG, F. D. Métodos de estimativa de volume comercial para *Eucalyptus grandis*: especificidades e recomendações. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v.33, n.73, p.01-07, 2013.

SCHRÖDER, T.; PEREIRA, L. D.; HOFIÇO, N. A. S. Comparação de métodos de estimativa de volume total para *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v.20, n.4, p.480-486, 2013.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, Washington, v.47, n.9, p.719-734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v.4, n.1, p.100-122, 1998.

SHARMA, M.; PARTON, J. Modeling stand density effects on taper for Jack Pine and Black Spruce plantations using dimensional analysis. **Forest Science**, Washington, v.55, n.3, p.268–282, 2009.

SHARMA, M.; ODERWALD, R. G. Dimensionally compatible volume and taper equations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.31, n.5, p.797-803, 2001.

SHARMA, M.; ZHANG, S. Y. Variable-exponent taper equations for Jack Pine, Black Spruce, and Balsam Fir in eastern Canada. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.198, n.1-3, p.39–53, 2004.

SHIMIZU, J. Y.; HIGA, A. R. Variação racial do *Pinus taeda* L. no sul do Brasil até o sexto ano de idade. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 2, p.1-25, 1981.

SHIMIZU, J. Y.; MEDRADO, M. J. S. **Cultivo do Pinus: espécies**. Versão eletrônica. Nov./2005. Disponível em: <<http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br>>. Acesso em: 14 de Março de 2012.

SILVA, J. A. **Schaftkurvenuntersuchungen an fichte, tanne, potkiefer und rechkiefer**. Tese (Doutorado). Bodenkultut Universitat, Wien, 1976

SILVEIRA, D. P.; LEITE, H. G.; SILVEIRA, V. P.; MELIDO, R. C. N. Classificação de árvores de eucalipto para postes em sistema agroflorestal. **Revista Árvore**, Viçosa, v.35, n.4, p.875-882, 2011.

SOARES, C. P. B.; MARTINS, F. B.; LEITE JUNIOR, H.; SILVA, G. F.; FIGUEIREDO, L. T. M. Equações hipsométricas, volumétricas e de *taper* para onze espécies nativas. **Revista Árvore**, Viçosa, v.35, n.5, p.1039-1051, 2011.

SOARES, T. S. **Otimização do uso da madeira em povoamentos de eucalipto**. 60f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2002.

SOARES, T. S.; LEITE, H. G.; VALE, A. B. Um modelo alternativo para a quantificação de multiprodutos em árvores individuais. **Revista Árvore**, Viçosa, v.28, n.6, p.875-882, 2004.

SOARES, T. S.; VALE, A. B.; LEITE, H. G.; MACHADO, C. C. Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais. **Revista Árvore**, Viçosa, v.27, n.6, p.811-820, 2003.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 107f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) - Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.

SOUZA, C. A. M. **Modelos de afilamento para *Pinus taeda* L. ajustados segundo a forma do tronco e métodos de estratificação.** 120f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2009.

SOUZA, C. A. M.; CHASSOT, T.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; FLEIG, F. D. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.38, n.9, p.2506-2511, 2008a.

SOUZA, C. A. M.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SILVA, G. F.; THOMAS, C. Eficiência de um modelo de afilamento ajustado sem e com estratificação por classe de quociente de forma para formação dos sortimentos de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.22, n.1, p.125-135, 2012.

SOUZA, C. A. M.; SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; CHICHORRO, J. F.; SOARES, C. P. B.; SOUZA, A. L. Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, Viçosa, v.32, n.3, p.453-463, 2008b.

SOUZA, C. A. M.; SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; MENDONÇA, A. R.; ALMEIDA, A. Q. Avaliação de modelos de afilamento não segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n.3, p.387-399, 2008c.

SOUZA, R. R. **Estudo da forma do fuste de árvores de Eucalipto em diferentes espaçamentos.** 87f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Diamantina, 2013.

SPURR, S. H. **Forest inventory.** Ronald Press Co., N.Y., 1952.

STERBA, H. Stem curves: a review of the literature. **Forestry Abstracts**, v.41, n.4, p.141-145, 1980.

TASSISSA G., BURKHART H. E. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.103, n.1, p.87-101, 1998.

TEO, S. J.; MARCON, A.; EHLERS, T.; BIANCHI, J. C.; PELOSO, A. NAVA, P. R.; COSTA, R. H. Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. **Floresta**, Curitiba, v.43, n.3, p.439-452, 2013.

THOMAS, C. E.; PARRESOL, B. R. Simple, flexible, trigonometric taper equations. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.21, n.7, p.1132-1137, 1991.

TRINCADO, G.; BURKHART, H. E. A generalized approach for modeling and localizing stem profiles curves. **Forest Science**, Washington, v.52, n.6, p.670-682, 2006.

TRINCADO, G.; VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height-diameter models for Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.126, n.2, p.253-262, 2007.

VALENTINE, H. T.; GREGOIRE, T. G. A switching model of bole taper. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.31, n.8, p.1400-1409, 2001.

VONESH, E. F.; CHINCHILLI, V. M. **Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements**. Marcel Dekker, New York, 1997.

WALTERS, D. K.; HANN, D. W. **Taper equations for six conifer species in Southwest Oregon** (Research Bulletin No. 56). Oreg. State Univ. For. Res. Lab. 42p., 1986.

WEST, P. W.; RATKOWSKY, D. A.; DAVIS, A. W. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.7, n.3, p.207-224, 1984.

WILSON, B.F. **The growing tree**. University of Massachusetts Press, Amhurst. 138 p., 1984.

YANG, Y.; HUANG, S.; MENG, S. X. Development of a tree-specific stem profile model for White Spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. **Forestry**, v.82, n.5, p.541-555, 2009b.

YANG, Y.; HUANG, S.; TRINCADO, G.; MENG, S. X. Nonlinear mixed-effects modelling of variable-exponent taper equations for lodgepole pine in Alberta, Canada. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.128, n.4, p.415-429, 2009a.

YOSHITANI JUNIOR, M.; NAKAJIMA, N. Y.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DRUSZCZ, J. P.; HOSOKAWA, R. T.; MELLO, A. A. Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. **Floresta**, Curitiba, v.42, n.1, p.169-176, 2011.

ZAKREWSKI, W. T. A mathematically tractable stem profile model for Jack Pine in Ontario. **Northern Journal of Applied Forestry**, Washington, v.16, n.3, p.138-143, 1999.

ZIMMERMAN D. L.; NÚÑEZ-ANTÓN, V. Parametric modelling of growth curve data: an overview. **Test**, v.10, n.1, p.1- 73, 2001.

APÊNDICES

Todos os exemplos de bancos de dados e *scripts* deste apêndice foram apresentados apenas para a espécie *Pinus taeda*, utilizando o software estatístico R e planilhas eletrônicas no formato (.txt). A análise para a espécie *Eucalyptus saligna* e qualquer outra espécie, segue os mesmos bancos de dados e *scripts*.

Dica referente ao software R:

- Como o sistema do software diferencia letras maiúsculas de minúsculas, sugiro a utilização de todas as letras maiúsculas ou minúsculas durante a montagem do banco de dados e *scripts*. No caso do estudo foi utilizado toda a grafia em minúsculo.
- Para facilitar a montagem do banco de dados desse estudo para utilização nos *scripts*, utilizar o office de planilha eletrônica, salvando em formato ".txt". (Pode ser utilizado qualquer tipo de planilha lida pelo software, eu utilizo esse formato por obter um arquivo de menor dimensão).
- O uso de qualquer texto depois do "#" não é lido pelo programa. Serve para escrever pequenos textos no *script*.

Símbolos utilizado nos *scripts* e planilha:

n = corresponde a quantidade de árvores utilizadas no ajuste, na = corresponde ao número de árvores no arquivo inicial, arv = corresponde ao número de árvore em campo, dap = diâmetro a altura do peito, ht = altura total, fl = diâmetro mensurado a 5,3 m, h = altura seccional, hrel = altura relativa, v = volume parcial até a h da árvore especifiçada vt = volume total até a altura especificada, db = diâmetro na base (cm) em cada árvore; gdap = área seccional à altura do peito; gd = área seccional com casca a uma altura h; $y = d/dap$; $y2 = (d/dap)^2$; $z = [(ht - h)/ht]$; $x = [(ht - h)/(ht - 1.30)]$; $t = h/ht$; $z0 = [(ht - 1.30)/ht]$; $s = [1 + (ht/dap)]$; $K = (\pi/40000)$; b_i = parâmetros a serem estimados; a_i = pontos de inflexão estimados nos modelos segmentados; e p = a1 da equação de Max e Burkhardt.

APÊNDICE I

SCRIPT PARA AS ESTIMATIVAS DA VARIÁVEL F

Modelo de Banco de dados para ajuste da variável F para utilização no modelo de Clark (arquivo em bloco de notas: pinusf.txt)

n	na	arv	dap	ht	f	h	hrel
1	32	3	29	21.2	24.5	5.3	25
2	492	13	11.1	8.2	4.5	5.3	65
...							
23	508	710	45.2	31.9	39.2	4.79	15

```
#lendo o arquivo de dados na unidade C
```

```
pinusf<-read.table("C:/tese/pinusf.txt",header=T)
```

```
#ajuste da equação para estimar a variável f
```

```
pf<-nls(f ~ dap*(b0+b1*((5.3/ht)**2)),start=list(b0=0.1,b1=0.1),
data=pinusf)
```

```
#coeficientes da equação ajustada
```

```
summary(pf)
```

```
#calculando R2(%) por meio de correlação
```

```
((cor(predict(pf),pinusf$f)**2)*100
```

```
#calculando syx(%)
```

```
(((((sum(resid(pf)**2))/(length(pinusf$n)-2))*0.5)/mean(pinusf$f))*100
```

APÊNDICE II

SCRIPT PARA O AJUSTE PARA TODAS AS EQUAÇÕES

Modelo de Banco de dados para ajuste das funções de afilamento *NS*, *S* e *FV*, utilizado tanto pela técnica *nls* quanto pela técnica *nlme* (arquivo bloco de notas: pinus.txt)

n	arv	dap	ht	d	h	hrel	db	x	t	z	gd	gdap	z0	s	y	y2	f1
1	1	34.1	17.3	38.5	0.1	1	38.5	1.08	0.01	0.99	0.12	0.09	0.92	1.51	1.13	1.27	27.16
1	1	34.1	17.3	37.6	0.3	2	38.5	1.06	0.02	0.98	0.11	0.09	0.92	1.51	1.10	1.22	27.16
1	1	34.1	17.3	35.3	0.7	4	38.5	1.04	0.04	0.96	0.10	0.09	0.92	1.51	1.04	1.07	27.16
1	1	34.1	17.3	35	0.86	5	38.5	1.03	0.05	0.95	0.10	0.09	0.92	1.51	1.03	1.05	27.16
1	1	34.1	17.3	34.1	1.3	8	38.5	1.00	0.08	0.92	0.09	0.09	0.92	1.51	1.00	1.00	27.16
1	1	34.1	17.3	32.1	1.73	10	38.5	0.97	0.10	0.90	0.08	0.09	0.92	1.51	0.94	0.89	27.16
1	1	34.1	17.3	31.8	2.59	15	38.5	0.92	0.15	0.85	0.08	0.09	0.92	1.51	0.93	0.87	27.16
1	1	34.1	17.3	28	4.31	25	38.5	0.81	0.25	0.75	0.06	0.09	0.92	1.51	0.82	0.67	27.16
1	1	34.1	17.3	25.1	6.04	35	38.5	0.70	0.35	0.65	0.05	0.09	0.92	1.51	0.74	0.54	27.16
1	1	34.1	17.3	22	7.76	45	38.5	0.60	0.45	0.55	0.04	0.09	0.92	1.51	0.65	0.42	27.16
1	1	34.1	17.3	18.1	9.49	55	38.5	0.49	0.55	0.45	0.03	0.09	0.92	1.51	0.53	0.28	27.16
1	1	34.1	17.3	13.4	11.21	65	38.5	0.38	0.65	0.35	0.01	0.09	0.92	1.51	0.39	0.15	27.16
1	1	34.1	17.3	9.9	12.94	75	38.5	0.27	0.75	0.25	0.01	0.09	0.92	1.51	0.29	0.08	27.16
1	1	34.1	17.3	6.7	14.66	85	38.5	0.17	0.85	0.15	0.00	0.09	0.92	1.51	0.20	0.04	27.16
1	1	34.1	17.3	2.2	16.39	95	38.5	0.06	0.95	0.05	0.00	0.09	0.92	1.51	0.06	0.00	27.16
...																	
1575	2254	15.3	13	18.8	0.1	1	18.8	1.10	0.01	0.99	0.03	0.02	0.90	1.85	1.23	1.51	11.07
1575	2254	15.3	13	17.5	0.3	2	18.8	1.09	0.02	0.98	0.02	0.02	0.90	1.85	1.14	1.31	11.07
1575	2254	15.3	13	16.6	0.65	5	18.8	1.06	0.05	0.95	0.02	0.02	0.90	1.85	1.08	1.18	11.07
1575	2254	15.3	13	16.6	0.7	5	18.8	1.05	0.05	0.95	0.02	0.02	0.90	1.85	1.08	1.18	11.07
1575	2254	15.3	13	15.3	1.3	10	18.8	1.00	0.10	0.90	0.02	0.02	0.90	1.85	1.00	1.00	11.07
1575	2254	15.3	13	15.3	1.3	10	18.8	1.00	0.10	0.90	0.02	0.02	0.90	1.85	1.00	1.00	11.07
1575	2254	15.3	13	14	1.95	15	18.8	0.94	0.15	0.85	0.02	0.02	0.90	1.85	0.92	0.84	11.07
1575	2254	15.3	13	13.1	3.24	25	18.8	0.83	0.25	0.75	0.01	0.02	0.90	1.85	0.86	0.73	11.07
1575	2254	15.3	13	12.4	4.54	35	18.8	0.72	0.35	0.65	0.01	0.02	0.90	1.85	0.81	0.66	11.07
1575	2254	15.3	13	9.9	5.84	45	18.8	0.61	0.45	0.55	0.01	0.02	0.90	1.85	0.65	0.42	11.07
1575	2254	15.3	13	8.3	7.13	55	18.8	0.50	0.55	0.45	0.01	0.02	0.90	1.85	0.54	0.29	11.07
1575	2254	15.3	13	7	8.43	65	18.8	0.39	0.65	0.35	0.00	0.02	0.90	1.85	0.46	0.21	11.07
1575	2254	15.3	13	5.4	9.73	75	18.8	0.28	0.75	0.25	0.00	0.02	0.90	1.85	0.35	0.12	11.07
1575	2254	15.3	13	3.2	11.02	85	18.8	0.17	0.85	0.15	0.00	0.02	0.90	1.85	0.21	0.04	11.07
1575	2254	15.3	13	2.2	12.32	95	18.8	0.06	0.95	0.05	0.00	0.02	0.90	1.85	0.14	0.02	11.07

Script para ajuste

```
# lendo banco de dados na unidade C
pinus<-read.table("C:/tese/pinus.txt",header=T)
#ajuste dos modelos não segmentados utilizando a função nls do R em função do diâmetro
#hojer
hojer<-nls(d ~ dap*b0*log((b1+z)/b1),start=list(b0=0.1,b1=0.1), data=pinus)
#jonson
jonson<-nls(d ~ dap*b0*log((b1+z-0.025)/b1),start=list(b0=0.1,b1=0.1), data=pinus)
#behre
behre<-nls(d ~ dap*(z/(b0+b1*z)),start=list(b0=0.1,b1=0.1), data=pinus)
#polinomio
polinomio<-
nls(d~dap*(b0+b1*t+b2*(t**2)+b3*(t**3)+b4*(t**4)+b5*(t**5)),start=list(b0=.1,b1=0.1,b2=0.1,b3=.1,b4=.1,b5=.1),
data=pinus)
#bruce
bruce<-nls(d ~ dap*(b1*((x**(3/2))/10)+b2*(((x**(3/2))-(x**3))*dap/100)+b3*(((x**(3/2))-
(x**3))*ht/1000)+b4*(((x**(3/2))-(x**32))*ht*dap/100000)+b5*(((x**(3/2))-
(x**32))*((ht)**0.5)/1000)+b6*(((x**(3/2))-(x**40))*((ht**2)/1000000))**0.5,start=list(b1=10.22,b2=-
2.46,b3=37.85,b4=-7.89,b5=3.37,b6=-22.05), data=pinus)
#kozak.69.a
kozak.69.a<-nls(d ~ dap*(b1*(t-1)+b2*((t**2)-1))**0.5,start=list(b1=-2.58,b2=1.18), data=pinus)
#kozak.69.b
kozak.69.b<-nls(d ~ dap*(b1*(1-2*t+(t**2)))**0.5,start=list(b1=0.1), data=pinus)
#kozak.69.c
kozak.69.c<-nls(d ~ dap*(b0+b1*(t)+b2*((t)**2))**0.5,start=list(b0=1.2661,b1=-2.2120,b2=0.9362), data=pinus)
#demaerschalk.72
demaerschalk.72<-nls(d ~ (10**b0)*(dap**b1)*((ht-h)**b2)*(ht**b3),start=list(b0=0.1,b1=0.1,b2=0.1,b3=0.1),
data=pinus)
#demaerschalk.73.a
demaerschalk.73.a<-nls(d ~ dap*(b1*((ht-h)/ht)**b2)**0.5,start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
#demaerschalk.73.b
demaerschalk.73.b<-nls(d ~ dap*(b1*(((ht-
h)**b2)/((b3*(ht**(b2+1)))+(b4*(ht**b2))))**0.5,start=list(b1=5.8881,b2=1.6468,b3=0.0285,b4=4.1594),
data=pinus)
```



```

demaerschalk.73.b<-nls(d ~ dap*(b1*((ht-
h)**b2)/((b3*(ht**(b2+1)))+(b4*(ht**b2))))**0.5,start=list(b1=5.8881,b2=1.6468,b3=0.0285,b4=4.1594),
data=pinus,algorithm="plinear")
demaerschalk.73.b<-nls(d ~ dap*(b1*((ht-
h)**b2)/((b3*(ht**(b2+1)))+(b4*(ht**b2))))**0.5,start=list(b1=5.8881,b2=1.6468,b3=0.0285,b4=4.1594),
data=pinus,algorithm="port")
#demaerschalk.73.c
demaerschalk.73.c<-nls(d ~ dap*((b1*((1/((dap**2)*ht))*((ht-h)/ht)**b2))+b3*((ht-
h)/ht)**b4)**0.5),start=list(b1=10157.9,b2=216.3,b3=1.2,b4=1.57), data=pinus)
#demaerschalk.73.d
demaerschalk.73.d<-nls(d ~ dap*((b0*((ht-h)**b1)/(ht**(b1+1)))+b2*((ht-h)/ht)**b3)+b4*((ht-
h)**b5)/(ht**(b5-1))))**0.5),start=list(b0=10.59,b1=1.90,b2=0.55,b3=51.96,b4=0.02,b5=1.91), data=pinus)
#demaerschalk.73.e
demaerschalk.73.e<-nls(d ~ dap*((b0*((ht-h)**b1)/(ht**(b1+1)))+b2*((ht-
h)/ht)**b3)**0.5),start=list(b0=.1,b1=0.1,b2=0.1,b3=.1), data=pinus)
#ormerod
ormerod<-nls(d ~ dap*((ht-h)/(ht-1.3))**b1,start=list(b1=0.1), data=pinus)
#goulding
goulding<-nls(d ~
((b1*(z**5)+b2*(z**4)+b3*(z**3)+b4*(z**2)+b5*z)*(b6*(dap**2)+b0))**0.5,start=list(b0=14.7688,b1=26.2297,b2=-
49.4631,b3=28.1541,b4=-2.9376,b5=0.5050,b6=0.5528), data=pinus)
goulding<-nls(d ~
((b1*(z**5)+b2*(z**4)+b3*(z**3)+b4*(z**2)+b5*z)*(b6*(dap**2)+b0))**0.5,start=list(b0=14.7688,b1=26.2297,b2=-
49.4631,b3=28.1541,b4=-2.9376,b5=0.5050,b6=0.5528), data=pinus, algorithm="plinear")
goulding<-nls(d ~
((b1*(z**5)+b2*(z**4)+b3*(z**3)+b4*(z**2)+b5*z)*(b6*(dap**2)+b0))**0.5,start=list(b0=14.7688,b1=26.2297,b2=-
49.4631,b3=28.1541,b4=-2.9376,b5=0.5050,b6=0.5528), data=pinus, algorithm="port")
#forslund.82
forslund.82<-nls(d ~ dap*((1-((h/ht)**b1))**(1/b2))),start=list(b1=1.47,b2=1.05), data=pinus)
#amidon
amidon<-nls(d ~ b1*dap*((ht-h)/(ht-1.3))+b2*((ht**2)-(h-1.3))/(ht**2)),start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
#biging
biging<-nls(d ~ dap*(b1+b2*log((1-((h/ht)**(1/3)))*(1-exp(-b1/b2)))),start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
#newberry.86.a
newberry.86.a<-nls(d ~ b1*dap*((ht-h)**b2),start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
#newberry.86.b

```

```

newberry.86.b<-nls(d ~ b1*dap*(x**b2),start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
#forslund.91
forslund.91<-nls(d ~ dap*(1-h/ht)**(1/b1),start=list(b1=0.1), data=pinus)
#thomas
thomas<-nls(d ~ dap*(b1*(t-1)+b2*sin(1.5*pi*t)+b3*(1/(tan(pi*t/2))))**0.5,start=list(b1=-
0.9338,b2=0.0414,b3=0.00580), data=pinus)
#baldwin
baldwin<-nls(d ~ dap*(b1+b2*log(1-((1-(exp((-b1)/b2))))*(h/ht)**(1/3))))),start=list(b1=1.27,b2=0.47),
data=pinus)
#sharma
sharma<-nls(d ~ dap*(((h/1.3)**(2-b1))*x))**0.5,start=list(b1=0.1), data=pinus)
#benbrahim
benbrahim<-nls(d ~ db-db*((log(1-(h/(b1*ht)))/(-b2))**(1/b3)),start=list(b1=1.05,b2=2.62,b3=2.04), data=pinus)
# ajuste dos modelos segmentados utilizando a função nls do R em função do diâmetro
#parresol
parresol<-nls(y2~((z**2)*(b1+b2*z)+((z-a)**2)*(b3+b4*(z+2*a)))*(z>=a)+0*(z<a)),star=list(a= 0.8871, b1=
2.1946,b2=-1.0623,b3=-976.6,b4=367), data=pinus)
parresol<-nls(y2~((z**2)*(b1+b2*z)+((z-a)**2)*(b3+b4*(z+2*a)))*(z>=a)+0*(z<a)),star=list(a= 0.8871, b1=
2.1946,b2=-1.0623,b3=-976.6,b4=367), data=pinus, algorithm="plinear",trace=T)
parresol<-nls(y2~((z**2)*(b1+b2*z)+((z-a)**2)*(b3+b4*(z+2*a)))*(z>=a)+0*(z<a)),star=list(a= 0.8369, b1=
2.8375,b2=-1.9831,b3=-485.3,b4=212.6), data=pinus, algorithm="port",trace=T)
#max
max<-nls(d~dap*((b1*(t-1)+b2*((t**2)-1)+(b3*(a1-t)**2)*(t<=a1)+(b4*(a2-
t)**2)*(t<=a2))**0.5),start=list(a1=0.0546187,a2=0.8293501,b1=-6.8052095,b2=3.3721422,b3=157.4385759,b4=-
3.5354867), data=pinus)
#cao
cao<-nls(d~dap*(((b0/(pi/40000))*(2*z+b1*(3*(z**2)-2*z)+(b2*(z-a1)**2)*(z>=a1)+(b3*(z-
a2)**2)*(z>=a2))**0.5),start=list(a1=0.9255,a2=0.294,b0=0.000049,b1=0.9212,b2=137.7,b3=-2.3641), data=pinus)
#clark
clark<-nls(d~((h<1.3)*(dap**2*(1+(c+e/dap**3)*((1-t)**r-(1-1.3/ht)**r)/(1-(1-
1.3/ht)**r)))+(h>=1.3)*(h<=5.3)*(dap**2-(dap**2-f1**2)*((1-1.3/ht)**p-(1-t)**p)/((1-1.3/ht)**p-(1-
5.3/ht)**p)))+(h>5.3)*(f1**2*(b*((h-5.3)/(ht-5.3))-1)**2+(h<(5.3+a*(ht-5.3)))*((1-b)/a**2)*(a-(h-5.3)/(ht-
5.3))**2))**0.5,start=list(r=18.5725,p=1.8871,c=0.528,e=501.5,a=0.7197,b=1.766),data=pinus)
#ajuste dos modelos de forma variável utilizando a função nls do R em função do diâmetro

```

```

#valor p (esse valor corresponde al calculado no modelo de max)
p<-0.074499
#kozak.88
kozak.88<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*(b2**dap)*((1-t**0.5)/(1-
p**0.5))** (b3*t**2+b4*log(t+0.0001)+b5*(t**0.5)+b6*exp(t)+b7*(dap/ht)), start=list(b0=1.40,b1=.87,b2=1.00,b3=0.
54,b4=-0.14,b5=0.28,b6=-.09,b7=0.14), data=pinus)
#perez
perez<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*((1-t**0.5)/(1-p**0.5))** (b2*t**2+b3*log(t+0.0001)+b4*(dap/ht)), start=list(b0=-
0.43,b1=1.02,b2=0.154,b3=-0.048,b4=0.14), data=pinus)
#newnham
newnham.92<-nls(d ~
dap*x** (1/exp(b0+b1*x+b2*(dap/ht)**2+b3*(x**2)*(dap/ht)+b4*(ht/h**.5)+b5*(dap*(ht/h)))), start=list(b0=0.58,b1=
0.56,b2=-0.10,b3=-0.25,b4=-0.044,b5=0.000176), data=pinus)
#kozak.94
kozak.94<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*(b2**dap)*((1-t**0.5)/(1-
p**0.5))** (b3+b4*t** (1/4)+b5*t** (1/3)+b6*(t**0.5)+b7*asin(1-
t**0.5)+b8*(1/((dap/ht)+1))+b9*ht), start=list(b0=1.5046,b1=0.8540,b2=1.0024,b3=11.5729,b4=-4.2332,b5=-
9.7626,b6=3.5430,b7=-6.5020,b8=-0.5154,b9=-0.00771), data=pinus)
#kozak.95
kozak.95<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*(ht**b2)*w** (b3*w** (1/10)+b4*t**4+b5*asin(1-
(h/ht)**0.5)+b6*(1/exp(dap/ht))+b7*dap**w), start=list(b0=.89,b1=0.96,b2=.08,b3=0.59,b4=0.60,b5=0.11,b6=-
0.52,b7=0.003), data=pinus)
#muhairwe.a
muhairwe.a<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*(b2**dap)*(1-
t**0.5)** (b3*t**2+b4/t+b5*dap+b6*ht+b7*(dap/ht)), start=list(b0=1.44,b1=0.90,b2=1,b3=0.38,b4=-0.01,b5=-
0.01,b6=0.01,b7=0.28), data=pinus)
#muhairwe.b
muhairwe.b<-nls(d ~ b0*(dap**b1)*(1-
t**0.5)** (b2*t+b3*t**2+b4/t+b5*t**3+b6*dap+b7*(dap/ht)), start=list(b0=1.37,b1=0.89,b2=1.25,b3=-1.86,b4=-
0.01,b5=1.32,b6=-0.003,b7=0.10), data=pinus)
#zakrewski
zakrewski<-nls(gd ~ ((gdap*(z0-s))/(z0**2+b1*z0**3+b2*z0**4))*((z**2+b1*z**3+b2*z**4)/(z-
s)), start=list(b1=0.1,b2=0.1), data=pinus)
)

```

```
#bi
bi<-nls(d ~
dap*(log(sin((pi/2)*t))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))** (b0+b1*sin((pi/2)*t)+b2*cos((3*pi/2)*t)+b3*(sin((pi/2)*t)/t)+b4*dap+b5*t*dap**0.5+
b6*t*ht**0.5),start=list(b0=1.81,b1=-0.22,b2=-0.04,b3=-0.93,b4=-
0.00062,b5=0.0748,b6=-.14), data=pinus)
#lee
lee<-nls(d ~ b0*dap**b1*(1-
t)**(b2*t**2+b3*t+b4),start=list(b0=.1,b1=.1,b2=.1,b3=.1,b4=0.1),
data=pinus)
#kozak.04.a
kozak.04.a<-nls(d ~
b0*(dap**b1)*w1** (b2+b3*(1/exp(dap/ht))+b4*dap**w1+b5*w1** (dap/ht)),
start=list(b0=1.334,b1=.9202,b2=.5969,b3=-.2833,b4=0.0009948,b5=-
0.1697), data=pinus)
kozak.04.b
kozak.04.b<-nls(d ~
b0*(dap**b1)*(ht**b2)*w2** (b3*t**4+b4*(1/exp(dap/ht))+b5*w2**0.1+b6*
(1/dap)+b7*(ht** (1-
t**(1/3)))+b8*w2),start=list(b0=1.00,b1=.97,b2=.03,b3=.49,b4=-
0.87,b5=0.50,b6=3.88,b7=0.03,b8=-0.19), data=pinus)
```

```
#Estatísticas
```

(deste ponto em diante, todos os cálculos das estatísticas de avaliação foram iguais para todos os modelos. Dessa forma somente foi apresentado o cálculo para um modelo e para zakrewski que não utiliza a variável dependente sendo d)

```
#Coeficientes ajustados e seus respectivos testes de significância
summary(hojer)
```

```
#Resíduos das equações ajustadas
```

```
#hojer
res.hojer<-(resid(hojer)/pinus$d)*100
#zakrewski
dest<-(predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5
res.zakrewski<-((dest-pinus$d)/pinus$d)*100
```

```
# Gráficos das estimativas de diâmetro para os modelos não segmentados
plot(pinus$t,res.hojer,xlab="h/H",ylab="Resíduo (%)",
main="hojer",ylim=range(-300,300))
abline (0,0)
```

```
#Estatística R2(%)
```

```
#hojer
((cor(predict(hojer),pinus$d)**2)*100$
#zakrewski
((cor(predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5,pinus$d)**2)*100
```

```
#Estatística Syx
```

```
#hojer (o valor 2 da expressão representa o número de coeficientes (p)
da equação, logo para hojer p=2)
(((sum(resid(hojer)**2))/(length(pinus$n)-
2))**0.5)/mean(pinus$d))*100,
#zakrewski
((sqrt(sum(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d)**2)/(length(pinus$n)-2)))/mean(pinus$d))*100
```

```
#Estatística V
```

```
#hojer
sum(resid(hojer))/length(pinus$n),
```

```

#zakrewski
(sum(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d)))/length(pinus$n),
#Estatística MSE
#pacote para facilitar o cálculo
require(hydroGOF)
#hojer
mse(predict(hojer),pinus$d)
#zakrewski
mse(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5),pinus$d)
#Estatística PVE
#hojer
1-(sum(resid(hojer)^2)/sum((pinus$d-mean(pinus$d))^2))
#zakrewski
1-((sum(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d)^2))/sum((pinus$d-mean(pinus$d))^2))
#Estatística MD
#hojer
sum(abs(resid(hojer)))/length(pinus$n)
#zakrewski
sum(abs(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d))/length(pinus$n)
#Estatística DPD
#hojer
((sum(resid(hojer)**2)-
((sum(resid(hojer)))**2)/length(pinus$n)))/(length(pinus$n)-1)
#zakrewski
((sum(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-pinus$d)**2)-
((sum(((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d)))**2)/(length(pinus$n)-1))/length(pinus$n)
#Estatística AIC
#para modelos ajustados em função de d
AIC(hojer)
#zakrewski
length(pinus$n)+length(pinus$n)*log(2*pi)+length(pinus$n)*log((sum(
((predict(zakrewski)*40000/pi)**0.5)-
pinus$d)**2))/length(pinus$n))+2*(3)

```

APÊNDICE III

SCRIPT PARA VALIDAÇÃO DOS MODELOS

```

#Teste de validação para os modelos N, S e de FV
#banco de dados validação (banco de dados idêntico a "pinus.txt", já
descrito nesse estudo, porém com o dados das árvores selecionadas para
validação e com o nome "valpt.txt").
#lendo banco de dados na unidade C do PC
valpt<-read.table("C:/tese/valpt.txt",header=T)
#valor do qui-quadrado tabelado
qchisq(0.05, 10153)
#calculo do qui-quadrado para a equação ajustada de hojer
qhojer<-sum(((predict(hojer,newdata=valpt))-valpt$d)^2)/valpt$d)
#Resultados do qui-quadrado
qhojer

```

APÊNDICE IV

SCRIPT PARA AS ESTIMATIVAS DE VOLUME TOTAL

Modelo de Banco de dados cálculo das estimativas de volume total das equações *NS*, *S* e *FV*, utilizado tanto pela técnica *nls* quanto pela técnica *nlme* (arquivo bloco de notas: vtpt.txt)

n	arv	dap	ht	d	h	hrel	db	x	t	z	gd	gdap	z0	s	f1	v	vt
1	1	34.1	17.3	2.2	16.4	95	38.5	0.06	0.95	0.05	0.00	0.09	0.92	1.51	27.16	0.0034	0.6411
2	2	30.6	20.3	8.9	19.3	95	37.9	0.05	0.95	0.05	0.01	0.07	0.94	1.66	25.17	0.0200	0.7959
3	4	27.7	25.2	2.9	23.9	95	41.4	0.05	0.95	0.05	0.00	0.06	0.95	1.91	23.46	0.0040	0.7194
4	5	20.1	20.8	1.9	19.8	95	24.2	0.05	0.95	0.05	0.00	0.03	0.94	2.03	16.60	0.0024	0.2590
5	8	22.3	12.1	3.2	11.5	95	28.3	0.06	0.95	0.05	0.00	0.04	0.89	1.54	15.55	0.0019	0.2163
6	9	22.0	19.7	3.2	18.8	95	28	0.05	0.95	0.05	0.00	0.04	0.93	1.90	18.00	0.0033	0.3434
7	10	27.1	20.6	2.9	19.6	95	35	0.05	0.95	0.05	0.00	0.06	0.94	1.76	22.35	0.0033	0.4877
8	11	22.0	19.6	3.2	18.6	95	33.7	0.05	0.95	0.05	0.00	0.04	0.93	1.89	17.99	0.0039	0.3458
9	12	26.7	21.5	3.2	20.4	95	34.1	0.05	0.95	0.05	0.00	0.06	0.94	1.81	22.16	0.0043	0.4958
10	15	22.3	21.4	2.5	20.3	95	29.9	0.06	0.95	0.05	0.00	0.04	0.94	1.96	18.50	0.0030	0.3704
11	16	19.1	19.0	3.2	18.1	95	27.1	0.05	0.95	0.05	0.00	0.03	0.93	1.99	15.53	0.0032	0.2582
12	17	23.2	19.6	2.5	18.6	95	29.9	0.05	0.95	0.05	0.00	0.04	0.93	1.84	18.97	0.0025	0.3860
13	18	25.8	19.5	2.9	18.5	95	31.8	0.05	0.95	0.05	0.00	0.05	0.93	1.76	21.08	0.0055	0.5699
14	19	28.6	18.0	2.9	17.1	95	34.1	0.05	0.95	0.05	0.00	0.06	0.93	1.63	22.99	0.0031	0.5902
15	23	39.2	21.3	5.1	20.3	95	46.5	0.05	0.95	0.05	0.00	0.12	0.94	1.54	32.50	0.0097	1.1671
16	24	29.0	22.0	2.2	20.9	95	35.3	0.05	0.95	0.05	0.00	0.07	0.94	1.76	24.15	0.0035	0.6542
17	25	30.9	17.1	2.9	16.3	95	37.2	0.05	0.95	0.05	0.00	0.07	0.92	1.55	24.55	0.0036	0.5513
18	27	21.0	16.0	1.9	15.2	95	26.1	0.05	0.95	0.05	0.00	0.03	0.92	1.76	16.39	0.0021	0.2861
19	30	21.6	19.7	2.5	18.7	95	26.7	0.05	0.95	0.05	0.00	0.04	0.93	1.91	17.68	0.0027	0.3393
20	33	30.6	21.0	3.2	20.0	95	35.3	0.05	0.95	0.05	0.00	0.07	0.94	1.69	25.31	0.0042	0.6845
21	34	32.5	21.0	2.2	20.0	95	39.2	0.05	0.95	0.05	0.00	0.08	0.94	1.65	26.88	0.0025	0.7057
...																	
1573	2251	16.2	12.2	1.9	11.6	95	21.6	0.06	0.95	0.05	0.00	0.02	0.89	1.75	11.35	0.0007	0.1165
1574	2252	15.0	12.4	2.2	11.8	95	20.1	0.05	0.95	0.05	0.00	0.02	0.90	1.83	10.60	0.0007	0.1030
1575	2254	15.3	13.0	2.2	12.3	95	18.8	0.06	0.95	0.05	0.00	0.02	0.90	1.85	11.07	0.0008	0.1066

```

#lendo banco de dados na unidade C
vtpt<-read.table("C:/tese/vtpt.txt",header=T)
#coeficientes obtidos através do ajuste das equações do Apêndice II
coef(hojer)
#volume por integração numérica
##hojer
#função para integração
fhojer<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*1.840914*log((1.202673+(1-
h/ht))/1.202673))**2)
#realizando o procedimento de integração numérica, usando a função
anterior
vhojer<-function(h,dap,ht) integrate(fhojer,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
#obtendo as estimativas de volume total para cada árvore
hojer.m3 <-mapply(vhojer,h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),ht=as.list(vtpt$ht))
##max
fmax<-function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap**2)*((-3.57851662*((h/ht)-
1)+1.73973790*((h/ht)**2)-1)+(86.84091482*(0.07449947-
(h/ht))**2)*((h/ht)<=0.07449947)+(-1.48817064*(0.70567090-
(h/ht))**2)*((h/ht)<=0.70567090))))
vmax<-function(h,dap,ht) integrate(fmax,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
max.m3 <-mapply(vmax, h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),ht=as.list(vtpt$ht))
##zakrewski
fzakrewski<-function(h,gdap,dap,ht) (pi/40000)*(((gdap*((ht-
1.3)/ht)-(1+(ht/dap))))/(((ht-1.3)/ht)**2-1.977880*((ht-
1.3)/ht)**3+1.101904*((ht-1.3)/ht)**4))*(((ht-h)/ht)**2-
1.977880*((ht-h)/ht)**3+1.101904*((ht-h)/ht)**4)/(((ht-h)/ht)-
(1+(ht/dap))))*(40000/pi))
vzakrewski<-function(h,gdap,dap,ht) integrate(fzakrewski,lower=0.1,
upper=h, gdap=gdap, dap=dap,ht=ht)$value
zakrewski.m3 <-mapply(vzakrewski, h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),
gdap=as.list(vtpt$gdap),ht=as.list(vtpt$ht))
##bi
fbi<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht)))/(log(sin
((pi/2)*(1.3/ht))))))*((1.815312187-0.229942007*sin((pi/2)*(h/ht))-
0.048239006*cos((3*pi/2)*(h/ht))-
0.936124438*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))-
0.000634692*dap+0.076438856*(h/ht)*dap**0.5-
0.142203678*(h/ht)*ht**0.5))**2)
vbi<-function(h,dap,ht) integrate(fbi,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
bi.m3 <-mapply(vbi, h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),ht=as.list(vtpt$ht))
#resíduos
res.hojer<-((hojer.m3-vtpt$vt)/vtpt$vt)*100
#gráficos de resíduos
plot(vtpt$dap,res.hojer,xlab="DAP (cm)",ylab="Resíduo (%)",
main="hojer",ylim=range(-90,90))

```

```

abline (0,0)
#Estatística Syx
syx<-data.frame(c(((sum((hojer.m3-vtpt$vt)**2))/(length(vtpt$n)-
2))**0.5)/mean(vtpt$vt))*100
#Estatística MSE
require(hydroGOF)
mse(hojer.m3,vtpt$vt),
#Estatística PVE
1-(sum((hojer.m3-vtpt$vt)^2)/sum((vtpt$vt-mean(vtpt$vt))^2)),
#Estatística MD
sum(abs(hojer.m3-vtpt$vt))/length(vtpt$n)
#Estatística DPD
dpd<-((sum((hojer.m3-vtpt$vt)**2)-((sum((hojer.m3-
vtpt$vt))**2)/length(vtpt$vt)))/(length(vtpt$vt)-1)
#Estatística AIC
length(vtpt$n)+length(vtpt$n)*log(2*pi)+length(vtpt$n)*log((sum((jon
son.m3-vtpt$vt)**2))/length(vtpt$n))+2*(3)

```

APÊNDICE V

SCRIPT PARA OS DIÂMETROS E VOLUMES ESTRATIFICADOS

Script para análise dos diâmetros estratificados

#Apenas o script para a parte central do fuste foi demonstrado. Os scripts da base e do ápice foram idênticos a esse.

#O banco de dados do ajuste corresponde ao banco de dados do Apêndice II, com todos os diâmetros

```

#lendo banco de dados
pinus<-read.table("C:/tese/pinus.txt",header=T)
#ajuste dos modelos
#hojer
hojer<-nls(d ~ dap*b0*log((b1+z)/b1),start=list(b0=0.1,b1=0.1),
data=pinus)
#banco dados médio (banco de dados idêntica ao constante no Apêndice
I, porém porém apenas com os diâmetros entre 25% e 75% H, sendo
denominado dmpt.txt)
#leitura do banco de dados na unidade C do PC
medio<-read.table("C:/tese/dmpt.txt",header=T)
#calculando valores preditos com o banco de dados para a parte central
do fuste
#hojer
phojer<-predict(hojer,newdata=medio)
#zakrewski
pzakrewski<-(predict(zakrewski,newdata=medio)*40000/pi)**0.5
#Resíduos
rhojer<-((phojer-medio$d)/medio$d)*100
#Gráficos
plot(medio$t,rhojer,xlab="h/H",ylab="Resíduo (%)",
main="hojer",ylim=range(-100,100))
abline (0,0)
#Estatística Syx
(((sum((phojer-medio$d)**2))/(length(medio$n)-
2))**0.5)/mean(medio$d))*100

```



```

#Estatística V
sum((phojer-medio$d))/length(medio$n)
#Estatística MSE
(sum((phojer-medio$d)**2))/(length(medio$n)-2)
#Estatística PVE
1-(sum((phojer-medio$d)^2)/sum((medio$d-mean(medio$d))^2))
#Estatística MD
sum(abs((phojer-medio$d)))/length(medio$n)
#Estatística DPD
((sum((phojer-medio$d)**2)-((sum((phojer-
medio$d))**2)/length(medio$n)))/(length(medio$n)-1)
#Estatística AIC
length(medio$n)+length(medio$n)*log(2*pi)+length(medio$n)*log((sum((
phojer-medio$d)**2)/length(medio$n))+2*(3)

```

Script para análise dos volumes da parte central (de 25% a 75%)

#Apenas o script para a parte central do fuste foi demonstrado. Os scripts da base e do ápice foram identicos a esse.

#O banco de dados do ajuste corresponde será apresentado a seguir por diferir dos já apresentados aqui.

Modelo de banco de dados para a estimativa da parte central do fuste

n	arv	dap	ht	d	h0	h	hrel	db	x	t	z	gd	gdap	z0	s	f1	v	vth0	vth	vt
1	1	34.1	17.3	9.9	4.3	12.9	75	38.50	0.27	0.75	0.25	0.01	0.09	0.92	1.51	27.16	0.0189	0.3486	0.6281	0.2796
2	2	30.6	20.3	17.2	5.1	15.2	75	37.90	0.27	0.75	0.25	0.02	0.07	0.94	1.66	25.17	0.0527	0.3329	0.7386	0.4058
3	4	27.7	25.2	10.8	6.3	18.9	75	41.40	0.26	0.75	0.25	0.01	0.06	0.95	1.91	23.46	0.0318	0.3535	0.7006	0.3471
4	5	20.1	20.8	6.7	5.2	15.6	75	24.20	0.27	0.75	0.25	0.00	0.03	0.94	2.03	16.60	0.0093	0.1475	0.2508	0.1032
5	8	22.3	12.1	9.2	3.0	9.1	75	28.30	0.28	0.75	0.25	0.01	0.04	0.89	1.54	15.55	0.0103	0.1080	0.2091	0.1011
6	9	22.0	19.7	9.2	4.9	14.8	75	28.00	0.27	0.75	0.25	0.01	0.04	0.93	1.90	18.00	0.0174	0.1658	0.3310	0.1651
7	10	27.1	20.6	8.6	5.2	15.5	75	35.00	0.27	0.75	0.25	0.01	0.06	0.94	1.76	22.35	0.0178	0.2542	0.4758	0.2216
8	11	22.0	19.6	9.2	4.9	14.7	75	33.70	0.27	0.75	0.25	0.01	0.04	0.93	1.89	17.99	0.0167	0.1710	0.3322	0.1611
9	12	26.7	21.5	9.5	5.4	16.1	75	34.10	0.27	0.75	0.25	0.01	0.06	0.94	1.81	22.16	0.0228	0.2582	0.4804	0.2222
10	15	22.3	21.4	8.6	5.3	16.0	75	29.90	0.27	0.75	0.25	0.01	0.04	0.94	1.96	18.50	0.0179	0.1846	0.3588	0.1742
11	16	19.1	19.0	8.6	4.8	14.3	75	27.10	0.27	0.75	0.25	0.01	0.03	0.93	1.99	15.53	0.0142	0.1195	0.2470	0.1276
12	17	23.2	19.6	8.0	4.9	14.7	75	29.90	0.27	0.75	0.25	0.01	0.04	0.93	1.84	18.97	0.0168	0.1888	0.3766	0.1878
13	18	25.8	19.5	12.1	4.9	14.6	75	31.80	0.27	0.75	0.25	0.01	0.05	0.93	1.76	21.08	0.0331	0.2406	0.5482	0.3076
14	19	28.6	18.0	10.8	4.5	13.5	75	34.10	0.27	0.75	0.25	0.01	0.06	0.93	1.63	22.99	0.0314	0.2712	0.5763	0.3051
15	23	39.2	21.3	13.1	5.3	16.0	75	46.50	0.26	0.75	0.25	0.01	0.12	0.94	1.54	32.50	0.0515	0.5794	1.1355	0.5561
16	24	29.0	22.0	9.9	5.5	16.5	75	35.30	0.26	0.75	0.25	0.01	0.07	0.94	1.76	24.15	0.0263	0.3263	0.6391	0.3128
17	25	30.9	17.1	9.2	4.3	12.8	75	37.20	0.27	0.75	0.25	0.01	0.07	0.92	1.55	24.55	0.0183	0.3017	0.5391	0.2374
18	27	21.0	16.0	8.6	4.0	12.0	75	26.10	0.27	0.75	0.25	0.01	0.03	0.92	1.76	16.39	0.0148	0.1366	0.2775	0.1410
....																				
1573	2251	16.2	12.2	6.0	3.1	9.1	75	21.60	0.28	0.75	0.25	0.00	0.02	0.89	1.75	11.35	0.0039	0.0624	0.1137]	
]0.0513																				
1574	2252	15.0	12.4	5.4	3.1	9.3	75	20.10	0.28	0.75	0.25	0.00	0.02	0.90	1.83	10.60	0.0040	0.0535	0.1003]	
]0.0468																				
1575	2254	15.3	13.0	5.4	3.2	9.7	75	18.80	0.28	0.75	0.25	0.00	0.02	0.90	1.85	11.07	0.0040	0.0559	0.1038]	
]0.0479																				

#Observação: h0 é o limite inferior (25%H), h é o limite superior (75%H), vth0=volume acumulado até 25%H e vth= volume acumulado até 75%, vt=diferença entre vth e vth0.

o símbolo] indica que o número da linha seguinte pertencente a última coluna da linha anterior

```

#Script volume da parte central do fuste
#lendo o banco de dados na unidade
vmpt<-read.table("C:/tese/vmpt.txt",header=T)
#Integração numérica
#hojer
fhojer<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*1.840914*log((1.202673+(1-
h/ht))/1.202673))**2)
vhojer<-function(h,dap,ht,h0) integrate(fhojer,lower=h0, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
hojer.m3 <-mapply(vhojer,h0 = as.list(vmpt$h0, vmpt$n),h =
as.list(vmpt$h, vmpt$n),dap=as.list(vmpt$dap),ht=as.list(vmpt$ht))
#zakrewski
fzakrewski<-function(h,gdap,dap,ht) (pi/40000)*(((gdap*((ht-
1.3)/ht)-(1+(ht/dap))))/(((ht-1.3)/ht)**2-1.977880*((ht-
1.3)/ht)**3+1.101904*((ht-1.3)/ht)**4))*(((ht-h)/ht)**2-
1.977880*((ht-h)/ht)**3+1.101904*((ht-h)/ht)**4)/(((ht-h)/ht)-
(1+(ht/dap)))*(40000/pi))
vzakrewski<-function(h,gdap,dap,ht,h0)
integrate(fzakrewski,lower=h0, upper=h, gdap=gdap,
dap=dap,ht=ht)$value
zakrewski.m3 <-mapply(vzakrewski, h0 = as.list(vmpt$h0, vmpt$n),h =
as.list(vmpt$h, vmpt$n),dap=as.list(vmpt$dap),
gdap=as.list(vmpt$gdap),ht=as.list(vmpt$ht))
#resíduos
res.hojer<-((hojer.m3-vmpt$vt)/vmpt$vt)*100
#gráficos
plot(vmpt$dap,res.hojer,xlab="DAP (cm)",ylab="Resíduo (%)",
main="hojer",ylim=range(-100,100))
abline (0,0)
#Estatística Syx
(((sum((hojer.m3-vmpt$vt)**2))/(length(vmpt$n)-
2))*0.5)/mean(vmpt$vt))*100
#Estatística V
sum(hojer.m3-vmpt$vt)/length(vmpt$n)
#Estatística MSE
require(hydroGOF)
mse(hojer.m3,vmpt$vt)
#Estatística PVE
1-(sum((hojer.m3-vmpt$vt)^2)/sum((vmpt$vt-mean(vmpt$vt))^2))
#Estatística MD
sum(abs(hojer.m3-vmpt$vt))/length(vmpt$n)
#Estatística DPD
((sum((hojer.m3-vmpt$vt)**2)-((sum((hojer.m3-
vmpt$vt))**2)/length(vmpt$vt)))/(length(vmpt$vt)-1)
#Estatística AIC
length(vmpt$n)+length(vmpt$n)*log(2*pi)+length(vmpt$n)*log((sum((hoj
er.m3-vmpt$vt)**2))/length(vmpt$n))+2*(3)

```

APÊNDICE VI

SCRIPT PARA ESTIMATIVAS DOS DIÂMETROS PELA TÉCNICA NLME

```
#Script de utilização da modelagem de efeitos mistos para o modelo de
bi
#(Da mesma forma que para o modelo de Bi, esse script pode ser
utilizado para qualquer modelo do estudo)
#(O banco de dados foi o pinus.txt (mesmo utilizado para o ajuste
utilizando o procedimento nls já demonstrado no Apêndice II))
# lendo o banco de dados na unidade C
pinus<-read.table("C:/tese/pinus.txt",header=T)
#ajuste não linear (modelo fixo)
bi<-nls(d
dap*(log(sin((pi/2)*t))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))** (b0+b1*sin((pi
/2)*t)+b2*cos((3*pi/2)*t)+b3*(sin((pi/2)*t)/t)+b4*dap+b5*t*dap**0.5+
b6*t*ht**0.5),start=list(b0=1.81,b1=-0.22,b2=-0.04,b3=-0.93,b4=-
0.00062,b5=0.0748,b6=-.14), data=pinus)
#ajuste modelagem de efeitos mistos não linear
#requer pacote estatístico nlme
require(nlme)
#considerando apenas um coeficiente aleatório em função do fator
árvores
bi.b0<-nlme(d
dap*(log(sin((pi/2)*t))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))** (b0+b1*sin((pi
/2)*t)+b2*cos((3*pi/2)*t)+b3*(sin((pi/2)*t)/t)+b4*dap+b5*t*dap**0.5+
b6*t*ht**0.5),data=pinus,fixed=b0+b1+b2+b3+b4+b5+b6~1,random=b0~1|n,
start=c(b0=1.81,b1=-0.22,b2=-0.04,b3=-0.93,b4=-
0.00062,b5=0.0748,b6=-.14))
#(o mesmo foi feito para os outros coeficientes)
#considerando dois coeficientes aleatórios em função do fator árvores
bi.b0b1<-nlme(d
dap*(log(sin((pi/2)*t))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))** (b0+b1*sin((pi
/2)*t)+b2*cos((3*pi/2)*t)+b3*(sin((pi/2)*t)/t)+b4*dap+b5*t*dap**0.5+
b6*t*ht**0.5),data=pinus,fixed=b0+b1+b2+b3+b4+b5+b6~1,random=b0+b1~1
|n,start=c(b0=1.81,b1=-0.22,b2=-0.04,b3=-0.93,b4=-
0.00062,b5=0.0748,b6=-.14))
#(o mesmo foi feito para outras combinações de coeficientes)
#considerando tres coeficientes aleatórios em função do fator árvores
bi.b0b1b2<-nlme(d
dap*(log(sin((pi/2)*t))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))** (b0+b1*sin((pi
/2)*t)+b2*cos((3*pi/2)*t)+b3*(sin((pi/2)*t)/t)+b4*dap+b5*t*dap**0.5+
b6*t*ht**0.5),data=pinus,fixed=b0+b1+b2+b3+b4+b5+b6~1,random=b0+b1+b
2~1|n,start=c(b0=1.81,b1=-0.22,b2=-0.04,b3=-0.93,b4=-
0.00062,b5=0.0748,b6=-.14))
#(o mesmo foi feito para outras combinações de coeficientes)
#Coeficientes ajustados e seus respectivos testes de significância
summary(bi)
summary(bi.b0)
#Resíduos
res.bi<-(resid(bi)/pinus$d)*100
res.bi.b0<-(resid(bi.b0)/pinus$d)*100
# Gráficos das estimativas de diâmetro para os modelos não segmentados
graf.ns<-par(mfrow = c(5,9))
```

```
plot(pinus$t, res.bi, xlab="h/H (m)", ylab="Resíduo (%)",
main="bi", ylim=range(-200,200))
abline (0,0)
plot(pinus$t, res.bi.b0, xlab="h/H (m)", ylab="Resíduo (%)",
main="bi.b0", ylim=range(-200,200))
abline (0,0)
```

```
#Estatísticas
#r2
```

```
((cor(predict(bi), pinus$d)**2)*100
((cor(predict(bi.b0), pinus$d)**2)*100
```

```
#syx
```

```
((((sum(resid(bi)**2))/(length(pinus$n)-
7))**0.5)/mean(pinus$d))*100,
(((sum(resid(bi.b0)**2))/(length(pinus$n)-
8))**0.5)/mean(pinus$d))*100,
```

```
#v
```

```
sum(resid(bi))/length(pinus$n)
sum(resid(bi.b0))/length(pinus$n)
```

```
#mse
```

```
require(hydroGOF)
mse(predict(bi), pinus$d),
mse(predict(bi.b0), pinus$d),
```

```
#pve
```

```
1-(sum(resid(bi)^2)/sum((pinus$d-mean(pinus$d))^2))
1-(sum(resid(bi.b0)^2)/sum((pinus$d-mean(pinus$d))^2))
```

```
#md
```

```
sum(abs(resid(bi)))/length(pinus$n),
sum(abs(resid(bi.b0)))/length(pinus$n),
```

```
#dpd
```

```
((sum(resid(bi)**2)-
((sum(resid(bi))**2)/length(pinus$n)))/(length(pinus$n)-1),
((sum(resid(bi.b0)**2)-
((sum(resid(bi.b0))**2)/length(pinus$n)))/(length(pinus$n)-1),
```

```
aic
```

```
aic<-AIC(bi, bi.b0)
```

APÊNDICE VII

SCRIPT PARA ESTIMATIVAS DOS VOLUMES PELA TÉCNICA NLME

#Script de utilização da modelagem de efeitos mistos para as estimativas do volume total para o modelo de Bi

#(Da mesma forma que para o modelo de Bi, esse script pode ser utilizado para qualquer modelo do estudo)

#(O banco de dados foi o ptvt.txt (mesmo utilizado para o ajuste utilizando o procedimento nls já demonstrado no Apêndice IV))

#(Esse script foi apresentado para apenas uma variação do modelo de bi. Mesmos cálculos podem ser feito para qualquer variação).

```
#obtendo os coeficientes do ajuste das variações por nlme
```

```
b0<-coef(bi.b0)
```

```
#lendo arquivo de dados da unidade C
```

```
vtpt<-read.table("C:/tese/vtpt.txt", header=T)
```

```
#Obtendo estimativas de volume
```

```

#bi
fbi<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht)))/(log(sin
((pi/2)*(1.3/ht))))))*((1.815312187-0.229942007*sin((pi/2)*(h/ht))-
0.048239006*cos((3*pi/2)*(h/ht))-
0.936124438*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))-
0.000634692*dap+0.076438856*(h/ht)*dap**0.5-
0.142203678*(h/ht)*ht**0.5))**2)
vbi<-function(h,dap,ht) integrate(fbi,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
bi.m3 <-mapply(vbi, h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),ht=as.list(vtpt$ht))
#bi.b0
fbi.b0<-
function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi
/2)*(h/ht)))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))*((b0+b1*sin((pi/2)*(h/ht))
+b2*cos((3*pi/2)*(h/ht))+b3*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))+b4*dap+b5*(h
/ht)*dap**0.5+b6*(h/ht)*ht**0.5))**2)
vbi.b0<-function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6)
integrate(fbi.b0,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht,b0=b0,b1=b1,b2=b2,b3=b3,b4=b4,b5=b5,b6=b6)$value
bi.b0.m3 <-mapply(vbi.b0,h = as.list(vtpt$h,
vtpt$n),dap=as.list(vtpt$dap),ht=as.list(vtpt$ht),b0=as.list(b0$b0),
b1=as.list(b0$b1),b2=as.list(b0$b2),b3=as.list(b0$b3),b4=as.list(b0$b
b4),b5=as.list(b0$b5),b6=as.list(b0$b6))
#Resíduos
res.bi<-((bi.m3-vtpt$vt)/vtpt$vt)*100
res.bi.b0<-((bi.b0.m3-vtpt$vt)/vtpt$vt)*100
# Gráficos das estimativas de volume total
graf.ns<-par(mfrow = c(5,9))
plot(vtpt$dap,res.bi,xlab="h/H (m)",ylab="Resíduo (%)",
main="bi",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vtpt$dap,res.bi.b0,xlab="h/H (m)",ylab="Resíduo (%)",
main="bi.b0",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
#Estatísticas
#syx
(((sum((bi.m3-vtpt$vt)**2))/(length(vtpt$n)-
7))**0.5)/mean(vtpt$vt))*100,
(((sum((bi.b0.m3-vtpt$vt)**2))/(length(vtpt$n)-
8))**0.5)/mean(vtpt$vt))*100,
#v
sum((bi.m3-vtpt$vt)/length(vtpt$n),
sum((bi.b0.m3-vtpt$vt)/length(vtpt$n),
#mse
require(hydroGOF)
mse((bi.m3-vtpt$vt),vtpt$vt),
mse((bi.b0.m3-vtpt$vt),vtpt$vt),
#pve
1-(sum((bi.m3-vtpt$vt)^2)/sum((vtpt$vt-mean(vtpt$vt))^2)),
1-(sum((bi.b0.m3-vtpt$vt)^2)/sum((vtpt$vt-mean(vtpt$vt))^2)),
#md
sum(abs((bi.m3-vtpt$vt)))/length(vtpt$n),

```

```
sum(abs((bi.b0.m3-vtpt$vt)))/length(vtpt$n),
```

```
#dpd
```

```
((sum((bi.m3-vtpt$vt)**2)-((sum((bi.m3-  
vtpt$vt))**2)/length(vtpt$n)))/(length(vtpt$n)-1),  
((sum((bi.b0.m3-vtpt$vt)**2)-((sum((bi.b0.m3-  
vtpt$vt))**2)/length(vtpt$n)))/(length(vtpt$n)-1),
```

```
# AIC
```

```
length(vtpt$n)+length(vtpt$n)*log(2*pi)+length(vtpt$n)*log((sum((bi.  
m3-vtpt$vt)**2)/length(vtpt$n))+2*(8),  
length(vtpt$n)+length(vtpt$n)*log(2*pi)+length(vtpt$n)*log((sum((bi.  
b0.m3-vtpt$vt)**2)/length(vtpt$n))+2*(9),  
length(vtpt$n)+length(vtpt$n)*log(2*pi)+length(vtpt$n)*log((sum((bi.
```

APÊNDICE VIII

SCRIPT DAS ESTIMATIVAS DE DIÂMETRO E VOLUME ESTRATIFICADOS UTILIZANDO NLME

```

#(Da mesma forma que para o modelo de Bi, esse script pode ser
utilizado para qualquer modelo do estudo)
#(O banco de dados para diâmetro é o mesmo do Apêndice II, selecionando
todos os diâmetros entre 0,1 m e 25%, para base (dbpt.txt), de 25 a
75%, parte central (dmpt.txt) e de 75 a 95%, ápice (daptx.txt))
#(O banco de dados para diâmetro é o mesmo do apêndice IV para a base
o mesmo do apêndice IV para a parte central e ápice, selecionando
todos os volume de 0,1 m e 25%, para base (vbpt.txt), de 25 a 75%,
parte central (vmpt.txt) e de 75 a 95%, ápice (vaptx.txt))
#(Esse script foi apresentado para apenas uma variação do modelo de
bi. Mesmos cálculos podem ser feito para qualquer variação desse modelo
e de outros).

```

```
#lendo bando de dados da unidade C
```

```
base<-read.table("C:/tese/dbpt.txt",header=T)
medio<-read.table("C:/tese/dmpt.txt",header=T)
apice<-read.table("C:/tese/dapt.txt",header=T)
```

```
#valores preditos
```

```
##sem variável aleatória
```

```

# base
bpbi<-predict(bi,newdata=base)
# média
mpbi<-predict(bi,newdata=medio)
# ápice
apbi<-predict(bi,newdata=apice)

```

```
##Modelo com b0 aleatório
```

```

# base
bpbi.b0<-predict(bi.b0,newdata=base)
# média
mpbi.b0<-predict(bi.b0,newdata=medio)
# ápice
apbi.b0<-predict(bi.b0,newdata=apice)

```

```
#Resíduos
```

```

brbi<-((bpbi-base$d)/base$d)*100
mrbi<-((mpbi-medio$d)/medio$d)*100
arbi<-((apbi-apice$d)/apice$d)*100
brbi.b0<-((bpbi.b0-base$d)/base$d)*100
mrbi.b0<-((mpbi.b0-medio$d)/medio$d)*100

```

```
arbi.b0<-((apbi.b0-apice$d)/apice$d)*100
```

```
#Gráficos de residuos
```

```
graf.ns<-par(mfrow = c(2,3))
```

```
plot(base$t,brbi,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="bbi",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
plot(medio$t,mrbi,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="mbi",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
plot(apice$t,arbi,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="abi",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
plot(base$t,brbi.b0,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="bbi.b0",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
plot(medio$t,mrbi.b0,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="mbi.b0",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
plot(apice$t,arbi.b0,xlab="h/H ",ylab="Resíduo (%)",  
main="abi.b0",ylim=range(-200,200))
```

```
abline (0,0)
```

```
#Estatística Syx
```

```
syx<-data.frame(c(((sum((bpbi-base$d)**2))/(length(base$n)-  
7))**0.5)/mean(base$d))*100,  
(((sum((bpbi.b0-base$d)**2))/(length(base$n)-  
8))**0.5)/mean(base$d))*100,  
(((sum((mpbi-medio$d)**2))/(length(medio$n)-  
7))**0.5)/mean(medio$d))*100,  
(((sum((mpbi.b0-medio$d)**2))/(length(medio$n)-  
8))**0.5)/mean(medio$d))*100,  
(((sum((apbi-apice$d)**2))/(length(apice$n)-  
7))**0.5)/mean(apice$d))*100,  
(((sum((apbi.b0-apice$d)**2))/(length(apice$n)-  
8))**0.5)/mean(apice$d))*100))
```

```
#Estatística V
```

```
v<-data.frame(c(sum((bpbi-base$d))/length(base$n),  
sum((bpbi.b0-base$d))/length(base$n),  
sum((bpbi.b2b3-base$d))/length(base$n),  
sum((mpbi.b0-medio$d))/length(medio$n),  
sum((apbi-apice$d))/length(apice$n),  
sum((apbi.b0-apice$d))/length(apice$n)))
```

```
#Estatística MSE
```

```
erro<-data.frame(c((sum((bpbi-base$d)**2))/(length(base$n)-7),  
(sum((bpbi.b0-base$d)**2))/(length(base$n)-8),  
(sum((mpbi-medio$d)**2))/(length(medio$n)-7),  
(sum((mpbi.b0-medio$d)**2))/(length(medio$n)-8),  
(sum((apbi-apice$d)**2))/(length(apice$n)-7),  
(sum((apbi.b0-apice$d)**2))/(length(apice$n)-8))
```

```
#Estatística PVE
```

```
pve<-data.frame(c(1-(sum((bpbi-base$d)^2)/sum((base$d-  
mean(base$d))^2)),  
1-(sum((bpbi.b0-base$d)^2)/sum((base$d-mean(base$d))^2)),  
1-(sum((mpbi-medio$d)^2)/sum((medio$d-mean(medio$d))^2)),  
1-(sum((mpbi.b0-medio$d)^2)/sum((medio$d-mean(medio$d))^2)),  
1-(sum((apbi-apice$d)^2)/sum((apice$d-mean(apice$d))^2)),
```



```
1-(sum((apbi.b0-apice$d)^2)/sum((apice$d-mean(apice$d))^2)))
```

```
#Estatística MD
```

```
md<-data.frame(c(sum(abs((bpbi-base$d))/length(base$n),
sum(abs((bpbi.b0-base$d))/length(base$n),
sum(abs((mpbi-medio$d))/length(medio$n),
sum(abs((mpbi.b0-medio$d))/length(medio$n),
sum(abs((apbi-apice$d))/length(apice$n),
sum(abs((apbi.b0-apice$d))/length(apice$n)))
```

```
#Estatística DPD
```

```
dpd<-data.frame(c(((sum((bpbi-base$d)**2)-((sum((bpbi-
base$d))**2)/length(base$n)))/(length(base$n)-1),
((sum((bpbi.b0-base$d)**2)-((sum((bpbi.b0-
base$d))**2)/length(base$n)))/(length(base$n)-1),
((sum((mpbi-medio$d)**2)-((sum((mpbi-
medio$d))**2)/length(medio$n)))/(length(medio$n)-1),
((sum((mpbi.b0-medio$d)**2)-((sum((mpbi.b0-
medio$d))**2)/length(medio$n)))/(length(medio$n)-1),
((sum((apbi-apice$d)**2)-((sum((apbi-
apice$d))**2)/length(apice$n)))/(length(apice$n)-1),
((sum((apbi.b0-apice$d)**2)-((sum((apbi.b0-
apice$d))**2)/length(apice$n)))/(length(apice$n)-1)))
```

```
AIC
```

```
aic<-
data.frame(c(length(base$n)+length(base$n)*log(2*pi)+length(base$n)*
log((sum((bpbi-base$d)**2)/length(base$n))+2*(8),
length(base$n)+length(base$n)*log(2*pi)+length(base$n)*log((sum((bpbi.b0-base$d)**2)/length(base$n))+2*(9),
length(medio$n)+length(medio$n)*log(2*pi)+length(medio$n)*log((sum((mpbi-medio$d)**2)/length(medio$n))+2*(8),
length(medio$n)+length(medio$n)*log(2*pi)+length(medio$n)*log((sum((mpbi.b0-medio$d)**2)/length(medio$n))+2*(9),
length(apice$n)+length(apice$n)*log(2*pi)+length(apice$n)*log((sum((apbi-apice$d)**2)/length(apice$n))+2*(8),
length(apice$n)+length(apice$n)*log(2*pi)+length(apice$n)*log((sum((apbi.b0-apice$d)**2)/length(apice$n))+2*(9)))
```

```
TABELA3<-data.frame(syx,v,md,dpd,erro,pve,aic)
```

```
###Estudo do ajuste estratificado volume
```

```
##valores obtidos por Smalian
```

```
#bancodados
```

```
vbpt<-read.table("C:/tese/vbpt.txt",header=T)
```

```
vmpt<-read.table("C:/tese/vmpt.txt",header=T)
```

```
vapt<-read.table("C:/tese/vapt.txt",header=T)
```

```
##sem variável aleatória
```

```
# base
```

```
bfbf<-
```

```
function(h,dap,ht)(pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht)))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))*((1.815312187-0.229942007*sin((pi/2)*(h/ht))-0.048239006*cos((3*pi/2)*(h/ht))-0.936124438*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))-0.000634692*dap+0.076438856*(h/ht)*dap**0.5-0.142203678*(h/ht)*ht**0.5))**2)
```

```

bvbi<-function(h,dap,ht) integrate(bfbi,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
bbi.m3 <-mapply(bvbi,h = as.list(vbpt$h,
vbpt$n),dap=as.list(vbpt$dap),ht=as.list(vbpt$ht))
# média
mfbi<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht)))/(log(sin
((pi/2)*(1.3/ht))))))**((1.815312187-0.229942007*sin((pi/2)*(h/ht))-
0.048239006*cos((3*pi/2)*(h/ht)))-
0.936124438*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))-
0.000634692*dap+0.076438856*(h/ht)*dap**0.5-
0.142203678*(h/ht)*ht**0.5))**2)
mvbi<-function(h,dap,ht,h0) integrate(mfbi,lower=h0, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
mbi.m3 <-mapply(mvbi,h0 = as.list(vmpt$h0, vmpt$n),h =
as.list(vmpt$h, vmpt$n),dap=as.list(vmpt$dap),ht=as.list(vmpt$ht))
# ápice
afbi<-
function(h,dap,ht) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht)))/(log(sin
((pi/2)*(1.3/ht))))))**((1.815312187-0.229942007*sin((pi/2)*(h/ht))-
0.048239006*cos((3*pi/2)*(h/ht)))-
0.936124438*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))-
0.000634692*dap+0.076438856*(h/ht)*dap**0.5-
0.142203678*(h/ht)*ht**0.5))**2)
avbi<-function(h,dap,ht,h0) integrate(afbi,lower=h0, upper=h,
dap=dap,ht=ht)$value
abi.m3 <-mapply(avbi,h0 = as.list(vapt$h0, vapt$n),h =
as.list(vapt$h, vapt$n),dap=as.list(vapt$dap),ht=as.list(vapt$ht))
##Modelo com b4 aleatório
b4<-coef(bi.b4)
# base
bfbi.b4<-
function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi
/2)*(h/ht)))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))**((b0+b1*sin((pi/2)*(h/ht))
+b2*cos((3*pi/2)*(h/ht))+b3*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))+b4*dap+b5*(h
/ht)*dap**0.5+b6*(h/ht)*ht**0.5))**2)
bvbi.b4<-function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6)
integrate(bfbi.b4,lower=0.1, upper=h,
dap=dap,ht=ht,b0=b0,b1=b1,b2=b2,b3=b3,b4=b4,b5=b5,b6=b6)$value
bbi.b4.m3 <-mapply(bvbi.b4,h = as.list(vbpt$h,
vbpt$n),dap=as.list(vbpt$dap),ht=as.list(vbpt$ht),b0=as.list(b4$b0),
b1=as.list(b4$b1),b2=as.list(b4$b2),b3=as.list(b4$b3),b4=as.list(b4$
b4),b5=as.list(b4$b5),b6=as.list(b4$b6))
# média
mfbi.b4<-
function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi
/2)*(h/ht)))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht))))))**((b0+b1*sin((pi/2)*(h/ht))
+b2*cos((3*pi/2)*(h/ht))+b3*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))+b4*dap+b5*(h
/ht)*dap**0.5+b6*(h/ht)*ht**0.5))**2)
mvbi.b4<-function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6,h0)
integrate(mfbi.b4,lower=h0, upper=h,
dap=dap,ht=ht,b0=b0,b1=b1,b2=b2,b3=b3,b4=b4,b5=b5,b6=b6)$value
mbi.b4.m3 <-mapply(mvbi.b4,h0 = as.list(vmpt$h0, vmpt$n),h =
as.list(vmpt$h,
vmpt$n),dap=as.list(vmpt$dap),ht=as.list(vmpt$ht),b0=as.list(b4$b0),

```

```

b1=as.list(b4$b1),b2=as.list(b4$b2),b3=as.list(b4$b3),b4=as.list(b4$b4),
b5=as.list(b4$b5),b6=as.list(b4$b6))
# ádice
afbi.b4<-
function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6) (pi/40000)*((dap*(log(sin((pi/2)*(h/ht))))/(log(sin((pi/2)*(1.3/ht)))))**(b0+b1*sin((pi/2)*(h/ht))+b2*cos((3*pi/2)*(h/ht))+b3*(sin((pi/2)*(h/ht))/(h/ht))+b4*dap+b5*(h/ht)*dap**0.5+b6*(h/ht)*ht**0.5))**2)
avbi.b4<-function(h,dap,ht,b0,b1,b2,b3,b4,b5,b6,h0)
integrate(afbi.b4,lower=h0, upper=h,
dap=dap,ht=ht,b0=b0,b1=b1,b2=b2,b3=b3,b4=b4,b5=b5,b6=b6)$value
abi.b4.m3 <-mapply(avbi.b4,h0 = as.list(vapt$h0, vapt$n),h =
as.list(vapt$h,
vapt$n),dap=as.list(vapt$dap),ht=as.list(vapt$ht),b0=as.list(b4$b0),
b1=as.list(b4$b1),b2=as.list(b4$b2),b3=as.list(b4$b3),b4=as.list(b4$b4),
b5=as.list(b4$b5),b6=as.list(b4$b6))

```

#Resíduos

```

brbi<-( (bbi.m3-vbpt$vt)/vbpt$vt)*100
mrbi<-( (mbi.m3-vmpt$vt)/vmpt$vt)*100
arbi<-( (abi.m3-vapt$vt)/vapt$vt)*100
brbi.b4<-( (bbi.b4.m3-vbpt$vt)/vbpt$vt)*100
mrbi.b4<-( (mbi.b4.m3-vmpt$vt)/vmpt$vt)*100
arbi.b4<-( (abi.b4.m3-vapt$vt)/vapt$vt)*100

```

#Gráficos de residuos

```

graf.ns<-par(mfrow = c(2,3))
plot(vbpt$dap,brbi,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="bbi",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vmpt$dap,mrbi,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="mbi",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vapt$dap,arbi,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="abi",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vbpt$dap,brbi.b4,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="bbi.b4",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vmpt$dap,mrbi.b4,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="mbi.b4",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)
plot(vapt$dap,arbi.b4,xlab="DAP (cm) ",ylab="Resíduo (%)",
main="abi.b4",ylim=range(-50,50))
abline (0,0)

```

#Estatística Syx

```

syx<-data.frame(c(((sum((bbi.m3-vbpt$vt)**2))/(length(vbpt$n)-
7))**0.5)/mean(vbpt$vt))*100,
(((sum((bbi.b4.m3-vbpt$vt)**2))/(length(vbpt$n)-
8))**0.5)/mean(vbpt$vt))*100,
(((sum((mbi.m3-vmpt$vt)**2))/(length(vmpt$n)-
7))**0.5)/mean(vmpt$vt))*100,
(((sum((mbi.b4.m3-vmpt$vt)**2))/(length(vmpt$n)-
8))**0.5)/mean(vmpt$vt))*100,
(((sum((abi.m3-vapt$vt)**2))/(length(vapt$n)-
7))**0.5)/mean(vapt$vt))*100,

```

```
(( (sum((abi.b4.m3-vapt$vt)**2)) / (length(vapt$n) - 8)) **0.5) / mean(vapt$vt) *100))
```

```
#Estatística V
```

```
v<-data.frame(c(sum((bbi.m3-vbpt$vt)) / length(vbpt$n),
sum((bbi.b4.m3-vbpt$vt)) / length(vbpt$n),
sum((mbi.m3-vmpt$vt)) / length(vmpt$n),
sum((mbi.b4.m3-vmpt$vt)) / length(vmpt$n),
sum((abi.m3-vapt$vt)) / length(vapt$n),
sum((abi.b4.m3-vapt$vt)) / length(vapt$n),
```

```
#Estatística MSE
```

```
erro<-vtata.frame(c((sum((bpbi.m3-vbpt$vt)**2)) / (length(vbpt$n)-7),
(sum((bpbi.b4.m3-vbpt$vt)**2)) / (length(vbpt$n)-8),
(sum((mpbi.m3-mevtio$vt)**2)) / (length(mevtio$n)-7),
(sum((mpbi.b4.m3-mevtio$vt)**2)) / (length(mevtio$n)-8),
(sum((apbi.m3-vapt$vt)**2)) / (length(vapt$n)-7),
(sum((apbi.b4.m3-vapt$vt)**2)) / (length(vapt$n)-8)))
```

```
#Estatística PVE
```

```
pve<-data.frame(c(1-(sum((bbi.m3-vbpt$vt)^2) / sum((vbpt$vt-
mean(vbpt$vt))^2)),
1-(sum((bbi.b4.m3-vbpt$vt)^2) / sum((vbpt$vt-mean(vbpt$vt))^2)),
1-(sum((mbi.m3-vmpt$vt)^2) / sum((vmpt$vt-mean(vmpt$vt))^2)),
1-(sum((mbi.b4.m3-vmpt$vt)^2) / sum((vmpt$vt-mean(vmpt$vt))^2)),
1-(sum((abi.m3-vapt$vt)^2) / sum((vapt$vt-mean(vapt$vt))^2)),
1-(sum((abi.b4.m3-vapt$vt)^2) / sum((vapt$vt-mean(vapt$vt))^2))))
```

```
#Estatística MD
```

```
md<-data.frame(c(sum(abs((bbi.m3-vbpt$vt))) / length(vbpt$n),
sum(abs((bbi.b4.m3-vbpt$vt))) / length(vbpt$n),
sum(abs((mbi.m3-vmpt$vt))) / length(vmpt$n),
sum(abs((mbi.b4.m3-vmpt$vt))) / length(vmpt$n),
sum(abs((abi.m3-vapt$vt))) / length(vapt$n),
sum(abs((abi.b4.m3-vapt$vt))) / length(vapt$n),
```

```
#Estatística DPD
```

```
dpd<-data.frame(c(((sum((bbi.m3-vbpt$vt)**2) - ((sum((bbi.m3-
vbpt$vt)))**2) / length(vbpt$n))) / (length(vbpt$n)-1),
((sum((bbi.b4.m3-vbpt$vt)**2) - ((sum((bbi.b4.m3-
vbpt$vt)))**2) / length(vbpt$n))) / (length(vbpt$n)-1),
((sum((mbi.m3-vmpt$vt)**2) - ((sum((mbi.m3-
vmpt$vt)))**2) / length(vmpt$n))) / (length(vmpt$n)-1),
((sum((mbi.b4.m3-vmpt$vt)**2) - ((sum((mbi.b4.m3-
vmpt$vt)))**2) / length(vmpt$n))) / (length(vmpt$n)-1),
((sum((abi.m3-vapt$vt)**2) - ((sum((abi.m3-
vapt$vt)))**2) / length(vapt$n))) / (length(vapt$n)-1),
((sum((abi.b4.m3-vapt$vt)**2) - ((sum((abi.b4.m3-
vapt$vt)))**2) / length(vapt$n))) / (length(vapt$n)-1),
```

```
AIC
```

```
aic<-
data.frame(c(length(vbpt$n)+length(vbpt$n)*log(2*pi)+length(vbpt$n)*
log((sum((bbi.m3-vbpt$vt)**2)) / length(vbpt$n))+2*(8),
length(vbpt$n)+length(vbpt$n)*log(2*pi)+length(vbpt$n)*log((sum((bbi.
b4.m3-vbpt$vt)**2)) / length(vbpt$n))+2*(9),
length(vmpt$n)+length(vmpt$n)*log(2*pi)+length(vmpt$n)*log((sum((mbi.
m3-vmpt$vt)**2)) / length(vmpt$n))+2*(8),
length(vmpt$n)+length(vmpt$n)*log(2*pi)+length(vmpt$n)*log((sum((mbi.
b4.m3-vmpt$vt)**2)) / length(vmpt$n))+2*(9),
```

```
length(vapt$n)+length(vapt$n)*log(2*pi)+length(vapt$n)*log((sum((abi
.m3-vapt$vt)**2))/length(vapt$n))+2*(8),
length(vapt$n)+length(vapt$n)*log(2*pi)+length(vapt$n)*log((sum((abi
.b4.m3-vapt$vt)**2))/length(vapt$n))+2*(9))
```

```
TABELA4<-data.frame(syx,v,md,dpd,erro,pve,aic)
```